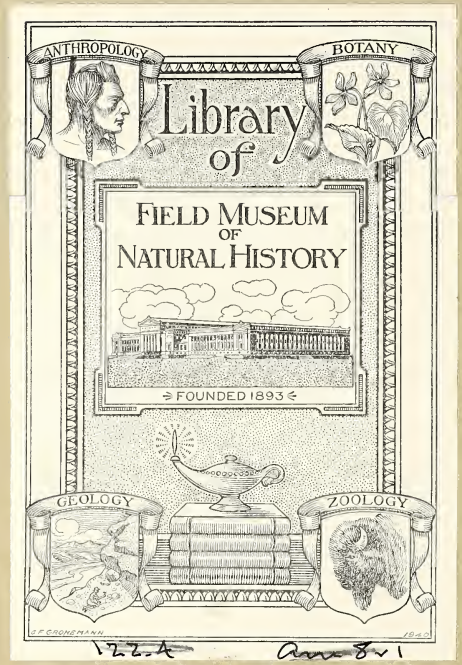
THE FIELD MUSEUM LIBRARY
3 5711 00073 7529



Digitized by the Internet Archive
in 2017 with funding from
BHL-SIL-FEDLINK

https://archive.org/details/verslagvandegewo301921

KONINKLIJKE AKADEMIE
VAN WETENSCHAPPEN
-:- TE AMSTERDAM -:-

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERINGEN DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

— VAN 30 APRIL —
TOT 23 DECEMBER 1921

DEEL XXX

61726

UITGAVE DER
KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM
MAART 1922

O
57
1900

ERRATUM.

In de mededeeling van den Heer C. A. Pekelharing: *„Over de beweging van pepsine, enz.”* (Verslag 29 Nov. 1921, Deel **30**) staat: blz. 312, 2e regel van boven: 0.1 *mgr.*, dit moet zijn: **1 mgr.**

INHOUD.

						Blz
Verslag	Vergadering	30 April	1921	N°. 1	. . . .	1
,,	,,	28 Mei	,,	N°. 2	. . . .	57
,,	,,	25 Juni	,,	N°. 3	. . . .	97
,,	,,	24 September	,,	N°. 4	. . . .	176
,,	,,	29 October	,,	N°. 5	. . . .	206
,,	,,	26 November	,,	N°. 6	. . . .	303
,,	,,	23 December	,,	N°. 7	. . . .	387

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

OP ZATERDAG 30 APRIL 1921.

DEEL XXX.

N°. 1.

Voorzitter: de Heer F. A. F. C. WENT.

Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Rede van den nieuwen Voorzitter, den Heer F. A. F. C. WENT, tot den afgetreden Voorzitter, den Heer H. A. LORENTZ, p. 2.

Antwoord hierop van den Heer H. A. LORENTZ, p. 3.

De Voorzitter verwelkomt de correspondenten der Afdeeling, de Heeren A. W. K. DE JONG en OTTO DE VRIES, die voor de eerste maal een vergadering bijwonen, p. 4.

Ingekomen stukken, p. 4.

A. F. HOLLEMAN: „Tio-saccharine", p. 4.

JAN DE VRIES: „Involutorische verwantschappen (2,2) van de eerste klasse", p. 5.

G. HOLST en E. OOSTERHUIS: „De electrische geleiding in gassen". (Aangeboden door de Heeren P. EHRENFEST en J. P. KUENEN), p. 10.

Mej. L. KAISER: „Een Spiergeruisch bij Vogels". (Aangeboden door de Heeren G. VAN RIJNBERK en H. ZWAARDEMAKER), p. 14.

D. TOLLENAAR en A. H. BLAAUW: „Licht- en donkeradaptatie van een plantencel", p. 17.

J. G. VAN DER CORPUT: „Over een integraalbegrip van DENJOY". (Aangeboden door de Heeren A. DENJOY en W. KAPTEYN), p. 33.

TH. WEEVERS: „De werking van licht en zwaartekracht op Pellia epiphylla". (Aangeboden door de Heeren F. A. F. C. WENT en J. W. MOLL), p. 46.

Aanbieding van een boekgeschenk, p. 56.

De Voorzitter herinnert er aan dat weer een oproeping gedaan moet worden van personen, die in aanmerking wenschen te komen voor uitzending, op kosten van het Buitenzorg-Fonds, naar 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, p. 56.

Onmiddellijk na het openen der vergadering door den nieuwen Voorzitter, den Heer F. A. F. C. WENT, zegt deze tot den afgetreden Voorzitter, den Heer H. A. LORENTZ:

Bij het innemen van dezen zetel is de eerste plicht, dien ik te vervullen heb, U, Mijnheer LORENTZ, den dank van de Afdeeling te brengen voor Uw leiding gedurende een periode van 11 jaren. In de laatste buitengewone vergadering dezer Afdeeling heeft, bij monde van den Heer PEKELHARING, reeds een woord van dank geklonken, dat uit de leden is opgekomen en ik verheug er mij over, dat dit toen geschied is. Maar Gij hebt er recht op, dat ook in een openbare vergadering nog eens gezegd wordt wat Uw Voorzitterschap te beteekenen heeft gehad.

Ik behoef hier wel nauwelijks te verklaren, dat alle leden het op hoogen prijs hebben gesteld, dat een wetenschappelijk man van Uw beteekenis geen bezwaar heeft gehad zich beschikbaar te stellen om deze Afdeeling te leiden, terwijl Gij die leiding nooit als een bijzaak hebt opgevat, maar alle gaven van Uw geest ter beschikking hebt gesteld van de Akademie, zoodat Gij de vergaderingen hebt geleid op een wijze, die niet te overtreffen is.

In het bizonder meen ik, dat Uw groote onpartijdigheid daarbij een zeer gelukkige rol heeft gespeeld. Ik wil niet zeggen, dat er niet wel eens oppositie is geweest; dat was niet anders te verwachten. Het is bekend genoeg, dat wij wetenschappelijke mannen nu juist niet tot de zeer gemakkelijke menschen in het debat behooren. Maar steeds werd er door U voor gezorgd, dat, wanneer er debat moest zijn, dit een hoogen toon ademde. En die onpartijdigheidszin heeft m. i. het zeer gelukkige gevolg gehad, dat het antagonisme tusschen verschillende richtingen van natuuronderzoek, dat vroeger wel eens lichtelijk te bespeuren viel, tot het verleden behoort.

In gewone tijden is overigens het werk van den Voorzitter dezer Afdeeling niet al te zwaar te noemen. Maar Gij zijt Voorzitter geweest in een ongewonen tijd, die ongewone eischen gesteld heeft ook aan de Akademie. Behoef ik te wijzen op de vragen omtrent internationale samenwerking, die hier ter sprake zijn gekomen? En zal niet ieder toestemmen, dat Gij gestreefd hebt naar een verzoening van tegenstellingen, dat ook degenen, die in deze vragen van andere meening waren dan Gij, de zuiverheid van Uw bedoelingen steeds hebben erkend en begrepen, dat er moeilijk een andere Voorzitter denkbaar ware geweest, die in deze moeilijke zaak de Akademie voor ontsporing hadde behoed?

In de tweede plaats denk ik aan de Wetenschappelijke Commissie van Advies en Onderzoek ten behoeve van Volkswelvaart en Weerbaarheid. Hoewel die Commissie zelfstandig staat naast de Afdeeling, meen ik toch, dat ook deze werkzaamheid hier niet onbesproken mag blijven, omdat die geheel een gevolg is geweest van Uw Voorzitter-

schap der Afdeeling. Gij hebt niet geschroomd Uw volle werkkracht aan een zaak te geven, waarvan zeker gezegd kon worden, dat zij ver van Uw eigenlijk arbeidsgebied lag. Alleen wie, zooals ik, met U deel uitmaakte van het Bestuur dier Commissie, weet welk organisatorisch werk daar door U is verricht. Dat die Commissie niet in elk opzicht dat succes heeft gehad, dat sommigen er van verwacht hadden, het was zeker niet Uwe schuld. In elk geval achten wij ons gelukkig, dat Gij U bereid hebt verklaard, het Voorzitterschap dier Commissie nog te blijven waarnemen, totdat omtrent het voortbestaan daarvan door de Regeering zal zijn beslist.

Maar ook verder zijn U moeilijkheden niet bespaard gebleven, want deze Akademie heeft direct den druk der tijden gevoeld, zooals ieder die in de laatste jaren met drukkers of uitgevers te doen kreeg. Hoe zwaar die druk nog steeds is, behoef ik hier op het oogenblik wel niet in herinnering te brengen, waar wij nog zoo kort geleden een inzicht hebben gekregen omtrent den financieelen toestand der Akademie. Gij, mijnheer Lorentz, hebt daartegen gestreden, maar gij hebt dit steeds gedaan in de overtuiging, dat de Regeering in zou zien, dat het hier ging om enkele van de voornaamste geestelijke belangen des lands, dat dus ten slotte aan dien geldnood zeker een einde zou komen. Ik mag er wel aan toevoegen, dat deze optimistische kijk van U op de financieele zorgen, het voor mij gemakkelijker gemaakt heeft, dit Voorzitterschap te aanvaarden, hoewel ik mij natuurlijk ten volle bewust ben, dat ik ver beneden U zal moeten blijven in de vervulling van mijn taak.

En thans moet de Akademie het eerbiedigen, dat Gij nog enkele jaren gewenscht hebt, niet van otium, maar jaren, waarin Gij U meer in de electronenwereld zondt kunnen bewegen dan in den laatsten tijd het geval is geweest. Wij zijn overtuigd, dat de belangstelling voor de Akademie bij U niet verminderen zal, dat wij U niet alleen geregeld hier zullen zien, maar dat wij ook op Uw steun en hulp zullen mogen rekenen, wanneer dit noodig mocht zijn, maar wij wenschen U toe, dat de meerdere tijd, dien Gij thans gekregen hebt, U in staat zal stellen nog vele belangrijke problemen der physica tot oplossing te brengen!

De Afdeeling zal de jaren 1910—1921 van Uw Voorzitterschap steeds met dankbaarheid gedenken!

Door een krachtig applaus stemt de vergadering ten volle met deze woorden in.

De Heer Lorentz hierop het woord vragende, dankt den Voorzitter voor de waardeerende woorden tot hem gericht. Hij geeft als

zijne meening te kennen dat als hij zijne taak als Voorzitter der Afdeeling heeft verricht tot tevredenheid van zijne medeleden, dit dan ook voor een groot gedeelte hieraan te danken is dat zijn medeleden, door hunne medewerking en hunne welwillendheid, hem het werk mogelijk en gemakkelijk gemaakt hebben. Met een heilwensch voor de Afdeeling, onder het praesidium van zijn opvolger, den Heer WENT, besluit hij zijn woord van dank.

De Voorzitter verwelkomt daarop de Heeren A. W. K. DE JONG en OTTO DE VRIES, die, thans met verlof in Nederland vertoevende, voor de eerste maal na hunne benoeming tot correspondenten der Afdeeling een vergadering kunnen bijwonen.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van den Heer H. KAMERLINGH ONNES, dat hij verhinderd is de vergadering bij te wonen.

2°. Een schrijven van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen, d.d. 14 April 1921 no. 2105 Afd. K. W. met bericht dat H. M. de Koningin heeft bekrachtigd de benoeming van den Heer F. A. F. C. WENT tot Voorzitter en van den Heer A. F. HOLLEMAN tot Onder-Voorzitter der Afdeeling.

Aangenomen voor kennisgeving.

Scheikunde. — A. F. HOLLEMAN. „*Tio-saccharine.*"

(Deze mededeeling zal in het Zittingsverslag niet worden opgenomen.)

Wiskunde. — JAN DE VRIES: „*Involutorische verwantschappen* (2,2) *van de eerste klasse*".

§ 1. Een involutorische verwantschap (2,2) van de *eerste klasse* is gekenmerkt door de eigenschap dat een willekeurige rechte *een* paar toegevoegde punten P, P^* bevat. Wanneer men de rechten aan elkaar toevoegt, die een punt P met de beide homologe punten P_1 en P_2 verbinden, dan wordt ook het stralenveld in een involutorische (2,2) gerangschikt. Tevens ontstaat een nulstelsel, wanneer men aan P toevoegt de rechten PP_1 en PP_2; elke rechte heeft dan twee nulpunten, elk punt heeft twee nulstralen.

Als het punt P de rechte r doorloopt, omhullen zijn nulstralen een kromme (r) van de vierde klasse, welke r tot dubbelraaklijn heeft. De zes punten V, waarin $(r)_4$ door r wordt gesneden, zijn blijkbaar *vertakkingspunten* der (2,2). De *vertakkingskromme* (V) der (2,2) is dus een kromme van den graad *zes*.

Wij zullen nu onderstellen, dat de meetkundige plaats der coïncidenties $P \equiv P^*$ een kromme van den graad n is. Als P de rechte r doorloopt, zullen de aan P toegevoegde punten P_1, P_2 een kromme ϱ beschrijven, welke met r gemeen heeft de n op r gelegen coïncidenties benevens het op r gelegen paar toegevoegde punten P, P^*. Dus wordt r door de verwantschap omgezet in een kromme van den graad $(n+2)$, ϱ^{n+2}.

Beschouwen wij nu de krommen $\varrho_1{}^{n+2}$ en $\varrho_2{}^{n+2}$, die bij de rechten r_1 en r_2 behooren. Behalve de beide aan $S \equiv r_1 r_2$ toegevoegde punten hebben zij de punten P gemeen, waarvoor P_1 op r_1 en P_2 op r_2 ligt; de overige gemeenschappelijke punten zijn *singulier*, d.w.z. elk toegevoegd aan ∞^1 paren P_1, P_2.

De krommen $(r_1)_4$ en $(r_2)_4$ die bij de rechten r_1 en r_2 behooren, hebben vooreerst de beide nulstralen van het punt S gemeen. De rechte r_2 snijdt $\varrho_1{}^{n+2}$ in $(n+2)$ punten P_2, welke aan evenzoovele, op r_1 gelegen, punten P_1 toegevoegd zijn, dus $(n+2)$ gemeenschappelijke raaklijnen bepalen. De overige $(12-n)$ gemeenschappelijke raaklijnen zijn blijkbaar *singuliere rechten*; elk van hen draagt ∞^1 puntenparen P, P^*.

Beschouwen wij nog de meetkundige plaats der puntenparen P, P^*, die met een punt O collineair liggen. Zijn O_1 en O_2 de door

(2,2) aan O toegewezen punten, dan wordt de bedoelde kromme ω in O aangeraakt door OO_1 en OO_2 is dus een *nodale* kromme ω^4. Door O gaan zes van haar raaklijnen; de zes raakpunten, coïncidenties der (2,2), liggen, volgens een door BERTINI gevonden eigenschap, in een kegelsnede [1]). De *dragers* van de *coïncidenties* der (2,2) omhullen bijgevolg een kromme van de *zesde klasse*.

§ 2. Tot een (2,2), waarvoor $n = 2$ is, geraken wij op de volgende wijs. Zij gegeven de kegelsnede a^2 en de kegelsnedenbundel (b^2). Aan het punt P voegen wij toe de punten P_1 en P_2, waarin de door P gelegde kegelsnede b^2 wordt gesneden door de poollijn p van P met betrekking tot a^2. Op een rechte r bepaalt (b^2) een involutie; deze heeft met de op r gelegen involutie der door a^2 harmonisch gescheiden puntenparen, in het algemeen, *een* paar gemeen. Dus behoort deze (2,2) tot de *eerste klasse*.

De punten van a^2 zijn blijkbaar de coïncidenties dezer (2,2). De rechte r wordt omgezet in een *nodale* ϱ^4, welke de pool R van r tot dubbelpunt heeft. Immers, als P zich langs r verplaatst, draait zijn poollijn p om R en draagt de beide aan P toegewezen punten P_1, P_2.

De basispunten B_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ van (b^2) zijn *singuliere punten*. Op de poollijn b_k van B_k bepaalt (b^2) ∞^1 puntenparen P_1, P_2, welke aan B_k zijn toegevoegd. Komt P in het snijpunt van b_k met r, dan valt een der aan P toegevoegde punten met B_k samen; dus gaat ϱ^4 door de vier punten B_k.

De door R gelegde b^2 snijdt r in twee punten R_1, R_2, die aan R zijn toegewezen; dus heeft ϱ^4 een dubbelpunt in R.

De zes raaklijnen van ϱ^4, die in R samenkomen, zijn dragers van dubbelpunten $P_1 \equiv P_2$; hieruit volgt opnieuw, dat de *vertakkingskromme* een $(V)^6$ is. Zij heeft dubbelpunten in de basispunten van (b^2); immers de involutie der op b_k gelegen, aan B_k toegewezen, puntenparen bevat twee dubbelpunten, waarvoor B_k vertakkingspunt is.

Met een b^2 heeft $(V)^6$, buiten de dubbelpunten B_k, vier punten gemeen; deze zijn de vertakkingspunten der op b^2 gelegen verwantschap (2, 2). Zij raakt a^2 in de zes coïncidenties der involutie I^4, welke (b^2) op a^2 insnijdt.

---

[1]) Ten opzichte van die kegelsnede ω^2, als invariante kromme, wordt ω^4 in zichzelf omgezet door een centrale quadratische involutie (inversie), met centrum O, waarvan de andere twee fundamentaalpunten op de poollijn van O met betrekking tot ω^2 liggen; deze rechte bevat de tangentiaalpunten O_1, O_2 van O. (zie J. DE VRIES, *La quartique nodale*, Archives Teyler, série II, tome IX, § 12).

§ 3. Elk punt A van a^2 is een coïncidentie der (2, 2) maar tevens toegevoegd aan het punt A^1, dat de raaklijn a, in A, nog gemeen heeft met de door A gelegde b^2. Van de meetkundige plaats α der punten A^1 bevat een b^2, buiten de basispunten B, vier punten; zij worden bepaald door de snijpunten van b^2 met a^2. Op elke der beide raaklijnen a, die door B_k gaan, valt A^1 met B_k samen; dus heeft α dubbelpunten in B_k.

Bijgevolg is de bedoelde kromme een α^6. Daar zij punt voor punt overeenkomt met a^2, dus rationaal is, moet zij nog zes dubbelpunten hebben. Er zijn dus zes punten A', die ieder bij twee punten A behooren; de b^2 door zulk een punt A' snijdt a^2 in de beide punten A, welke zij met de poollijn van A' gemeen heeft.

De rechte b_k wordt door (2,2) omgezet in een β_k^4 met *drievoudig punt* β_k. Als P zich over b_k verplaatst, blijft de poollijn p door β_k gaan, zoodat een der aan P toegewezen punten P_1, P_2 steeds met β_k samenvalt. Zal ook het tweede in β_k komen, dan moet p in β_k raken aan de door P gelegde b^2. Nu raakt elke rechte p door β_k aan een bepaalde b^2; voegen wij de punten Q_1, Q_2 welke deze b^2 op b_k bepaalt, aan de pool P van p toe, dan ontstaat tusschen P en Q een verwantschap (1,2). Dus valt Q driemaal samen met P; maar dan heeft de kromme β_k, waarin b_k wordt omgezet in B_k een drievoudig punt, is dus een *rationale* β^4. [1])

§ 4. Wij kunnen nu nagaan, wat de meetkundige plaats is van de *dubbelpunten* $P_1 \equiv P_2$. Zij heeft vooreerst *drievoudige punten* in B_k. Op elke b^2 liggen, buiten de basispunten om, nog vier punten der bedoelde kromme, en wel in de dubbelpunten der (2,2) waarin de punten van b^2 zijn gerangschikt. Bijgevolg is zij een δ^8. Daar zij punt voor punt overeenkomt met de vertakkingskromme $(V)^6$, is zij, evenals deze, van het geslacht zes, moet dus nog *drie dubbelpunten* hebben. Wij vinden deze in de dubbelpunten der drie tot b^2 behoorende lijnenparen.

De dragers der dubbelpunten $P_1 \equiv P_2$ omhullen een kromme van de zesde klasse (§ 1), die hetzelfde geslacht heeft als de vertakkings-

---

[1]) Op b_k liggen 2 punten, die in de (2,2) aan elkaar en tevens aan B_k zijn toegevoegd, dus met dat punt een pooldriehoek van a^2 vormen. De b^2, die hen bevat is dus beschreven om ∞^1 pooldriehoeken, zoodat op haar de (2,2) is overgegaan in een *kubische involutie*. In deze involutie is *elk* basispunt B toegevoegd aan de snijpunten van b^2 met de poollijn van B.

Bepaalt men den bundel (b^2) door twee kegelsneden, ieder beschreven om een pooldriehoek van a^2, dan draagt elke b^2 een kubische involutie en de geheele verwantschap (2,2) gaat over in een stelsel van ∞^2 involutorische drietallen.

kromme, dus vier dubbelraaklijnen moet hebben; deze vinden wij in de rechten b_k.

Immers, de punten, waar b_k door twee der kegelsneden b^2 wordt aangeraakt, behooren als dubbelpunten bij het vertakkingspunt B_k.

§ 5. Elke rechte $B_k B_l$ is blijkbaar *singulier*, want zij draagt ∞^1 paren harmonisch door a^2 gescheiden punten.

Een rechte zou ook singulier zijn, wanneer de involutie, welke (b^2) op haar insnijdt, samenviel met de involutie der harmonisch door a^2 gescheiden paren. En dit zal het geval zijn, wanneer die rechte in haar beide snijpunten met a^2 door kegelsneden b^2 wordt aangeraakt.

Nu omhullen de rechten t, welke b^2 in haar snijpunten met a^2 aanraken, een kromme van de klasse *zes*. Immers de raakpunten der raaklijnen uit eenig punt naar de kegelsneden b^2 liggen op een kubische kromme, en deze ontmoet a^2 in zes punten, die elk een rechte t bepalen. Deze omhullingskromme is *rationaal*, heeft dus *tien dubbelraaklijnen*; daartoe behooren blijkbaar de zes rechten $B_k B_l$.

Er zijn dus buiten deze nog *vier andere singuliere rechten*, s_k.

De rechte s_k wordt door (2,2) omgezet in het samenstel van s_k en een nodale kubische kromme, die haar dubbelpunt heeft in de pool van s_k. De rechte $B_k B_l$ wordt omgezet in het samenstel van $B_k B_l$, $B_m B_n$, b_k en b_l.

§ 6. De punten P_1 en P_2, die in de (2,2) aan P zijn toegevoegd, komen met elkaar overeen in een andere (2,2), die de *afgeleide* der eerste kan worden genoemd. Deze (2,2)* is eveneens van de *eerste klasse*; immers op een rechte p ligt slechts het paar, dat ingesneden wordt door de kegelsnede b^2, welke door de pool P van p gaat.

Ook deze (2,2)* heeft singuliere punten in B_k; immers, als P de poollijn b_k doorloopt, blijft P_1 in B_1, terwijl P_2 de bovengenoemde rationale kromme β_k^4 beschrijft.

De krommen ϱ_1^4 en ϱ_2^4, die in de (2,2) overeenkomen met de rechten r_1 en r_2, hebben (§ 1) 10 punten P gemeen, waarvoor P_1 op r_1 en P_2 op r_2 ligt. Hieruit volgt, dat P_2 een kromme ϱ^{10} zal doorloopen, wanneer P_1 de rechte r_1 beschrijft. Deze ϱ^{10} heeft *viervoudige punten* in B_k, want r_1 snijdt de kromme β_k^4 in vier punten P_1.

Elk vertakkingspunt der (2,2) is tevens vertakkingspunt der (2,2)*; zij hebben dus ook *dezelfde vertakkingskromme* $(V)^6$. De *coïncidenties* der (2,2)* zijn de *dubbelpunten* der (2,2); de *coïncidentiekromme* is dus de bovengenoemde d^8, die driemaal door B_k, tweemaal door

de dubbelpunten der lijnenparen gaat. De snijpunten van r met ϱ^{10} vinden wij terug in de acht punten, welke r met δ^8 gemeen heeft, en in het op r gelegen puntenpaar P_1, P_2.

De vier singuliere rechten (§ 1) der (2,2)* vinden wij in de rechten b_k.

§ 7. Een (2,2), waarvoor $n = 3$ is, verkrijgen wij als volgt. Zij a^3 een kubische kromme, p^2 de poolkegelsnede, p de poolrechte van P. Aan P voegen wij toe de beide snijpunten P_1 en P_2 van p^2 met p. De verwantschap (2,2), welke daardoor ontstaat, is involutorisch, omdat P en P_1 zijn te beschouwen als drievoudige elementen in een kubische involutie, waarin de snijpunten van PP_1 met a^3 een groep vormen [1]), of ook als de dubbelpunten der cyclische projectiviteit, welke door die groep is bepaald. De *klasse* dezer (2,2) is dus *een*.

Komt P op a^3, dan vallen P_1 en P_2 met P samen; P is dan een vertakkingspunt, dat vereenigd ligt met het overeenkomstige dubbelpunt. Komt P evenwel in een *buigpunt* B, dan maakt p deel uit van p^2, zoodat B een *singulier punt* en de stationaire raaklijn een *singuliere rechte* is.

Komt P op de *Hessiana* H^3 van a^3, dan gaat p door het eveneens op de Hessiana gelegen dubbelpunt van p^2, en P_1 valt samen met P_2, zoodat P vertakkingspunt is. De *vertakkingskromme* $(V)^6$ bestaat dus uit a^3 en H^3, en deze krommen vormen tevens de meetkundige plaats der *dubbelpunten*.

Als P de rechte r doorloopt, beschrijft p^2 een bundel en p omhult een kegelsnede. In elk basispunt van (p^2) liggen dus twee aan P toegewezen punten. Daar een p^2 buitendien de twee punten bevat, welke door de overeenkomstige p worden ingesneden, wordt de rechte r omgezet in een *quadrinodale kromme* ϱ^5. Deze bevat de negen buigpunten van a^3, daar deze overeenkomen met de punten, waarin r de stationaire raaklijnen snijdt. Bijgevolg moet ϱ^5 aan a^3 raken in de drie snijpunten van a^3 met r.

De afgeleide van deze (2,2) is van de *vierde klasse*. Immers, een rechte p heeft vier polen, bevat dus de vier paren P_1P_2, welke door de overeenkomstige vier poolkegelsneden p^2 worden ingesneden.

---

[1]) Kohn, *Zur Theorie der harmonischen Mittelpunkte.* (Sitz. ber. Akad. der Wiss. Wien, Bd. LXXXVIII, S. 424).

Natuurkunde. — G. Holst en E. Oosterhuis: „*De electrische geleiding in gassen.*"

(Aangeboden door de Heeren P. Ehrenfest en J. P. Kuenen).

Bij een reeks metingen met verschillende edelgassen is ons gebleken, dat bij neon in vele gevallen, waar men resonnantie zou verwachten, deze uitblijft, doch ionisatie optreedt. Bij de daarop volgende recombinatie zendt het gas licht uit, zoodat men de optredende verschijnselen visueel kan vervolgen.

1. Wij bestudeerden op deze wijze, wat er gebeurt, wanneer electronen, die van een concentrisch geplaatsten gloeidraad uitgaan, zich door neon van 1 cM. druk naar de cylindrische anode bewegen. Bij niet te hooge temperatuur bleek, dat, zoodra de spanning tusschen kathode en anode de ionisatiespanning overschrijdt, vlak bij de anode een lichtgevende ring optreedt. Bij verhooging van de spanning trekt deze zich in de richting van den gloeidraad samen. Bij 40 Volt komt een tweede ring aan de anode te voorschijn, bij 60 Volt konden wij nog juist een derden ring waarnemen. De positieve ionen, die bij de ionisatie ontstaan, blijken dus vrijwel alle te recombineeren, voor zij de kathode bereiken. Electrische metingen wijzen hierop eveneens.

Verhoogt men de temperatuur van den gloeidraad, dan contraheert zich bij constante spanning tusschen kathode en anode de ring eveneens en legt zich bij een bepaalden gloeistroom om den draad. De positieve ionen komen nu in de onmiddellijke omgeving van den draad. Daarbij treden nieuwe verschijnselen op, waarvan wij twee grensgevallen willen bespreken. 1e. De temperatuur van de kathode is laag. Er treedt verstuiving van het kathodemateriaal op. 2e. De temperatuur van de kathode is zeer hoog. Er stelt zich een stroomsterkte in, die vele malen grooter is dan de verzadigingsstroom, vermeerderd met den stroom, die door ionisatie van het gas ontstaat. Er treedt geen verstuiving op.

Wat is nu de werking der positieve ionen? Klaarblijkelijk een geringe of geene, zoolang zij niet aan de kathode komen. Komen zij echter aan de kathode, dan is het bij de door ons gebruikte drukken uitgesloten, dat hun werking aan het uitwendige veld moet worden toegeschreven. Bij de geringe vrije weglengte kunnen zij

hieraan geen energie ontleenen. Beschouwen we nu het geval van de koude kathode nader. Wanneer een positief ion in de onmiddellijke nabijheid van de kathode komt, wordt het door deze aangetrokken met een kracht: $\frac{e^2}{4x^2}$ (spiegelbeeldkracht) waarin e de lading van het ion, en x de afstand tot de kathode beteekent. Onder den invloed van deze kracht kan het ion voldoende snelheid krijgen, om de verstuiving te kunnen verklaren.

In het geval van de zeer heete kathode bevinden zich aan het oppervlak van deze een zeer groot aantal electronen, die bijna voldoende energie hebben, om uit de kathode te ontsnappen. Zij worden door de kathode terruggetrokken met een kracht gelijk aan $\frac{e^2}{4x^2}$ en het is nu gemakkelijk in te zien dat deze door de aanwezigheid van de positieve ionen wel aan de kathode zullen kunnen ontsnappen. Immers de electrostatische kracht, waarmee het positieve ion hen aantrekt, is geheel van de zelfde orde van grootte als de aantrekkingskracht, die zij van de kathode ondervinden.

Is nu het aantal electronen, dat bijna uit den draad kan ontsnappen groot, dan zullen door de aanwezigheid van positieve ionen enkele de kathode verlaten. Een van hen recombineert met het positieve ion, de andere worden door het uitwendige veld naar de anode gevoerd. Verstuiving zal niet optreden, wanneer de recombinatie plaats vindt, alvorens het positieve ion door de aantrekking van de kathode een groote snelheid heeft verkregen.

2. Dergelijke verschijnselen konden wij ook bij de *zelfstandige* ontlading in neon waarnemen. Laat men door het voorschakelen van een zeer grooten weerstand de stroomsterkte in een buis, waarin een zelfstandige ontlading tusschen evenwijdige electroden optreedt, tot nul naderen, dan neemt men waar, dat de ruimte tusschen de electroden afwisselend heldere en donkere laagjes vertoont. Deze bevinden zich op afstanden, die met de ionisatiespanning correspondeeren [1]). Bij vergrooting der stroomsterkte naderen zij de kathode om plotseling in het kathode-glimlicht over te gaan. Men kan nu bij geschikt gekozen weerstand beide ontladingsvormen naast elkaar zien en dan blijkt het, dat het eerste donkere laagje vlak voor de kathode blijft bestaan en dat de volgende laagjes zich samensnoeren in het glimlicht ongeveer zooals in Fig. 1 aangegeven.

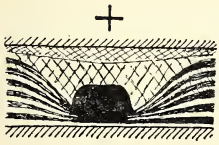


Fig. 1.

[1]) Zie Aston. Proc. Roy. Soc. A (80) 45, 1908.

Neemt men nu aan, wat wel waarschijnlijk is, dat de doorslagspanning het grensgeval van een ontlading met een stroomsterkte 0 voorstelt, dan dringt zich, in verband met vroegere metingen [1]), de voorstelling op, dat ook bij de zelfstandige ontlading de electronen door de positieve ionen uit de kathode gehaald worden en dat ook hier de recombinatie de hoofdfactor is, die het aangroeien der stroomsterkte tegengaat. Was het optreden van een zelfstandige ontlading, gelijk TOWNSEND aanneemt, aan de ionisatie van het gas door positieve ionen te danken, dan zouden de afwisselende heldere en donkere laagjes evenwijdig aan de kathode moeilijk te verklaren zijn.

Komen de electronen evenwel onder invloed van de electrostatische aantrekking der positieve ionen uit de kathode, dan verwachten wij een samenhang tusschen de doorslagspanning en den arbeid die noodig is om de electronen uit het kathodemateriaal te doen uittreden, dus b.v. de constante Φ in de vergelijking van RICHARDSON. Dezen samenhang hebben wij nu inderdaad kunnen aantoonen, voorloopig slechts kwalitatief. Hoe kleiner de waarde van Φ, des te lager de doorslagspanning V_d, wanneer het betreffende materiaal als kathode gebruikt wordt.

Kathode	Φ [2])	V_d
C	4.1	180
Ag	4.1	160
Cu	4.0	150
Fe	3.7	140
Al	3.0	130
Mg	2.7	110
Na	1.8	85

Ook bij de zelfstandige ontlading vinden wij weer, dat verstuiving optreedt, wanneer de stroomdichtheid een bepaalde grens overschrijdt: het ligt voor de hand, dit wederom toe te schrijven aan het feit, dat dan de dichtheid der positieve ionen zoo groot wordt, dat zij niet worden geneutraliseerd alvorens zij onder invloed van hun spiegelbeeldkracht een groote snelheid hebben gekregen. Wij mogen dan verwachten, dat de maximale stroomdichtheid, waarbij nog geen verstuiving optreedt, grooter is bij kathodemateriaal waarvoor de Φ

[1]) Verg. G. HOLST en E. OOSTERHUIS. Versl. Kon. Ak. van Wet. (29) 849. 1920.
[2]) Zie I LANGMUIR. Trans. Am. Elchem. Soc. (29) 125, 1916.

van Richardson klein is, dan bij materiaal waarvoor Φ groot is. Dit blijkt inderdaad het geval te zijn.

Wij willen tenslotte nog opmerken, dat het eigenlijk ook wel voor de hand ligt, dat de positieve ionen de electronen uit het kathodemateriaal en niet uit de gasmolekulen vrijmaken. In het geval van neon en aluminium electroden is er immers een arbeid overeenkomende met 20 Volt noodig, om een electron uit het neon atoom te halen, terwijl er slechts ongeveer 3 Volt noodig is om het uit het aluminium vrij te maken.

Resumeerend vinden we dus, dat een theorie van de doorslagspanning van neon, en waarschijnlijk dus ook van andere gassen rekening moet houden met 2 factoren:

1. de electronen worden door de positieve ionen electrostatisch uit de kathode getrokken;
2. de recombinatie verhindert de toename der stroomsterkte.

Onder verwaarloozing van alle stralingseffecten en onder aanneming van een eenvoudigen samenhang tusschen de snelheid der electronen en het doorloopen potentiaal eenerzijds, de snelheid der positieve ionen en de veldsterkte anderzijds, kan men dan de differentiaalvergelijking voor dit verschijnsel opstellen. Het is ons echter niet gelukt deze op te lossen.

Physiologie. — Mej. L. KAISER: *„Een Spiergeruisch bij Vogels".*

(Aangeboden door de Heeren G. VAN RIJNBERK en H. ZWAARDEMAKER).

Over spiergeruischen bij vogels en over actiestroomen van vogelspieren heb ik geen literatuur kunnen vinden, behalve een voorloopige mededeeling van WEISS [1]), waarop voor zoover mij bekend is tot nog toe geen uitvoerige mededeeling is gevolgd. WEISS registreerde door middel van een zeer dunne membraan het geruisch van den M. pectoralis bij een duif, welke met strychnine was vergiftigd. Hij verkreeg zoo een kromme, waarin de afstand tusschen twee toppen wisselde van $\frac{1}{80}$ tot $\frac{1}{185}$ sec. De actiestroomen van dezelfde spier in gelijke omstandigheden vertoonden uitslagen van een duur van $\frac{1}{85}$—$\frac{1}{170}$ sec., hetgeen met bovenstaande waarden overeenkomt. SCHWARZKOPF [2]) deelt mede, dat hij, in overeenstemming met oudere onderzoekingen van MAREY, RICHET en EXNER, vond, dat voor spieren van vogels (duiven) 70—125 prikkels per sec. noodig zijn om in gladde tetanus te geraken. PÜTTER [3]) geeft als grootst mogelijk aantal afzonderlijke samentrekkingen voor vogelspieren 70—80 per sec. aan,

EWALD [4]) heeft een trilling beschreven, welke hij bij duiven en bij enkele andere vogels waarnam aan den bovenrand van de orbita en aan den oogbol. Hij schrijft deze trilling toe aan het tegelijkertijd contraheeren van twee antagonisten: de beide obliqui, en noemt het verschijnsel „Augenschwingen". Door een hefboom op den kop van de duif te bevestigen en te laten rusten op den bovenrand van de orbita, en ook door een dubbele naald met schrijfinrichting in het oog te steken, slaagde EWALD er in, het verschijnsel op te schrijven. De op beide wijzen verkregen krommen komen geheel met elkaar overeen: de frequentie der uitslagen is 25—30 per sec.

Ditzelfde verschijnsel werd door mij aan een nader onderzoek onderworpen.

De trilling, die over den geheelen kop te voelen is, is ook voor het gehoor zeer duidelijk waarneembaar: een phonendoscoop op

---

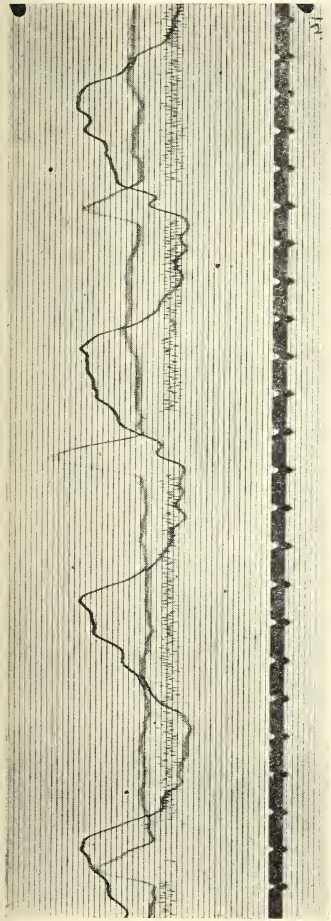
[1]) Centralblatt f. Physiol. Bd. 26. 1912.

[2]) Pflüger's Archiv. Bd. 121. 1908.

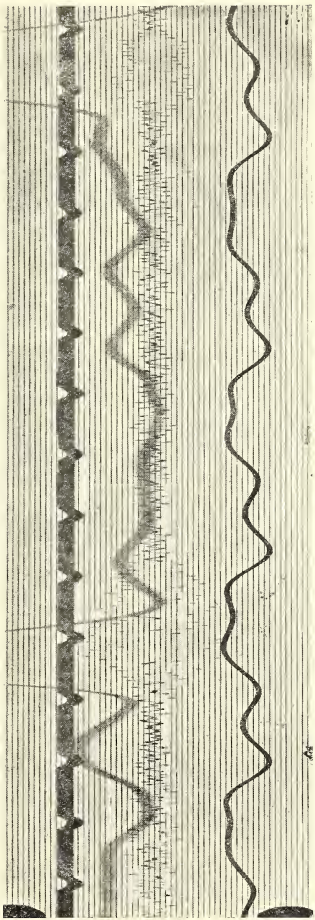
[3]) A. PÜTTER, Vergleichende Physiologie, 1912.

[4]) Archiv. f. experiment. Pathol. u. Pharmakol. Suppl. 1908. Festschrift SCHMIEDEBERG.

den kop van de duif geplaatst, brengt een luid geruisch over, waarin een lage, vrij zuivere toon gemakkelijk te onderscheiden is. Ook



Figuur 1.



Figuur 2.

zonder toestel, door den kop van den vogel tegen het oor te plaatsen, kan men het geluid voldoende waarnemen.

Door dit geruisch over te brengen op de snaar van den snaargalvanometer, door middel van een microphoon, werden de volgende krommen verkregen (Fig. 1 en 2).

Behalve de snaarbeweging, *S*, werden in deze figuren geregistreerd de ademhaling, *A*, en de oogknipbeweging, *O*. Het blijkt, dat het geruisch onafhankelijk is van de ademhaling, terwijl samenhang ervan met het oogknippen valt waar te nemen. Zooals elders uitvoerig zal worden uiteengezet, wordt het geruisch waarschijnlijk veroorzaakt door gelijktijdige samentrekking van de verschillende uitwendige oogspieren. De snaaruitslag was regelmatig en gewoonlijk vrij sterk. De frequentie was steeds ongeveer 17 in $\frac{1}{5}''$ d. i. ongeveer 85 per sec.

Daargelaten, dat men het niet eens is over de mate van samenhang tusschen de hoogte van den spiertoon en het aantal impulsen, dat aan de spier wordt medegedeeld, en evenmin over den samenhang van de prikkelfrequentie, welke noodig is om een spier in tetanus te brengen, en de frequentie der impulsen bij willekeurige samentrekking, zou in dit geval het getal 85 zeer goed overeenkomen met de opgaven van Schwarzkopf en Pütter betreffende het aantal prikkels, dat noodig is om een vogelspier in tetanus te brengen, terwijl het ook met de getallen, die Weiss voor de strychninecontractie vond, wel in overeenstemming is.

Plantkunde. — D. Tollenaar en A. H. Blaauw: *„Licht- en donker-adaptatie van een plantencel".*

Nu eenmaal gebleken is, dat de lengtegroei van plantaardige organen in den regel een zeer karakteristieke reactie vertoont op den lichtprikkel, bezitten wij in deze photogroeireactie een uitnemend criterium voor de elementaire bestudeering der lichtgevoeligheid. Wij hebben in dit onderzoek, waarvan alle proeven door den Heer Tollenaar zijn uitgevoerd, de studie voortgezet omtrent de wijze waarop de lichtgevoeligheid van een afzonderlijke cel, den sporangiumdrager van *Phycomyces nitens,* zich manifesteert in de groeireactie. Het is reeds bekend hoe de reacties verloopen wanneer vaste hoeveelheden licht van $^1/_4$ M.K.S. tot 2 mill. M.K.S. in korten tijd worden toegediend aan cellen die in het donker staan (zie Licht u. Wachstum I). Eveneens hoe de groeireactie is, wanneer de aan donker geadapteerde cel met blijvend licht, bijv. van 1,64 of 4000 M.K. bestraald wordt (zie Licht u. Wachstum III). In 64 M.K. bijv. ziet men groeiversnelling en -vertraging met elkaar afwisselen en allengs met elkaar in evenwicht komen. Is na deze lichtadaptatie de groei weer constant geworden, dan blijkt deze in 64 M.K. eenige procenten sneller te verloopen dan bij de aan donker geadapteerde cel.

I. *Wordt ook omgekeerd de groei weer eenige procenten geringer wanneer de cel na lichtadaptatie in* $1^1/_2$ *à* 2 *uur weder volledig aan het donker geadapteerd is?*

Alle proeven in dit onderzoek zijn genomen bij 16° C., de belichtingen geschiedden horizontaal 4-zijdig. Voor de culturen werden + stammen gebruikt.

Contrôle-proeven. Deze zijn noodig daar de groei der cellen in den loop van 2 uur wel iets in snelheid kan veranderen ook al blijft de belichting hetzelfde, door toevallige oorzaken of bijv. doordat de groei nog stijgende of reeds afnemende is. Bij cellen die aangepast zijn aan 64 M.K. verschilde de groeisnelheid na 2 uur respect.: -1, $+3^1/_2$, $+1$, -1, $-7^1/_2$, $+7^1/_2$, $-2^1/_2$, $-1^1/_2$, -7, -5, $+3$, 0, $+1$, $+1^1/_2$, $+4$ %, gemiddeld $-0{,}27$ procent, m.a.w. na aanpassing aan 64 M.K. (in 2 uur) bleef de groei in de volgende 2 uur in 64 M.K. gemiddeld dezelfde.

Proeven. 4 Cellen geadapteerd aan 64 M.K. en daarna in donker

gelaten, vertoonen na adaptatie aan donker (na $1^1/_2$ à 2 uur) een groeiverandering van — 6,0 % (± 0,53); 14 cellen uit een andere reeks proeven — 7,5 % (± 1,2). Van deze 18 cellen was na 2 uur verblijf in donker bij één de groei toegenomen, bij twee de groei dezelfde, bij 15 de groei verminderd.

De cellen uit donker, na een paar uur aan licht van 64 M.K. geadapteerd, groeien eenige procenten sneller dan in donker; wor-

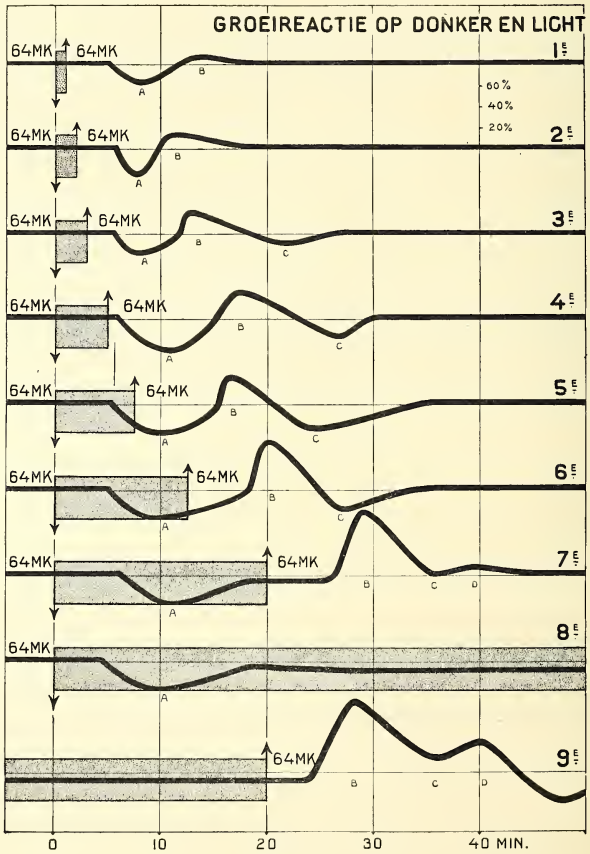


Fig. 1.

den ze weer in donker gelaten, zoo groeien ze na donker-adaptatie weder constant 4 à 10 % langzamer.

II. *Roept donker bij een aan het licht geadapteerde cel een groeireactie te voorschijn, m.a.w. werkt donker dan als een prikkel, of is deze groeidaling van 4 à 10% in donker zeer geleidelijk?*

Proeven. Wordt de aan 64 M.K. geadapteerde cel blijvend donker gemaakt, zoo begint na $3^1/_2$—$5^1/_2$ min. een groeivermindering, zoodat na 8—$11^1/_2$ min. de snelheid tot ± 73% gedaald is; daarna volgt een stijging, waarbij na $15^1/_2$—$18^1/_2$ min. de snelheid in licht weer ongeveer bereikt wordt ($98^1/_2$ %), om opnieuw een weinig te dalen en langzamerhand constant te worden op ± 93 % van de groeisnelheid in 64 M.K. (Zie Fig. 1, 8e curve).

Er heeft dus door het ophouden van den energietoevoer een evenwichtsverstoring plaats, zoodat een typische prikkelreactie optreedt, welke tegengesteld is aan de lichtgroeireactie. Was na het donker maken de groei *geleidelijk* weer afgenomen tot zijn donkerwaarde, dan zou men bezwaarlijk van een prikkelreactie hebben kunnen spreken. Nu er een reactietijd van $3^1/_2$– $5^1/_2$ min. altijd optreedt, evenals bij de lichtgroeireactie, en door den donker-inval een duidelijke *evenwichtsverstoring* optreedt, die in de *groeischommeling* zich uit, kunnen wij hier spreken van een typische *prikkelreactie.*

Voor een aan constant licht geadapteerde cel werkt donker (plotseling ophouden van den lichttoevoer) als een prikkel. Gedurende eenige minuten blijft de lichtgroeisnelheid in 't donker gehandhaafd, daarna treedt plotseling een reactie op, tegengesteld aan die welke het licht veroorzaakt.

Reacties op donker en ook op lichtvermindering zijn reeds door Sierp vastgesteld voor *Avena.* De lichtgroeireactie van *Avena* is in hoofdzaak een groeivertraging; de reacties die Sierp waarnam op donker en licht-vermindering waren groeiversnellingen. Het lijkt mij geen bezwaar voor dit verschijnsel den naam *donkergroeireactie* te gebruiken, gelijk Sierp met eenige reserve voorstelt, mits men een ruime beteekenis hecht aan het begrip licht- en donkergroeireactie, namelijk een groeireactie tengevolge van lichtvermeerdering resp. lichtvermindering.

De mensch constateert het resultaat van de lichtwerking op het netvlies aan zichzelf véél sneller door zijn helderheidsindrukken, dan wij door de groeiverandering van deze cel het resultaat kunnen aflezen van den lichtprikkel op de stofwisseling in die cel. Bovendien verloopen die processen hier bij 16° C., bij den mensch bij 37° C.

Toch meenen wij dat er alle aanleiding bestaat overeenkomst te zien tusschen de reactiewijze van de plantencel *op donker* èn het optreden van een positief nabeeld, gevolgd door het optreden van *negatieve nabeelden* onder bepaalde omstandigheden bij het oog. Ook dáár na het invallen van het donker een schommeling van den helderheids-indruk, waarbij de helderheids- of beter donkerheids-indruk, bij het negatieve nabeeld, aanvankelijk kan dalen *beneden* de normale duisternis (of z.g. eigen-licht) van het aan donker geadapteerde oog. De nabeelden zijn op die wijze op te vatten als een evenwichtsverstoring van het aan licht aangepast gezichtsapparaat door het intreden van donker (= door het opheffen van den energietoevoer). Men lette vooral op die negatieve nabeelden, welke 2 à 4 minuten na sterke langdurige belichting bij ons oog optreden.

III. *Hoe verloopt deze donker-groeireactie, wanneer de cel niet in* 64 *M.K., maar aan geringer intensiteit aangepast is?*

Proeven. Er werden proeven genomen in 8—1—$^1/_8$— $^1/_{64}$ en $^1/_{512}$ M.K. In 8 M.K. was het groeiminimum gemiddeld 67°/₀. Het blijkt dan verder, dat de groei ook na geringer intensiteiten van 1 en $^1/_8$ M.K. nog tot ongeveer dezelfde waarde daalt n.l. tot ± 75°/₀. Wel treedt de reactie — evenals bij de gewone lichtgroeireactie na zwakker prikkels — nu *later* op. De maximale daling is van 8$^1/_2$—11 min. na 64 M.K. en 8 M.K., verschoven tot 11—14 minuten na $^1/_8$ M.K. Na nog geringer intensiteit van $^1/_{64}$ M.K. daalt de groei slechts tot ± 85°/₀, na $^1/_{512}$ M.K. tot ± 89°/₀. Pas na deze geringe intensiteiten wordt dus de donkergroeireactie duidelijk kleiner, het minimum blijft daarbij, evenals na $^1/_8$ M.K., bij 11—14 min. nà het begin van 't donker maken.

Het blijkt bij deze en andere proeven evenals vroeger, dat de *tijdstippen* waarop maxima en minima optreden in de proeven bij de verschillende individuen bijzonder constant zijn. Vooral bij drempelbepalingen, wanneer men nauwelijks met zekerheid kan zeggen of uit een grooter of kleiner getal nog tot een groeivermeerdering resp. vermindering mag besloten worden, geeft de vastheid der tijdstippen, waarop de verschijnselen optreden, een grooten steun bij het constateeren van het al of niet optreden eener werkelijke reactie. Wij willen er in dit verband op wijzen, dat ook Grünberg (1913) in zijn studie over negatieve nabeelden getroffen werd door de bijzondere vastheid van de tijdstippen waarop de nabeelden intreden.

IV. *Wanneer de cel na adaptatie aan* 64 *M.K. nu niet blijvend*

in donker komt, maar het licht korter tijd onderbroken wordt, hoe zal dan de donkergroeireactie verloopen?

Proeven. Het licht van 64 M.K. werd in de verschillende proefnemingen gedurende 1, 2, 3, 5, 7½, 12½ en 20 minuten onderbroken door donker. Samengevat is het resultaat in de volgende tabel, waarin de hoofdmomenten zijn aangegeven, terwijl fig. 1 curve 1—7 het gemiddeld verloop aanschouwelijk maakt.

TABEL I. Groei-reactie van cellen, geadapteerd aan 64 M.K., tengevolge van verschillende tijden donker.

Verduistering gedurende	Begin v. d. Reactie in min. na begin verduistering	Minimum groei		Max. groei		2e min.	
		na	in proc. v. d. groei in 64 M.K.	na	in proc.	na	in proc.
1 *min.*	4 —6½	7 — 9	85½ proc.	11½—14	103½ proc.	—	—
2 *min.*	5 —6½	7 — 8½	77½ „	10 —12	112 „	—	—
3 *min.*	4½—6½	7 — 9	83½ „	11½—13	118 „	19½—23	93 pr.
5 *min.*	5 —7	10 —12	74½ „	15½ 18½	124 „	25 —28	85 „
7½ *min.*	4½—6½	8 —10½	70 „	15 —17	126 „	22½—24½	79 „
12½ *min.*	4 —6½	8 —10	72 „	19 —21	145 „	26½—28	84 „
20 *min.*	5 —7½	10½—12½	74½ „	28 —29½	163 „	34½—37½	99 „
Blijvend	3½—5½	8½—11	75 „	(15½ 18½)	(98½ „)	± 94 proc. blijvend	

In verband met fig. 1 valt nu het volgende op te merken. *Ook korte tijden donker roepen een typische donker-groeireactie te voorschijn.* Bij de korte verduistering van 1, 2, 3 minuten trof het ons reeds dat daarbij nà het minimum een steeds hooger wordend maximum volgt. (Zie vooral ook de tabel). Bleef de cel in donker dan was er ook na het minimum een groeitoename tot even boven de definitieve donkergroeisnelheid te constateeren, zooals reeds *te voren* was vastgesteld. Maar nu wij *kort* verduisterden trad een maximum op, dat des te grooter wordt naar mate wij de verduistering langer lieten duren, d. w. z. naar mate wij het weer lichtmaken langer uitstelden.

Het bleek nu, *dat een tijdelijke verduistering twee opeenvolgende reacties veroorzaakt,* resp. een donkergroeireactie en een lichtgroeireactie.

In de opeenvolgende proeven blijft de *donkergroeireactie* in hoofdzaak op dezelfde plek liggen (zie fig. 1 en tabel I) na 8—12 min. Alleen waar de verduistering na 1, 2, 3 minuten, dus zeer spoedig

weer door licht vervangen wordt, kan de donkergroeireactie zich niet ten volle ontwikkelen: de groeivertraging wordt vroeger weer omgezet in groeitoename, zoodat *het minimum geringer is* ($77^1/_2$—$85^1/_2$ % in plaats van 70—75 %) *en daardoor iets vroeger schijnt te liggen* (na 7—9 min. in plaats van 8—12 min.).

Het begin en het maximum van de lichtgroeireactie daarentegen ziet men bij langer verduistering later optreden, daarmee demonstreerend dat het de reactie is op het weer licht maken. Het maximum werd bij 1, 2, 3, 5, $7^1/_2$, $12^1/_2$, 20 minuten verduistering gevonden resp. op $10^1/_2$—13, 8—10, $8^1/_2$—10, $10^1/_2$—$13^1/_2$, $7^1/_2$—$9^1/_2$, $6^1/_2$—$8^1/_2$, 8—$9^1/_2$ minuut na het weer licht maken, terwijl dit maximum bij volkomen donkeraanpassing (zie Licht u. Wachstum III p. 102) ook op 7—$8^1/_2$ minuut na den aanvang van 64 M.K. gevonden is. Deze laatste reactie is ter vergelijking als 9e curve aan fig. 1 toegevoegd. Daaruit ziet men dat het eerste maximum, ja zelfs de daaropvolgende inzinking en een tweede maximum destijds (1918) in blijvend 64 M.K. geconstateerd, nu (1920) ook weer optrad na slechts 20 minuten verduistering. De opeenvolgende curven toonen aan, hoe men door het steeds langer nemen van de donkere periode in staat is *de reactie op een kortdurende verduistering te analyseeren (uit een te leggen) in een donkergroeireactie (A), gevolg van donker-inval, en een lichtgroeireactie (B—C—D), gevolg van het weer licht maken.*

Inmiddels heeft ook Sierp (1921) bij *Avena* de groeireactie door korte donkerperioden nagegaan. In dit résumé moeten wij volstaan met daarnaar te verwijzen.

Hoewel de overgang van donker op licht (64 M.K.) in de opeenvolgende proeven telkens in physischen zin even groot is heeft deze overgang een steeds grooter maximum bij den groei tengevolge (resp. $103^1/_2$—112—118—124—126—145 en 163 %), naar gelang de cel langer verduisterd is geweest. Reeds hierdoor wordt gedemonstreerd, dat de cel aangepast aan 64 M.K. sterk in gevoeligheid gedaald is en dat de gevoeligheid na het donker maken reeds van af de eerste minuten zeer snel weer toeneemt. Deze *donkeradaptatie* (= verdwijnen van de licht-adaptatie) blijkt verder uit de volgende onderzoekingen.

V. *De adaptatie van een aan licht gewende cel aan donker* kan men aantoonen op twee wijzen: *A.* door op verschillende tijden na het verduisteren telkens eenzelfde hoeveelheid licht te laten inwerken en na te gaan hoe de reactie op dezen lichtprikkel toeneemt naarmate de cel langer in donker heeft gestaan; *B.* door te bepalen hoe groot de prikkeldrempel is op verschillende tijden na het donker maken.

Proeven A[1]. Toegediend werd een hoeveelheid van 256 M.K.S. (in 4 sec.) aan cellen, die aangepast waren aan 64 M.K. op verschillenden tijd na het begin van het verduisteren. Zie Tabel II en Fig. 2 curven 1, 2, 3, 4, 5. De eerste ± 15 minuten nà het verduisteren heeft

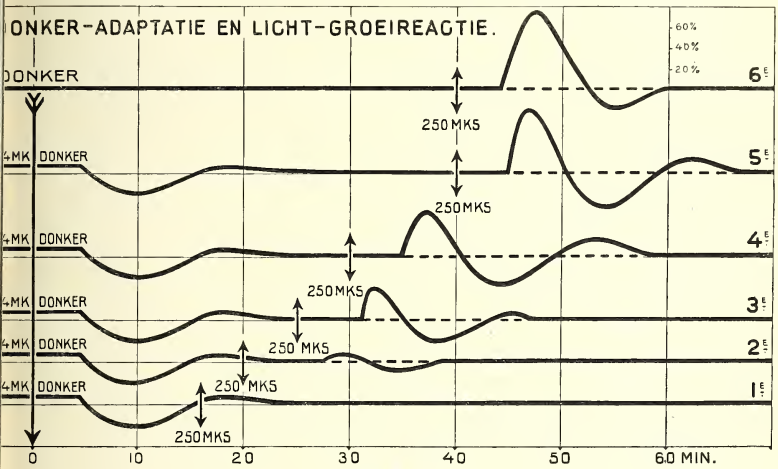


Fig. 2.

256 M.K.S. geen uitwerking op het groeiverloop (curve 1), terwijl deze hoeveelheid toch een maximale reactie opwekt bij donker-adaptatie (curve 6).

TABEL II. Reactie op 256 M.K.S. van cellen, die aan 64 M.K. waren geadapteerd, op verschillende tijdstippen na het verduisteren.

250 M.K.S. toegediend na:	Begin der reactie in min. na belichting met 250 M.K.S.	Maximum		Minimum		2e max.	
		na min.	In proc. v. d. groei in donker	na min.	in proc.	na min.	in proc.
20 min.	6½—8½	8 —10 m.	107½	13½—15½	96	—	—
25 min.	5½—7	6 — 7½ „	132	12½—14½	83	19 —21½	105
30 min.	4 - 6	6½— 8 „	144	12½—15½	74	21½—24½	116
40 min.	4 —6	6 — 7½ „	160	12½—15	69½	20 —23½	112½
2 uur (volledige adaptatie)	4 —5½	6½— 8½ „	176	14 —16	83½	—	—

Tab. II en fig. 2 vertoonen duidelijk de toenemende adaptatie door het toenemen der reactie na langer verduistering. Fig. 2 vertoont natuurlijk telkens eerst de donkergroeireactie, die in Tab. II is weggelaten.

Zal door belichting met 1400 *M.K.S. de reactie reeds vroeger intreden dan door* 256 *M.K.S.?* Dit is niet met zekerheid te zeggen, want aan donker-geadapteerde cellen reageeren op 256 M.K.S. *uiterlijk* in groei sterker dan op 1400 M.K.S. Bovendien is het de vraag of in de periode van de donkergroeireactie een lichtreactie is op te wekken.

Proeven A^2. In de eerste ± 5 min. na het verduisteren heeft 1400 M.K.S. geen effect (*zie curve* 1 *van fig.* 3), zoodat de donkerreactie gewoon verloopt. Maar na $6^1/_2$ min. toegediend, treedt reeds lichtgroeireactie op, die dus in de donkergroeireactie ingrijpt. Zie

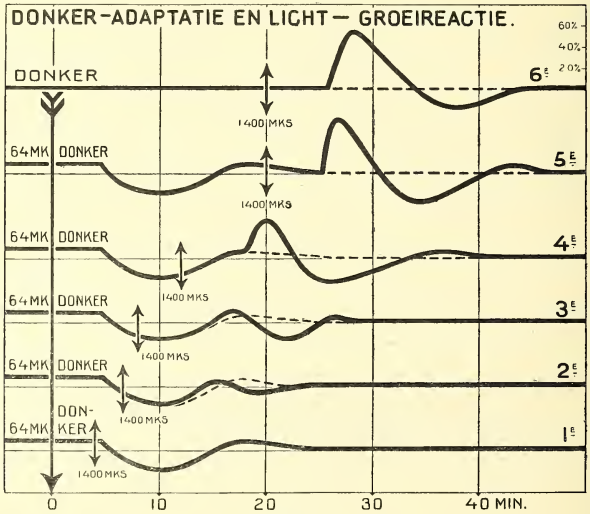


Fig. 3.

verder fig. 3 en Tab. III. Daaruit blijkt op dezelfde wijze als bij 256 M.K.S.-toediening, dat de reactie sterker wordt naarmate de cel verder geadapteerd is aan donker. Gestippeld is in de fig. 2 en 3 het verloop van den groei indien de latere lichtprikkel niet was toegediend. Opvallend is vooral het plotseling scherp overgaan in de lichtgroeireactie (zie 3e en 2e curve). Na 20 min. verduistering is de reactie op 1400 M.K.S. reeds ver genaderd tot de reactie van

aan donker geadapteerde cellen, welke in de zesde curve van fig. 3 ter vergelijking is bijgevoegd.

TABEL III. Reactie op 1400 M.K.S. van cellen, die aan 64 M.K. waren geadapteerd op verschillende tijdstippen na het verduisteren.

1400 M.KS. toegediend na:	Begin der reactie in min. na belichting met 1400 M.K.S.	maximum		minimum	
		na	in proc. v. d. groei in donker	na	in proc.
6½ min.	5½—7½	7½ 9½ min.	102	11½—13½ m.	98
8 „	6 —8	7 —10 „	110	13 —15 „	86
12 „	5 —7	6 —8 „	133	12 —14 „	78½
20 „	4½—6½	5½—7½ „	148	12½—15 „	73
2 uur (volledige adapt.)	5 —7	7¼—9¼ „	152	17 —19½ „	85

In de proeven van Tab. II en III is dus het verloop der donkeradaptatie — gevoeligheidstoename — door de procenten van de bereikte groeimaxima *eenigszins* aanschouwelijk gemaakt. Toch is daarin *niet* uitgedrukt de quantitatieve verhouding der *gevoeligheid* op verschillende tijdstippen van het adaptatieproces, maar de stijging van de reactiesterkte, die het gevolg is van die toegenomen gevoeligheid. Maar het is belangrijker de toename van de gevoeligheid zèlf quantitatief uit te drukken en daarvoor is noodig het bepalen van de hoeveelheden licht die op verschillende tijdstippen van het adaptatieproces *eenzelfde effect* bewerken ten einde de gevoeligheid daarmeê omgekeerd evenredig te stellen. Wij kiezen daarvoor liefst het minimum effect, dat nog voor ons is waar te nemen, dat wil zeggen de grens of minimum-hoeveelheid waarbij de lichtgroeireactie te voorschijn treedt of met het klassieke woord de prikkeldrempels. Daar het allen indruk maakt, dat het effect van de lichtwerking in de cel bij toenemende prikkels geleidelijk als groeireactie te voorschijn treedt en toeneemt, zij men bij dit — en waarschijnlijk bij zeer vele! — prikkelprocessen voorzichtig met de tendens, die er in het woord drempel ligt. Gemakshalve zullen wij het woord hier wel gebruiken met die reserve.

Proeven B. Om een vergelijking te kunnen maken met de gevoeligheid van de cel nog volkomen geadapteerd aan 64 M.K., werd de prikkeldrempel bepaald bij cellen staande in 64 M.K. Werd 2000 M.K.S. extra toegediend dan trad geen spoor van een reactie

op; werd 3000 M.K.S. (500 M.K. × 6 S.) gegeven, dan trad in 1 van de 6 proeven een zwakke reactie op; bij 4000 M.K.S. (1000 M.K. × 4 S.) vertoonen 5 cellen alle een duidelijke reactie. *De drempel ligt dus voor* 64 *M.K. tusschen* 3000 *en* 4000, *dus bij* ± 3500 *M.K.S.*

Toegediend werd nu verder in donker 2000 M.K.S. (500 M.K. × 4 S.), 256 M.K.S. (64 M.K. × 4 S.), 32 M.K.S. (8 M.K. × 4 S.), 4 M.K.S. (1 M.K. × 4 S.), $^1/_2$ M.K.S. ($^1/_8$ M.K. × 4 S.), $^1/_{16}$ M.K.S. ($^1/_{80}$ M.K. × 5 S.) en bepaald op welke tijdstippen deze hoeveelheden drempelwaarde zijn. Bovendien werd de drempelwaarde bij volledige donkeradaptie bepaald. Het was ons gebleken, dat deze nog vrij wat lager lag dan de kleinste hoeveelheid ($^1/_4$ M.K.S.) waarmee destijds was gewerkt (zie Licht u. Wachstum I).

De grens- of drempel-waarde voor de photogroeireactie van deze aan donker geadapteerde cellen ligt bij ongeveer $^1/_{100}$ *M.K.S.* Dat is een hoeveelheid veel lager dan die waarbij tot dusver plantaardige reacties geconstateerd zijn. Ook bij geringer hoeveelheid werd nog wel een reactie soms waargenomen, maar in het donker is de grens zeer vaag vast te stellen, daar bij sterk dalende prikkelhoeveelheid het groeieffect slechts langzaam afneemt, ongeveer volgens de derde-machtswortel van de prikkelhoeveelheid (zie L. u. W. I, welk punt wij nader nog zullen uitwerken). Het blijkt dus reeds, dat *de cel in donker* ± 350.000 *maal gevoeliger is voor den lichtprikkel dan geadapteerd aan* 64 *M.K.*

Tabel IV geeft een overzicht van het adaptatieverloop vanaf 64 M.K. aan donker.

TABEL IV. Adaptatieverloop of toename der gevoeligheid na opheffing der 64 M.K.-belichting.

		Grenswaarde	Verhouding der gevoeligheid
In 64 M.K.		± 3500 M.K.S.	1
na 5 Min.	13 Min.	2000 „	1.75
na 18 Min.	10½ Min.	256 „	13.6
na 28½ Min.	12½ Min.	32 „	109
na 41 Min.	14 Min.	4 „	875
na 55 Min.	15 Min.	½ „	7000
na 70 Min.		$^1/_{16}$ „	56.000
Aan donker geadapteerd (na 90—120 min.)		± $^1/_{100}$ „	350.000

In de eerste plaats bleek, dat ook nadat de donkergroeireactie is afgeloopen en de groei na ± 30 min. vrijwel weer constant is geworden, inwendig in de stofwisseling het donkerevenwicht nog lang niet is bereikt en pas na anderhalf tot twee uur hersteld is.

Tijdens het adaptatieproces zijn de tijdstippen vrij scherp te bepalen voor een vaste lichtportie als drempel. Bijv. 32 M.K.S. gaf na 25, na 26, na 27 min. geen reacties, na 28½ minuut reageerden drie wel, één niet. In verband ook met fig. 2 en 3 over de verdere toename der reactie, zien wij dus dat de groeireactie snel „opduikt" als eenmaal de adaptatie ver genoeg is gevorderd voor die lichtportie. Is de donkeradaptatie echter grootendeels bereikt, dan zijn die tijdgrenzen flauwer, daar de gevoeligheid ten slotte niet meer zoo haastig toeneemt als tijdens het volle adaptatieproces.

Omtrent de snelheid waarmee de gevoeligheid toeneemt en tot de eind- of donkergevoeligheid stijgt, kan men zich een denkbeeld vormen door in de tabel op te merken dat van 5 tot 70 min., dus *over het allergrootste deel van het adaptatieproces respect. in* 13, 10½, 12½, 14 *en* 15 *min. de gevoeligheid telkens achtmaal zoo groot wordt.* Tusschen 18 en 28½ minuut schijnt de *meetkundige stijging* dus wel het sterkst te zijn, tusschen 0 en 5 min. is zij meetkundig nog iets zwakker dan tusschen 5 en 18 min. Door in een coördinatenstelsel als abscissen de tijden, als ordinaten de logarithmen der gevoeligheidsgetallen af te zetten (zie fig. 4), kan

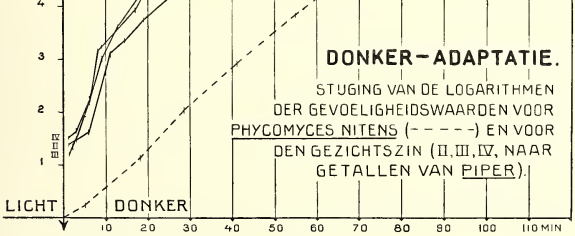


Fig. 4.

men omtrent de meetkundige toename der gevoeligheid gedurende de adaptatie een goed beeld zich vormen. Ook is in die figuur nog de logarithme afgezet van de gevoeligheidswaarde, die na volledige

donkeradaptatie na $1^1/_2$ à 2 uur tenslotte bereikt wordt. Wanneer men als ordinaten echter de gevoeligheid zelf afzet, dan geeft de steilte van de curve de mate der rekenkundige toename der gevoeligheid, gelijk PIPER (1903) dit uitvoert en beredeneert voor de adaptatie van den gezichtszin.

Wanneer wij de adaptatie dezer cellen dus op de wijze van PIPER graphisch zouden voorstellen, zou het den indruk wekken (zie Tab. IV), dat er in de eerste 30 min. slechts een uiterst geringe adaptatie is, dat na 70 min. pas $^1/_7$ van de donkeradaptatie is afgeloopen en pas daarna de adaptatie het snelst verloopt (curve het steilst). Rekent men PIPERS adaptatiecurven om, door de logarithmen der gevoeligheidswaarden af te zetten in plaats van de gevoeligheden zelf en vergelijkt deze met dezelfde voorstelling voor de cel, dan vindt men de sterkste gevoeligheidsstijging bij den mensch vroeger dan in PIPERS beschouwing en ziet men pas recht dat het adaptatieproces van onzen gezichtsindruk meetkundig niet zoo eenvoudig verloopt als bij deze cellen. Voor een 3-tal curven van gemiddeld verloop (II, III en IV van PIPERS waarnemers) is in fig. 4 de logarithme der gevoeligheidswaarden afgezet. Men kan er in hoofdzaak 4 phasen in onderscheiden: een tamelijk snelle (eerste 3—6 min.), een zeer snelle (3 à 6 tot 8 à 12 min.), een tamelijk snelle (8 à 12 tot 20 à 27 min.) en een zeer langzame (na 20 à 27 min.). Bij vergelijking maakt het den indruk, dat wij bij de cel-adaptatie met een enkelvoudiger proces te doen hebben al zijn dezelfde phasen wellicht heel zwak te onderscheiden.

Wij moeten hier nog aan toevoegen, dat wij de drempels bij deze cellen bepaalden met vaste *hoeveelheden* licht, terwijl voor het menschelijk oog slechts *intensiteits*-drempels zijn bepaald. Dat bemoeilijkt de vergelijking. Bepaling van quantiteits-drempels voor het oog zou wellicht het adaptatieverloop anders en zuiverder afbeelden. Bovendien is het verkeerd dat PIPER niet *precies de intensiteit* opgeeft waarmee het oog van te voren werd bestraald, dat hij zijn eerste waarnemingen pas na ongeveer 1 minuut donker begint zonder een waarneming *in* licht en deze eerste waarneming als *nul*-punt in zijn curven neemt.

Tenslotte kunnen wij opmerken, dat de *adaptatie-breedte* bij deze cellen 1 : 350.000 is. Bij den mensch is ze volgens PIPER slechts 1 : 2 à 8000; door de intensiteits-drempelmeting, en de niet goed opgegeven aanvangsintensiteit is een volkomen vergelijking echter niet wel mogelijk, al schijnt ze wel zeer veel geringer dan bij de *Phycomyces*-cellen.

VI. Nadat bij het onderzoek over de adaptatie aan donker reeds gebleken was dat de lichtgevoeligheid staande in 64 M.K. 350.000 maal geringer is dan in donker, konden wij ons verder afvragen hoe de adaptatie verloopt, wanneer de cel aan geringer of sterker licht te voren geadapteerd is. Wij hebben ons voorloopig echter moeten beperken tot de vraag: *Hoeveel verandert de stemming of gevoeligheidsgraad, wanneer de cellen geadapteerd zijn aan verschillende lichtintensiteiten?*

Proeven. Na een verblijf van minstens 2 uur in verschillende intensiteiten werd bepaald, welke lichthoeveelheid nog juist een lichtgroeireactie te voorschijn roept, terwijl de cellen in die intensiteit blijven staan. In Tab. V vindt men het resultaat dezer proeven zeer kort samengevat.

TABEL V. Verhouding der gevoeligheid na adaptatie aan verschillende intensiteiten.

Aangepast aan	Grenswaarde	Verhouding der gevoeligheid
64 M.K.	3000—4000 M.K.S.	1
8 „	200 — 400 „	8,75—17,5
1 „	25— 50 „	70—140
$^1/_8$ „	3— 6 „	580—1160
$^1/_{64}$ „	0,4— 0,8 „	4375—8750
$^1/_{512}$ „	0,1— 0,2 „	17.500—35.000
Donker	± 0,01 „	± 350.000

Nu blijkt het, dat voor intensiteiten van $^1/_{64}$ M.K. tot 8 M.K. de gevoeligheid afneemt evenredig met de intensiteit, waaraan de cel is aangepast. In 64 M.K. schijnt de gevoeligheid nog sterker te zijn gedaald, dan volgens dezen regel zou te verwachten zijn. Tot de allerlaagste intensiteiten zou deze regel ook niet kunnen opgaan, daar dan in donker de gevoeligheid oneindig groot zou worden. Wij zien dan ook ten slotte dat in $^1/_{512}$ M.K. de gevoeligheid in vergelijking met $^1/_{64}$ niet 8-maal, maar slechts 4-maal meer is toegenomen. Toch is het reeds opvallend, dat ze tot $^1/_{64}$ M.K. nog geldig is.

Men zou licht geneigd zijn zonder meer aan te nemen, dat men hier met de *Wet van* Weber te doen heeft. Toch moeten wij hier voorzichtig zijn met een vergelijking. Wij hebben hier het zeer elementaire geval van één enkele cel en hebben daarvoor het volgende aangetoond.

Wanneer de groei van Phycomyces-cellen is aangepast aan intensiteiten van $^1/_{64}$ tot 8 M.K., dan stijgt het *kwantum* licht dat nog een groeireactie te voorschijn roept (de „prikkeldrempel") evenredig met die intensiteit.

Bij het verifieeren van de *Wet van* Weber worden twee prikkels met elkaar vergeleken die wel ongelijk zijn maar op gelijke wijze worden toegediend en de verhouding vastgesteld, die nog als verschillend wordt waargenomen. Hier echter is de cel aangepast aan een intensiteit en wordt eenvoudig het *kwantum* prikkel bepaald, dat — in korten tijd toegediend — prikkeldrempel is bij die adaptatie. De cel is dus aan den eenen prikkel aangepast, terwijl de andere prikkel snel als portie wordt toegediend. Feitelijk is dat een andere en meer elementaire proef dan de vergelijking van twee intensiteiten. Daar echter de verkregen regel zoozeer herinnert aan de *Wet van* Weber voor de vergelijking van twee intensiteiten is het zeer waarschijnlijk dat wij principieel met hetzelfde verschijnsel te doen hebben. Niet in dien zin dat bij de lichtgevoeligheid van deze enkele cel van eenigen psychischen toestand of onderscheidingsvermogen sprake zou wezen, maar omgekeerd, dat deze psychophysische regels voor het menschelijk waarnemingsvermogen in den grond ook berusten op enkelvoudiger reacties in de afzonderlijke cellen op welke reeds die regels van toepassing zijn.

Het verdient verder nog de aandacht, ook met het oog op proefnemingen en opstelling in zoogenaamd zwak licht, *dat dus in een zoo geringe intensiteit als* $^1/_{512}$ *meterkaars deze cellen reeds* ± 15 *maal minder gevoelig zijn dan in donker.*

Na deze kwantitatieve metingen van de adaptatie of stemmingsverandering moeten wij nog op het volgende den nadruk leggen. Terwijl de groei bijv. in 64 MK. slechts 6 à 7% meer is dan in donker, zoodat zulk een cel aan haar groei overigens in 't geheel niet is te onderscheiden van een cel in donker, is er toch na lichtadaptatie innerlijk een geheel andere toestand, een andere *„stemming"* voorhanden. Want dat blijkt direct aan het kwantum licht dat men noodig heeft om zulk een aan licht geadapteerde cel te bewegen tot een lichtgroeireactie. De stemming (adaptatietoestand of gevoeligheidsgraad) is geheel anders en juist in deze groeireactie treedt het verschijnsel der adaptatie in veel zuiverder vorm op dan bij de phototropie.

De reeds bij de phototropie aan den dag komende en veel be-

studeerde stemmingsverschijnselen [zie bijv. Blaauw (1909), Pringsheim (1909), vooral Arisz (1915), Bremekamp (1918), v. d. Sande Bakhuyzen (1920)] tengevolge van langere belichtingen mogen dus niet opgevat worden uitsluitend als een gevolg van het verloop der groeireacties.

Het is volkomen juist dat een deel van de *phototropische* „stemmings"-verschijnselen is op te lossen als een gevolg van het groeiverloop aan voor- en achterkant (zie v. d. Sande Bakhuyzen). Maar men mag niet vergeten, dat er ook een wezenlijke stemmingsverandering is, die dieper gefundeerd en in beginsel veel belangrijker is. Bij het langdurig verlichten spelen echte stemmingsveranderingen (= adaptatie- of aanpassings-verschijnselen, dus veranderingen van den graad der lichtgevoeligheid) *principieel juist een zeer belangrijke rol* bij een onderdeel van *die* processen, welke aan den groei *ten grondslag liggen* en aan het groeiresultaat *voorafgaan*. Het *gevolg* van die veranderde gevoeligheid treedt in de groeireactie als een uiterlijk symptoom voor ons aan den dag. Wij doen ook beter niet het woord groeigevoeligheid te gebruiken (gelijk wij reeds een enkele maal deden, zie L. u. W. III), daar men hierbij licht vergeet, dat au fond de lichtgevoeligheid berust bij een gedeelte van die dieper gelegen stofwisselingsprocessen, uit welke secundair de groei resulteert. Op zichzelf mogen wij toch gemakshalve ook den groei (evenals de geheele plant ten slotte) wel „gevoelig voor licht" noemen, gelijk men dit algemeen in de physiologie doet met tal van gevoeligheidsverschijnselen; mits men onthoudt dat in de meeste gevallen maar een of ander primair onderdeel van het grootere complex *werkelijk voor dien factor gevoelig is en dezen percipieert*, terwijl de geheele rest der verschijnselen slechts gevolg-reacties zijn.

Wij hebben hier moeten volstaan met een résumé van ons onderzoek. De uitvoerige gegevens en eene verdere bespreking van de uitkomsten en van de betreffende literatuur zullen nader worden gepubliceerd, terwijl de onderzoekingen over groeireacties worden voortgezet.

Wageningen, Maart 1921.

LITERATUUR.

Arisz, W. H., Untersuchungen ü. d. Phototropismus. Rec. d. Trav. Bot Neerl. 1915. **12**.

Blaauw, A. H., Die Perzeption des Lichtes. Rec. d. Trav. bot. Néerl. 1909. **5**. — Licht und Wachstum I (Zeitschr. f. Bot. 1914. **6**), II (Zeitschr. f. Bot. 1915. **7**), III (Meded. v. d. Landbouwhoog. 1918. **15**).

Bremekamp, C. E. B., Theorie des Phototropismus. Rec. d. Trav. Bot. Neerl. XV 1918.

Grünberg, K., Unt. ü. d. Period. d. Nachbilder. Z.schr. f. Biologie. 1913. **61.**

Piper, H., Ueber Dunkeladaptation. Z.schr. f. Ps. u. Ph. der Sinn. 1903. **13.**

Pringsheim, E., Stud. z. heliotrop. Stimmung. Cohns Breitr. 1909. **9.**

Sande Bakhuyzen, v. d., H. L, Analyse d. Fototrop. Stemmingsversch. Diss. Utrecht 1920.

Sierp, H., Ein Beitr. z. Kenntnis des Einfl. d. Lichts auf d. Wachstum d. Koleopt. v. Avena sativa. Z.schr. f. Bot. 1918. **10.** — Ber. d. D. Bot. Ges. 1919. **37.** — Zeitschr. f. Bot. 1921. **13.**

Vogt, E., Ueber d. Einfl. d. Lichtes a. d. Wachstum der Koleopt. v. Avena sativa. Zeitschr. f. Bot. 1915. **7.**

Wiskunde. — J G. van der Corput: „*Over een integraalbegrip van* Denjoy."

(Aangeboden door de Heeren Arn. Denjoy en W. Kapteyn).

In dit artikel stellen kleine Romeinsche letters bestaanbare getallen voor, Grieksche letters punten in de n-dimensionale ruimte R_n en Romeinsche hoofdletters n-dimensionale puntverzamelingen; een uitzondering wordt slechts gemaakt voor de letters F, f, Φ en φ, die steeds functies zullen voorstellen. De letters a, b, x geven het product aan der coördinaten, resp. van α, β, ξ. Met $\xi\eta$ wordt het punt aangeduid, waarvan iedere coördinaat het product is van de overeenkomstige coördinaten van ξ en η; als E gevormd wordt door de punten ξ, stelt $E\eta$ de verzameling der punten $\xi\eta$ voor. Als de coördinaten van η alle ongelijk aan nul zijn, is iedere coördinaat van $\frac{\xi}{\eta}$ gelijk aan de verhouding der overeenkomstige coördinaten van ξ en η, terwijl $\frac{E}{\eta}$ de verzameling aangeeft, gevormd door de punten $\frac{\xi}{\eta}$, waarbij ξ weer een willekeurig element van E is. Indien de coördinaten van elk punt ξ van E van nul verschillen, stelt $\frac{1}{E}$ de verzameling der punten $\frac{1}{\xi}$ voor. Ten slotte, als de coördinaten van α, β, ξ, η positief zijn, beteekenen A, B, X, Y de verzamelingen gevormd door de punten waarvan iedere coördinaat positief is en kleiner dan de overeenkomstige coördinaat, resp. van α, β, ξ, η.

Wij vormen een cellennet van n afmetingen, d. w. z. een aftelbare rij gescheiden liggende kwadeerbare open samenhangende puntverzamelingen $G_i (i = 1, 2, \ldots)$, zóódanig dat ieder punt van R_n in een der cellen G_i of op den rand daarvan ligt. Van de projectie van G_i op iedere coördinaatas wordt daarbij aangenomen, dat, als g_i de bovenste en g_i' de onderste grens aangeeft van de afstanden van den oorsprong tot de punten van deze projectie, $\frac{g_i - g_i'}{g_i'}$ met $\frac{1}{g_i}$ tot nul nadert. In elke cel G_i of op den rand daarvan wordt

verder een punt η_i gekozen, terwijl wij de maat van G_i door m_i zullen aanduiden.

Zij $f(\eta)$ voor alle η in R_n gedefinieerd; zij p een willekeurig getal tusschen 0 en 1, en zij gesteld

$$\varphi(\xi) = x \sum m_i f(\xi \eta_i)$$

in de punten ξ met positieve coördinaten waarin het rechterlid beteekenis heeft; de som wordt hierbij uitgestrekt over alle i, waarvoor elke coördinaat van η_i absoluut genomen grooter dan p is. In uitbreiding en met kleine wijziging van de door Prof. A. Denjoy [1]) gegeven integraaldefinitie (C) zal ik zeggen dat $f(\eta)$ integreerbaar (C) is en dat de integraal de waarde l bezit, als de approximatieve limiet van $\varphi(\xi)$ bestaat en een waarde l heeft, onafhankelijk van de keuze van p, het cellennet en de punten η_i. We schrijven dit:

$$appr.\ \lim_{\xi=0} \varphi(\xi) = l;$$

dit beteekent dat een meetbare verzameling V te vinden is, waarop $\lim_{\xi=0} \varphi(\xi) = l$, terwijl de dikte van V in den oorsprong 1 is (hierbij is iedere coördinaat van elk element van V positief verondersteld). Wij zeggen dat V in den oorsprong een dikte d bezit, als bij elk positief getal $e < d$ een punt α met positieve coördinaten te vinden is, zóódanig dat alle punten β in A de eigenschap bezitten dat de maat van de in B gelegen deelverzameling van V tusschen $(d-e)b$ en $(d+e)b$ ligt. Dus $0 \leqq d \leqq 1$. Van belang hierbij is de volgende hulpstelling, waarvan het door Prof. Denjoy [2]) voor de lineaire verzamelingen gegeven bewijs onmiddellijk op meerdimensionale verzamelingen uit te breiden is.

Hulpstelling 1: *Als bij iedere positieve $q < 1$ een punt α met positieve coördinaten en een meetbare verzameling V te vinden is, voor elk punt ξ waarvan $|\varphi(\xi) - l| < q$ is, terwijl voor elk in A*

---

[1]) *Sur l'intégration riemannienne; Comptes Rendus*, 169, (1919); p. 219—221. Prof. Denjoy geeft de definitie alleen voor $n = 1$. De wijziging in de twee definities voor $n = 1$ bestaat hoofdzakelijk hierin, dat in de oorspronkelijke definitie de lengte van elk interval G_i kleiner dan 1 verondersteld wordt, terwijl boven slechts aangenomen wordt dat deze lengte gedeeld door den afstand van G_i tot den oorsprong voor $i \to \infty$ tot nul nadert. Prof. Denjoy geeft tegelijkertijd nog twee andere integraaldefinities, die hij met (A) en (B) aanduidt. De heer T. J. Boks bestudeert in zijn (nog niet gepubliceerd) proefschrift het integraalbegrip (B) en leidt de twee eigenschappen daarvan af, die overeenkomen met de eigenschappen 1 en 2 van dit artikel. Vermoedelijk zal deze (Utrechtsche) dissertatie verschijnen in de Rendiconti di Palermo (1921).

[2]) *Sur les fonctions dérivées sommables, Bulletin de la Société Mathématique de France*, tome 43 (1915); p. 161—248; verg. p. 165—168.

gelegen punt β de in B gelegen deelverzameling van V een maat $>(1-q)b$ heeft, dan is

$$\underset{\xi=0}{appr.\,lim.}\ \varphi(\xi)=l.$$

Voor $n=1$ heeft Prof. Denjoy het bewijs gevonden van

Eigenschap 1: *Iedere sommeerbare functie is integreerbaar* (C) *en de integralen stemmen overeen.*

Aan het bewijs van deze eigenschap voor willekeurige n laten we eerst een hulpstelling voorafgaan.

Hulpstelling 2: *Zij* $0<q<1$. *Als β een punt met positieve coördinaten voorstelt, de niet-negatieve functie $f(\eta)$ sommeerbaar is en een som $<q^3$ bezit, vormen de in B gelegen punten ξ met $\varphi(\xi)\geq q$ een verzameling met maat $<hbq$, waarin h alleen afhangt van de keuze van p en het cellennet.*

Bewijs: Zij R_n' het gedeelte van R_n met positieve coördinaten. Aan elk punt ξ van R_n' zij toegevoegd de functie $F(\xi)$, aangevende de som der maten m_i van alle cellen G_i, waarvan het punt η_i in X ligt en iedere coördinaat grooter dan p is. Als dan $F(\xi)$ positief is, is ieder coördinaat van ξ grooter dan p. Blijkens de aan het cellennet gestelde voorwaarde kunnen wij nu een alleen van de keuze van p en het cellennet afhankelijk getal h bepalen, zoodanig dat het punt η waarvan de coördinaten $\sqrt[n]{h-1}$ maal zoo groot zijn als die van ξ, de eigenschap heeft, dat de cellen G_i, waarvan de som der maten $F(\xi)$ genoemd is, alle in Y liggen. Dus $F(\xi)\leq(h-1)x$. Voor elk in B gelegen punt α is dan

$$(h-1)\int\limits_{R_n'} f(\alpha\xi)\,d\xi \geq \int\limits_{R_n'} F(\xi)\frac{f(\alpha\xi)}{x}\,d\xi = \Sigma' m_i \int\limits_{(\eta_i)} \frac{f(\alpha\xi)}{x}\,d\xi,$$

als de som uitgestrekt wordt over alle i, waarbij iedere coördinaat van η_i grooter is dan p, terwijl in de laatste integraal iedere coördinaat van ξ de overeenkomstige coördinaat van η_i overtreft. Het laatste lid is dan

$$\Sigma' m_i \int\limits_{(\alpha)} \frac{f(\eta_i\xi)}{x}\,d\xi = \int\limits_{(\alpha)} \frac{d\xi}{x}\,\Sigma' m_i f(\eta_i\xi).$$

Een overeenkomstige redeneering geeft de analoge betrekkingen voor de andere deelen, waarin R_n door de coördinaatvlakken verdeeld wordt en daaruit volgt door optelling

$$(h-1)\int\limits_{R_n} f(\alpha\xi)\,d\xi \geq \int\limits_{(\alpha)} \frac{d\xi}{x}\,\Sigma\, m_i f(\eta_i\xi) = \int\limits_{(\alpha)} \frac{\varphi(\xi)}{x^2}\,d\xi.$$

Uit

$$\int_{R_n} f(a\xi)\, d\xi = \frac{1}{a}\int_{R_n} f(\xi)\, d\xi < \frac{q^2}{a}$$

volgt dus

$$\int_{(\alpha)} \frac{\varphi(\xi)}{x^2}\, d\xi < (h-1)\,.\,\frac{q^2}{a}.$$

Indien $\Phi(\beta)$ en $\Phi(\alpha)$ voorstelt de maat der verzameling, gevormd door de punten ξ met de eigenschap $\varphi(\xi) \geqq q$, resp. in B en A gelegen, dan is $\Phi(\alpha) \leqq a$ en als daarbij $B-A$ de verzameling der punten aangeeft, die wel in B maar niet in A liggen, dan is

$$q\,(\Phi(\beta) - \Phi(\alpha)) \leqq \int_{B-A} \varphi(\xi)\, d\xi \leqq b^2 \int_{B-A} \frac{\varphi(\xi)}{x^2}\, d\xi$$

$$\leqq b^2 \int_{(\alpha)} \frac{\varphi(\xi)}{x^2}\, d\xi < (h-1)\,.\,\frac{b^2 q^2}{a},$$

dus als $a = bq$ gesteld wordt

$$\Phi(\beta) < a + (h-1)\,.\,\frac{b^2 q^2}{a} = h\,b\,q.$$

Bewijs van eigenschap 1: Zooals bekend is[1]), is bij elk getal q tusschen 0 en 1 en bij iedere sommeerbare functie $f(\eta)$ een begrensde uitwendig-kwadeerbare verzameling E te vinden, zoodanig dat $f(\eta)$ op E begrensd en continu is, terwijl de integraal van $|f(\eta)|$, uitgestrekt over het complement van E, kleiner is dan q^3. Zij β een willekeurig punt met positieve coördinaten. Indien nu $F(\eta) = 0$ op E, $= |f(\eta)|$ buiten E en verder

$$\Phi(\xi) = x\,\Sigma\, m_i F(\eta_i \xi)$$

gesteld wordt, vormen de in B gelegen punten ξ met de eigenschap $\Phi(\xi) \geqq q$ volgens de voorgaande hulpstelling een verzameling met maat $< hbq$. De in B gelegen punten ξ met de eigenschap $\Phi(\xi) < q$ vormen dus een verzameling met maat $> (1-hq)b$. Zij nu verder gesteld

$$\overline{\Phi}(\xi) = x\,\Sigma\, m_i f(\eta_i \xi),$$

uitgestrekt over alle i, waarvoor $\eta_i \xi$ op E ligt. Blijkens de aan het cellennet gestelde voorwaarde naderen de afmetingen der cellen G_i, waarvoor $\eta_i \xi$ op de begrensde verzameling E ligt, met ξ tot nul.

---

[1]) Verg. b.v. C. Carathéodory, *Vorlesungen über reelle Funktionen*, 1918, p. 469, stelling 12.

Omdat $f(\eta)$ op de begrensde uitwendig-kwadeerbare verzameling E begrensd en continu is, is $f(\eta)$ op E integreerbaar volgens RIEMANN en volgens de definitie der Riemannsche integralen is dan

$$\lim_{\xi=0} \overline{\Phi}(\xi) = \int_E f(\eta)\, d\eta.$$

Wij kunnen dus een punt α met positieve coördinaten vinden, zóó dat voor alle punten ξ in A

$$\left| \overline{\Phi}(\xi) - \int_E f(\eta)\, d\eta \right| < q$$

dus

$$\left| \overline{\Phi}(\xi) - \int_{R_n} f(\eta)\, d\eta \right| < q^2 + q < 2q$$

is. Wegens $|\varphi - \overline{\Phi}| \leqq \Phi$ voldoen dan alle punten ξ in A waarvoor $\Phi(\xi) < q$ is, aan de ongelijkheid

$$\left| \varphi(\xi) - \int_{R_n} f(\eta)\, d\eta \right| < 3q,$$

zoodat elk punt β in A de eigenschap heeft, dat de in B gelegen punten ξ, waarvoor deze ongelijkheid geldt, een verzameling vormen met maat $> (1 - hq)b$. Volgens de eerste hulpstelling is dan

$$\text{appr.}\lim_{\xi=0} \varphi(\xi) = \int_{R_n} f(\eta)\, d\eta,$$

wat te bewijzen was.

Een eenvoudige toepassing van eigenschap 1 b.v. is:

Als E een meetbare verzameling met eindige maat m aangeeft, $F\left(\frac{E}{\xi}\right)$ het aantal der niet in een der coördinaatvlakken gelegen roosterpunten van E voorstelt, dan is

$$\text{appr.}\lim_{\xi=0} \frac{1}{x} F\left(\frac{E}{\xi}\right) = m.$$

Hierin mag $F\left(\frac{E}{\xi}\right)$ vervangen worden door alle roosterpunten op $\frac{E}{\xi}$, o.a. als de doorsnede van E met ieder coördinaatvlak begrensd is.

Uit de eerste eigenschap blijkt dat de integraal van DENJOY minstens even algemeen is als die van LEBESGUE; uit de volgende eigenschap (waarin $n = 1$ verondersteld wordt) zal de juistheid blijken

van het door Prof. Denjoy uitgesproken vermoeden dat het nieuwe integraalbegrip reeds voor $n = 1$ algemeener is.

Eigenschap 2: *Als* $f(-\xi) = -f(\xi)$ *is,* $f(\xi)$ *met positieve toenemende* ξ *niet toeneemt,* $f(\xi) = 0$ *voor* $\xi > 1$ *en* $\lim\limits_{\xi=0} \xi f(\xi) = 0$ *is, dan is* $f(\xi-1)$ *integreerbaar* (C) *en de integraal is* 0.

Aan het bewijs van deze eigenschap gaan twee hulpstellingen vooraf.

Hulpstelling 3: *Als* $0 < q < 1$ *is en het segment* S_j $(j = 1, 2, \ldots)$ *den oorsprong niet bevat, een punt met het segment* $\delta_j\, \delta_{j-1}$ *gemeen heeft en een lengte* $\leqq q\,(\delta_{j-1} - \delta_j)$ *bezit, waarbij* $\delta_{j-1} > \delta_j > 0$ *en* $\lim\limits_{j=\infty} \dfrac{\delta_{j-1} - \delta_j}{\delta_{j-1}} = 0$ *verondersteld wordt, dan heeft de door de segmenten* S_j *gevormde verzameling in den oorsprong een dikte* $\leqq q$.

Bewijs: We zullen aannemen dat δ_j voor $j \to \infty$ den oorsprong nadert, omdat de hulpstelling anders evident is. Zij ξ een willekeurig punt rechts van den oorsprong en zij u de kleinste waarde van j, waarvoor S_j het punt ξ of een punt links daarvan bevat. Dan is

$$\delta_{u-1} = \delta_u + (\delta_{u-1} - \delta_u) \leqq \xi + \text{ lengte } S_u + (\delta_{u-1} - \delta_u),$$

dus

$$\delta_{u-1} \leqq \xi + (1 + q)\,(\delta_{u-1} - \delta_u) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

De tusschen den oorsprong en ξ gelegen deelverzameling der segmenten S_j heeft dus een maat, die na deeling door ξ, niet grooter is dan

$$q\,\frac{\delta_{u-1}}{\xi} \leqq q + q\,(1 + q) \cdot \frac{\delta_{u-1} - \delta_u}{\xi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Als ξ den oorsprong nadert, neemt u onbegrensd toe, nadert dus $\dfrac{\delta_{u-1} - \delta_u}{\delta_{u-1}}$ tot nul, terwijl dan volgens (1) de onderste limiet van $\dfrac{\xi}{\delta_{u-1}}$ niet kleiner dan 1 is. De laatste term in (2) nadert dan tot 0, zoodat de dikte van de door de segmenten gevormde verzameling in den oorsprong $\leqq q$ is.

Hulpstelling 4: *Als* $\lim\limits_{\xi=0} \xi f(\xi) = 0$ *is en aan elk rechts van den oorsprong gelegen punt* ξ *een getal* i *toegevoegd wordt, zoodanig dat* $\dfrac{1}{\xi}$ *in* G_i *of op den rand daarvan ligt, dan is*

$$\text{appr. } \lim_{\xi=0} \xi\, m_i f(\eta_i\, \xi - 1) = 0.$$

Bewijs: Voor $\xi \to 0$ is $i \to \infty$, dus volgens de aan het cellennet opgelegde voorwaarde

$$\eta_i \xi - 1 = \frac{\eta_i - \frac{1}{\xi}}{\frac{1}{\xi}} \to 0, \quad \frac{m_i \xi}{\eta_i \text{ maat } \frac{1}{G_i}} \to 1, \quad (\eta_i \xi - 1) f(\eta_i \xi - 1) \to 0. \quad (3)$$

Zij $0 < q < 1$; zij E de verzameling der in $\frac{1}{G_i}$ ($i = 1, 2, \ldots$, waarbij de waarde of waarden van i, waarvoor de oorsprong op G_i of op den rand daarvan ligt, overgeslagen worden) gelegen punten, wier afstand tot $\frac{1}{\nu_i}$ grooter is dan $\frac{1}{2} q$ maat $\frac{1}{G_i}$. Volgens de voorgaande hulpstelling (waarin de punten δ_j, eventueel na omkeering van de richting der ξ-as, de uiteinden der puntverzamelingen $\frac{1}{G_i}$ aangeven) heeft het complement van E in den oorsprong een dikte $\leqq q$, dus E zelf een dikte $\geqq (1-q)$. Voor iedere ξ op E is $\left| \xi - \frac{1}{\eta_i} \right| \geqq \frac{q}{2}$ maat $\frac{1}{G_i}$, dus volgens (3)

$$\xi m_i f(\eta_i \xi - 1) = \frac{m_i \xi}{\eta_i \text{ maat } \frac{1}{G_i}} \cdot \frac{\text{maat } \frac{1}{G_i}}{\xi - \frac{1}{\eta_i}} \cdot (\eta_i \xi - 1) f(\eta_i \xi - 1) \to 0.$$

Daar dit geldt voor iedere q tusschen 0 en 1, volgt hieruit in verband met hulpstelling 1 de gevraagde betrekking.

Bewijs van eigenschap 2: Bewezen moet worden

$$\underset{\xi=0}{appr.\ lim.}\ \xi \sum m_i f(\eta_i \xi - 1) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Omdat f links van het punt -1 nul is, doorloopt i in deze som alleen waarden, waarvoor G_i geheel of gedeeltelijk rechts van den oorsprong ligt. Als ω een willekeurig punt rechts van den oorsprong is, nadert iedere term in (4) met zulke i, dat G_i geheel of gedeeltelijk links van ω ligt, met ξ tot nul en het aantal dezer termen is begrensd, zoodat we in (4) alleen die waarden van i in aanmerking behoeven te nemen, waarbij de cellen G_i rechts van ω liggen. Wij zullen deze cellen, gerangschikt van links naar rechts, met $\theta_{j-1} \theta_j$ ($j = 1, 2, \ldots$) aanduiden. Wegens $\underset{j=\infty}{lim} \frac{\theta_j}{\theta_{j-1}} = 1$ kunnen we ω zoo gekozen denken, dat steeds $\frac{\theta_j}{\theta_{j-1}} < 2$ is. Volgens de voorgaande hulpstelling is voor $\xi \to 0$ de approximatieve limiet van den

term of termen in (4) met zoodanige i dat $\frac{1}{\xi}$ in of op den rand van G_i ligt, gelijk aan nul. Wij kunnen deze waarde(n) van i dus overslaan, wat we met een accent bij het somteeken zullen aangeven, zoodat we volstaan kunnen met te bewijzen

$$\underset{\xi=0}{appr.\,lim.}\ \Phi(\xi) = 0 \quad \text{waarbij} \quad \Phi(\xi) = \xi \sum_{j=1}^{\infty}{}' m_j f(\eta_j \xi - 1).$$

Daartoe zullen we eerst aantoonen

$$\underset{\xi=0}{appr.\,lim.}\ F(\xi) = 0 \quad \text{waarbij} \quad F(\xi) = \xi \sum_{j=1}^{\infty}{}' m_j \{f(\theta_{j-1}\xi - 1) - f(\theta_j \xi - 1)\}.$$

Omdat $f(\xi)$ bij toenemende den oorsprong niet passeerende ξ niet toeneemt, zijn de termen der laatste som $\geqq 0$.

Indien q een willekeurig getal tusschen 0 en $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{\theta_j} = \delta_j$ en l_j de lengte van het segment (δ_j, δ_{j-1}) voorstelt, is $\frac{\delta_{j-1}}{\delta_j} < 2$, dus $ql_j < l_j = \left(\frac{\delta_{j-1}}{\delta_j} - 1\right)\delta_j < \delta_j$, zoodat als elk der segmenten (δ_j, δ_{j-1}) aan weerskanten verlengd wordt met een interval ter lengte ql_j, deze verlengstukken geen van alle den oorsprong bevatten. Volgens hulpstelling 2 is de dikte van de door deze verlengstukken gevormde verzameling in den oorsprong hoogstens $2q$. Zij nu verder β een willekeurig punt rechts van den oorsprong en zij E een willekeurige rechts van β gelegen meetbare verzameling, die geen enkel punt met een dezer verlengstukken gemeen heeft. Beschouwen we nu eerst de in $F(\xi)$ voorkomende termen, waarbij $\xi \geqq \delta_j$ is; het accent sluit het geval $\delta_j \leqq \xi \leqq \delta_{j-1}$ buiten, en in E komt het verlengstuk $\delta_{j-1} < \xi < \delta_{j-1} + ql_j$ niet voor, dus

$$\int_E \frac{f(\theta_{j-1}\xi - 1) - f(\theta_j \xi - 1)}{\xi} d\xi \leqq \int_{\delta_{j-1}+ql_j}^{\infty} = \int_{q\theta_{j-1}l_j}^{\infty} \frac{f(\xi)}{1+\xi} d\xi - \int_{(1+q)\theta_j l_j}^{\infty} = \int_{q\theta_{j-1}l_j}^{(1+q)\theta_j l_j} \leqq \int_{q\theta_{j-1}l_j}^{2\theta_j l_j} f(\xi) d\xi. \quad (5)$$

In de overige termen van $F(\xi)$ is $\xi < \delta_j$, dus voor deze geldt, omdat het verlengstuk $\delta_j - ql_j < \xi < \delta_j$ niet in E voorkomt,

$$\left.\begin{aligned} &\int_E \frac{f(1-\theta_j\xi) - f(1-\theta_{j-1}\xi)}{\xi} d\xi \leqq \int_{\beta}^{\delta_j - ql_j} = \int_{1-\theta_{j-1}\beta}^{(1+q)\theta_{j-1}l_j} \frac{f(\xi)}{1-\xi} d\xi - \int_{1-\theta_j\beta}^{q\theta_j l_j} = \\ &= \int_{q\theta_j l_j}^{(1+q)\theta_{j-1}l_j} - \int_{1-\theta_j\beta}^{1-\theta_{j-1}\beta} \leqq \int_{q\theta_j l_j}^{(1+q)\theta_{j-1}l_j} \leqq 4 \int_{q\theta_{j-1}l_j}^{2\theta_j l_j} f(\xi)\, d\xi, \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

want uit $\xi \leq (1+q)\,\theta_{j-1} l_j = (1+q)\left(1 - \frac{\theta_{j-1}}{\theta_j}\right) < \frac{3}{4}$ volgt $1-\xi > \frac{1}{4}$.

Wegens $\lim\limits_{j=\infty} \theta_j\, l_j = 0$ en $\lim\limits_{\xi=0} \xi\, f(\xi) = 0$ kunnen we v_j (alleen afhankelijk van de functie f en het cellennet) zóó kiezen, dat $\lim\limits_{j=\infty} v_j = 0$ is en uit $0 < \xi \leq 2\,\theta_j\, l_j$ de ongelijkheid $f(\xi) < \frac{v_j}{5\xi}$ volgt.

Dan is

$$\int\limits_{q\theta_{j-1} l_j}^{2\theta_j l_j} f(\xi)\, d\xi < \frac{v_j}{5} \log \frac{2\theta_j}{q\theta_{j-1}} < \frac{v_j}{5} \log \frac{4}{q}.$$

Indien dus u de grootste waarde van j aangeeft, waarvoor $\theta_{j-1}\beta - 1 \leq 1$ is, is volgens (5) en (6)

$$\int\limits_E \frac{F(\xi)}{\xi^2}\, d\xi < \log \frac{4}{q} \sum_{j=1}^{u} v_j\,(\theta_j - \theta_{j-1}), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

omdat $f(\theta_{j-1}\xi - 1)$ en $f(\theta_j\,\xi - 1)$ voor $j > u$ wegens $\xi \geq \beta$ nul zijn. Bovenstaande ongelijkheid geldt voor iedere rechts van β gelegen meetbare verzameling E, die geen punt met een van de verlengstukken der segmenten (θ_j, θ_{j-1}) gemeen heeft. Nu zullen we aannemen, dat deze verzameling E links ligt van een punt γ en dat voor ieder punt ξ van E de ongelijkheid $F(\xi) \geq q$ geldt. Het linkerlid van (7) is dan niet kleiner dan $\frac{q}{\gamma^2}$ vermenigvuldigd met de maat van E. Nu kunnen wij γ zoo dicht bij den oorsprong kiezen, dat de maat der tusschen 0 en γ gelegen deelverzameling der verlengstukken $< 3q\gamma$ is. De tusschen 0 en γ gelegen verzameling der punten ξ waarvoor $F(\xi) \geq q$ is, heeft dan dus een maat, die kleiner is dan

$$3q\gamma + \beta + \text{maat}\, E < 3q\gamma + \beta + \frac{\gamma^2}{q} \log \frac{4}{q} \sum_{j=1}^{u} v_j\,(\theta_j - \theta_{j-1}) \quad . \quad (8)$$

Het laatste lid is voor $q < \frac{1}{2}$ kleiner dan $6q\gamma$, als γ dicht genoeg bij den oorsprong geplaatst wordt en β geschikt gekozen wordt. Daartoe stellen we $\beta = q\gamma$; als γ dicht genoeg bij den oorsprong ligt, is u zóó groot, dat voor iedere $j > u$

$$v_j < \frac{q^3}{4 \log \frac{4}{q}}$$

is; wij kunnen dan dus een van γ onafhankelijk geheel getal $w \leq u$

bepalen, zóó dat deze ongelijkheid voor iedere $j > w$ geldt. Ten slotte kiezen we γ zoo dicht bij den oorsprong, dat

$$\frac{\gamma}{q} \log \frac{4}{q} \sum_{j=1}^{w} v_j (\theta_j - \theta_{j-1}) < q$$

is. Dan is

$$\frac{\gamma^2}{q} \log \frac{4}{q} \sum_{u \geqq j > w} v_j (\theta_j - \theta_{j-1}) < \frac{1}{4} \gamma^3 q^2 \sum_{u \geqq j > w} (\theta_j - \theta_{j-1})$$

$$\leqq \frac{1}{4} \gamma^3 q^2 \theta_u < \tfrac{1}{2} \gamma^3 q^2 \theta_{u-1} < \gamma^3 q^2 \cdot \frac{1}{\beta} = \gamma q.$$

Het laatste lid van (8) is dan $< (3+1+1+1) q\gamma = 6q\gamma$, zoodat de verzameling der tusschen 0 en γ gelegen punten ξ waarvoor $F(\xi) \geqq q$ is, in den oorsprong een maat $< 6q\gamma$ bezit. De tusschen 0 en γ gelegen punten ξ met $F(\xi) < q$ vormen dus een verzameling met maat $> (1-6q)\gamma$. Dit geldt voor iedere q tusschen 0 en $\frac{1}{2}$; volgens de eerste hulpstelling heeft dan de niet-negatieve functie $F(\xi)$ voor $\xi \to 0$ een approximatieve limiet 0. Met behulp hiervan zullen wij nu aantoonen dat ook $\Phi(\xi)$ voor $\xi \to 0$ een approximatieve limiet 0 heeft. Uit het bovenstaande,

$$f(\theta_{j-1}\xi - 1) \geqq f(\eta_j \xi - 1) \geqq f(\theta_j - 1)$$

en

$$m_j f(\theta_{j-1}\xi - 1) \geqq \int_{G_j} f(\eta\xi - 1)\, d\eta \geqq m_j f(\theta_j \xi - 1)$$

volgt

$$\underset{\xi=0}{appr.\,lim.} \left\{ \Phi(\xi) - \xi \sum_{j=1}^{\infty} \int_{G_j} f(\eta\xi - 1)\, d\eta \right\} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

De waarden ξ waarvoor $\frac{1}{\xi}$ op den rand van een der cellen G ligt, vormen een aftelbare verzameling, zoodat we alleen behoeven te beschouwen het geval dat ξ in het inwendige van een cel G_i ligt. Als λ_i het linker- en ϱ_i het rechter uiteinde van deze cel aangeeft, is wegens $f(-\xi) = -f(\xi)$

$$\xi \sum_{j=1}^{\infty} \int_{G_j} f(\eta\xi - 1)\, d\eta = \xi \int_{-\infty}^{\lambda_i} f(\eta\xi - 1)\, d\eta + \xi \int_{\varrho_i}^{\infty} f(\eta\xi - 1)\, d\eta =$$

$$= \int_{-\infty}^{\lambda_i\xi - 1} f(\eta)\, d\eta + \int_{\varrho_i\xi - 1}^{\infty} f(\eta)\, d\eta = \int_{\varrho_i\xi - 1}^{1 - \lambda_i\xi} f(\eta)\, d\eta.$$

Het verschil der positieve getallen $1-\lambda_i\xi$ en $\varrho_i\xi-1$ is kleiner dan hun som $\xi(\varrho_i-\lambda_i)$; $f(\eta)$ is absoluut $\leqq f(\varrho_i\xi-1)+f(1-\lambda_i\xi)=$ $=f(\varrho_i\xi-1)-f(1-\lambda_i\xi)$, dus de absolute waarde van de laatste integraal is kleiner dan $\xi(\varrho_i-\lambda_i)\{f(\varrho_i\xi-1)-f(\lambda_i\xi-1)\}$ en de approximatieve limiet hiervan is volgens hulpstelling 3 gelijk aan nul. Blijkens (9) is dan ook de approximatieve limiet van $\Phi(\xi)$ voor $\xi\rightarrow 0$ gelijk aan nul, waarmede de eigenschap 2 bewezen is.

Deze eigenschap geeft meetbare functies, die wèl integreerbaar (C), maar niet sommeerbaar zijn. Deze functies zijn alle onbegrensd, zoowel aan den boven- als aan den onderkant. Dat dit ook noodzakelijk is, blijkt uit:

Eigenschap 3: *Als een meetbare functie $f(\xi)$ integreerbaar (C) en aan den boven- of aan den onderkant begrensd is, dan is die functie sommeerbaar.*

Bewijs: Stel b.v. dat $f(\xi)$ aan den onderkant begrensd is; zij gesteld $f_t(\xi)=f(\xi)$ of $=t$, al naar gelang $f(\xi)\leqq$ of $>t$ is. De begrensde functie $f_t(\xi)$ is sommeerbaar, dus integreerbaar (C) en de integralen stemmen overeen. Zij deze gemeenschappelijke waarde s_t genoemd. Bij toenemende t neemt s_t niet af en uit $f_t(\xi)\leqq f(\xi)$ volgt, dat s_t niet grooter is dan de integraal (C) van $f(\xi)$. De integralen s_t zijn dus begrensd, waaruit volgt dat $f(\xi)$ sommeerbaar is.

Sommige eigenschappen, geldig bij de integralen van Lebesgue blijven gehandhaafd, andere niet. Uit eigenschap 2 b.v. blijkt dat de volgende twee eigenschappen der Lebesguesche integralen verloren gaan: Als een functie sommeerbaar is, is haar absolute waarde ook sommeerbaar. Als een functie sommeerbaar is over een verzameling, is ze ook sommeerbaar over iedere meetbare deelverzameling.

Tot slot zullen we nog drie eigenschappen bespreken, die wèl blijven gelden.

Eigenschap 4: *Als een functie $f(\xi)$ integreerbaar (C) is, vormen de punten waarin $f(\xi)$ oneindig groot is, een verzameling van de maat nul.*

Bewijs: Wij zullen aantoonen, dat een functie met de eigenschap dat de punten ξ, waarbij de coördinaten positief zijn en $f(\xi)$ oneindig groot is, een verzameling E met positieve uitwendige maat vormen, niet integreerbaar (C) is; daarbij kunnen wij ons tot een zeer eenvoudig cellennet bepalen, n.l. tot het cellennet, waarvan iedere cel bestaat uit een n-dimensionalen cubus, waarvan de ribben de lengte 1 bezitten en evenwijdig aan de coördinaatassen loopen, terwijl het middelpunt van den cubus met een roosterpunt samenvalt. Op analoge wijze is elk der 2^n-1 andere deelen te behandelen, waarin R_n door de coördinaatassen verdeeld wordt.

Omdat de uitwendige maat van E positief is, bestaat een balk H, waarvan de coördinaten der hoekpunten positief zijn en de ribben evenwijdig aan de coördinaatassen loopen, terwijl een in H op positieven afstand van den rand gelegen deelverzameling D van E een positieve uitwendige maat bezit. Door zoo noodig den balk te vergrooten, kunnen wij er voor zorgen dat, als α en β de hoekpunten van H, resp. met de kleinste en met de grootste coördinaten voorstellen, de coördinaten van β tweemaal zoo groot zijn als die van α. Zij nu de uitwendige maat van D gelijk aan w maal den inhoud van den balk H. Als η de rij der punten doorloopt, wier coördinaten machten van 2 met geheele niet-negatieve exponenten zijn, dan vullen de balken $\frac{H}{\eta}$ samen juist de puntverzameling B op. De verzameling $\frac{D}{\eta}$ ligt in $\frac{H}{\eta}$ op positieven afstand van den rand en de uitwendige maat van $\frac{D}{\eta}$ is w maal de inhoud van $\frac{H}{\eta}$. De uitwendige maat der door alle $\frac{D}{\eta}$ gevormde verzameling is dus wb. Iedere meetbare verzameling, die alle verzamelingen $\frac{D}{\eta}$ bevat, heeft dus in den oorsprong een dikte $\geqq w$. Op elk der verzamelingen $\frac{D}{\eta}$ bevat $\varphi(\xi)$ minstens één term, die oneindig groot is, zoodat $\varphi(\xi)$ daar oneindig of onbepaald is; iedere meetbare verzameling, waarop $\varphi(\xi)$ een bepaalde eindige waarde heeft, heeft dus in den oorsprong een dikte $\leqq 1-w$, zoodat $f(\xi)$ niet integreerbaar (C) is.

Eigenschap 5: *Als $f_1(\xi)$ en $f_2(\xi)$ integreerbaar (C) zijn, e_1 en e_2 twee willekeurige eindige getallen voorstellen, dan is een functie die met $e_1 f_1(\xi) + e_2 f_2(\xi)$ samenvalt, als deze vorm beteekenis heeft, integreerbaar (C) en de integraal is e_1 maal de integraal van $f_1(\xi)$, vermeerderd met e_2 maal de integraal van $f_2(\xi)$.*

Bewijs: Twee functies heeten equivalent, als ze behalve misschien op een verzameling van de maat nul samenvallen. Uit de voorgaande eigenschap blijkt dat iedere (C) integreerbare functie equivalent is aan een eindige functie; uit de eerste eigenschap dat twee equivalente functies òf beide òf geen van beide integreerbaar (C) zijn. Omdat bovenstaande eigenschap voor eindige functies onmiddellijk uit de definitie van het integraalbegrip (C) volgt, geldt de eigenschap algemeen, omdat de functies zoo noodig eerst door de equivalente eindige functies vervangen kunnen worden.

Eigenschap 6: *Bij een monotone tot* $f(\xi)$ *naderende rij meetbare* (C) *integreerbare functies* $f_t(\xi)$ $(t = 1, 2, \ldots)$ *is de rij der integralen eveneens monotoon. Verder is de limietfunctie dàn en slechts dàn integreerbaar* (C), *als de rij der integralen begrensd is. Is dit het geval, dan is de integraal van* $f(\xi)$ *gelijk aan de limiet voor* $t = \infty$ *van de integraal van* $f_t(\xi)$.

Bewijs: Als $f(\xi)$ integreerbaar (C) is, is de integraal niet kleiner, resp. niet grooter dan die van $f_t(\xi)$, zoodat de niet-afnemende resp. niet-toenemende rij der integralen begrensd is. Zij nu echter s_t de integraal (C) van $f_t(\xi)$ en zij $s = \lim s_t$. De functie $f_t(\xi) - f_1(\xi)$ is steeds $\geqq$ of steeds $\leqq 0$ en integreerbaar (C), dus volgens eigenschap 3 sommeerbaar met $s_t - s_1$ tot som. Omdat de monotone rij $s_t - s_1$ tot limiet $s - s_1$ heeft, is $f(\xi) - f_1(\xi)$ sommeerbaar met $s - s_1$ tot som. Hieruit blijkt dat $f(\xi) - f_1(\xi)$ integreerbaar (C) is met $s - s_1$ tot integraal, zoodat $f(\xi)$ integreerbaar (C) is met s tot integraal.

Plantkunde. — Th. Weevers: „*De werking van licht en zwaartekracht op Pellia epiphylla.*"

(Aangeboden door de Heeren F. A. F. C. Went en J. W. Moll).

De nieuwere onderzoekingen over de werking van licht en zwaartekracht op groei en kromming der planten zijn door verschillende onderzoekers slechts met enkele objecten verricht. Hoewel dit het voordeel biedt, dat deze onderzoekingen elkaar daardoor kunnen aanvullen, scheen het mij echter toe, dat ook de bestudeering van een geheel ander object, wellicht aanleiding zou kunnen geven tot het openen van nieuwe gezichtspunten of het stellen van nieuwe vragen.

Als een zoodanig object leek Pellia epiphylla Corda, een der anakrogyne Jungermanniaceae verschillende voordeelen aan te bieden, meer in het bijzonder voor de bestudeering van den groei der sporogonien onder invloed van licht- en zwaartekrachtprikkels. Sedert in 1874 Askenasy [1]) in enkele alinea's iets hierover mededeelde, is voor zoover mij bekend, niets hierover verschenen.

De sporogonien van Pellia maken, nadat de celdeeling er in afgeloopen is, 's winters een rusttijd van eenige maanden door. Is deze geëindigd, dan treedt onder invloed van de stijgende temperatuur, eerst langzaam, dan sneller een strekking der steelcellen op; belichting is hiervoor niet noodzakelijk, verhoogde waterrijkdom van den bodem bevordert de snelheid van 't proces. Binnen 3—5 dagen strekken zich de cellen van de sporogoniumsteel, slechts de voet blijft door 't perichaetium omsloten. De lengte van den steel neemt van 2 à 3 m.M. tot 6 à 8 c.M. toe. Het aantal cellen blijft onveranderd, ook nagenoeg de diameter, maar de lengte wordt van 25—30 μ nu 800 à 900 μ; 't volume wordt $\pm$ 30 $\times$ zoo groot. De binnenste cellen worden verscheurd en de steel wordt hol, ten slotte treedt rechts gerichte torsie op. De in winterrust totaal met zetmeel gevulde cellen, verliezen dit bij de strekking geheel, ook de chlorophylkorrels verdwijnen steeds meer, zoodat 't weefsel in de uitgegroeide deelen doorschijnend in plaats van groen wordt, slechts de olielichamen [2]) of elaioplasten [3]) in de buitenste cellen blijven onveranderd.

---

[1]) Askenasy 1874. Botan. Ztg. 32.

[2]) W. Pfeffer 1874, Die Oelkörper der Lebermoose Flora.

[3]) J. H. Wakker, Pringsh. Jahrb. Bd. 19.

De osmotische druk, die vóór den aanvang van den strekking, eind Maart buitengewoon hoog is, ± 63 atmosferen (bepaald door plasmolyse met 17 % KNO_3 (gewichtsmol.), isoton. coefficient 1.69 [1]) neemt geleidelijk af met de volumetoename, tot ± 7 atmosferen in de geheel uitgegroeide cellen. Bij de voor proeven gebruikte was de lengte 15 à 25 m.M., de osmot. druk 13 à 16 atmosferen.

Het zetmeel wordt bij zijn verbruik voor de celwandvorming omgezet in suikers; een Fehlingsproefvocht reduceerende suiker, waarschijnlijk glucose was aan te toonen in de jonge, in de zich strekkende en in geringere hoeveelheid ook in de uitgegroeide cellen.

Deze celstrekking geschiedt niet overal gelijktijdig: 't eerst begint en eindigt zij in de middelste deelen, de top maar vooral 't basale deel, door 't perichaetium omsloten, blijft 't langst zich strekken, ten slotte is de lengte der cellen overal nagenoeg gelijk. Hieronder een voorbeeld, de maten werden gezet met O.-I. inkt.

24 Maart 8 uur 's morgens				1	1	2	2	2	2	Totaal	10 m.M.
25	,,	,,	,,	3	3	3	3	3½	3	3 4	,, 25½ ,,
26	,,	,,	,,	8	6	5	5	5	5	5 6	,, 45 ,,
27	,,	,,	,,	12	7	6	5½	6	5½	6 8	,, 44 ,,
28	,,	,,	,,	16	7	6	6	6	6	6 9	,, 62 ,,

De totale groei vertoont dus een niet sterk uitgesproken groote periode; de cijfers voor den groei per uur waren echter ook afhankelijk van temperatuur en licht. De iets hoogere dagtemperatuur ($t = 11—14°$ C. kamer op 't Noorden) versnelde den groei. Per 12 uur berekend zijn de opeenvolgende waarden voor een ander object, 1e dag 2, 1e nacht 4, 2e dag 6, 2e nacht 6, 3e dag 11, 3e nacht 10, 4e dag 14, 4e nacht 9, 5e dag 5 m.M.

Ook 't licht oefent invloed uit; in 't donker worden de stelen gemiddeld 1 à 2 c.M. langer dan in daglicht, wat voornamelijk toe te schrijven is aan het langer aanhouden van den groei; 't licht verkort dus de groote periode [2]).

De dagelijksche toenamen gemiddeld uit 6 exemplaren waren in 't donker: 2, 6, 10, 14, 15, 9, 3 m.M.; in 't licht: 3, 8, 10, 15, 12,2 m.M. bij overigens nagenoeg gelijke omstandigheden, de 1e 59 m.M. in 7, de 2e 50 m.M. in 6 dagen.

Fototropie. Zooals uit waarnemingen in de natuur blijkt, zijn de zich strekkende sporogoniumstelen zeer gevoelig voor fototropische

---

[1]) H. Fitting, Jahrb. f. Wiss. Bot. 1919.

De afneming der lengte in de plasmolyseerende oplossing is slechts gering, de correctie hiervoor onbelangrijk.

[2]) Vergelijk H. Sierp, Biol. Zentralblatt 1920, ook J. H. v. Burkom Diss. Utrecht 1913.

en geotropische prikkels. Bij eenzijdig helder daglicht krommen zich de lang uitgegroeide stelen reeds duidelijk na ± 10 minuten, in zonlicht na 5 min.

De nu volgende waarnemingen werden verricht in de donkere kamer van het Botanisch Laboratorium te Utrecht [1]). Gas is daar niet aanwezig, van laboratoriumlucht ondervond ik geen bepaalde bezwaren, de objecten vertoonden wel veel nutaties, maar dit was ook buiten 't geval. De temperatuur was 13—15° C.; de waarnemingen werden gedaan met rood licht (electr. lamp met safranineklok), dat blijkens voorproeven na uren inwerking op 1 à 2 d.M. afstand slechts een zeer geringe kromming te weeg bracht, die misschien nog ten deele van thermotropischen aard was.

Het materiaal, nagenoeg een reinkultuur, afkomstig van een beschadwde slootkant bij Amersfoort, werd met een scherp mes in stukken gesneden, die juist in de gewone bakjes voor Avena gebruikt pasten. Daarna werden de bakjes minstens een week in 't donker gezet, alvorens voor de proeven gebruikt te worden. Slechts de objecten met stelen van 15 à 25 m.M. waren voor de proeven geschikt, de grootere waren te slap. Veel van de sporogoniën moesten voor de proef begon worden weggeknipt, daar zij scheef gegroeid waren of nutaties vertoonden; slechts de vertikaal geplaatste stelen werden gebruikt en wel zoo, dat bij iedere proef 20 stuks als object dienden [2]).

De krommingen werden makroskopisch waargenomen, het zwarte sporogonium wees de uitwijking zeer duidelijk aan. Ten einde toevallige nutaties geen invloed op den uitslag te doen uitoefenen, werd de experimenteele reactietijd [3]) beschouwd als de tijdduur waarna 10 van de 20 objecten de kromming vertoonden. Tenzij 't tegendeel uit de proef zelf blijkt, werd 't materiaal na de prikkeling op de klinostaat geplaatst (omloopstijd ± 6 minuten).

De lichtsterkte der verschillende electrische lichtbronnen werd bepaald met den fotometer van Weber, eenige schommelingen door wisseling van de netspanning kunnen voorgekomen zijn, maar waren voor dit onderzoek niet van principieele beteekenis.

---

[1]) Dank zij de welwillendheid van den Heer Went, kon dit onderzoek in de vacantie worden voortgezet, waardoor aan het bezwaar, dat de strekking der stelen zich bij alle objecten binnen enkele weken afspeelt, zeer tegemoet gekomen werd.

[2]) Met materiaal, speciaal voor de proeven gekweekt, zou zeker meer te bereiken zijn, maar dit is in voorbereiding.

[3]) W. H. Arisz, (Onderzoekingen over fototropie Diss. Utrecht 1914) definieert den experim. reactietijd, als den krommingstijd, die bij een juist makroskopisch waarneembare kromming behoort.

M.K.S.	M.K.	S.	Reactie	Exp. reactietijd in minuten.
85	85	1	0	
170	85	2	0	
340	340	1	? 6 van 20+	
425	170	2½	? 9 van 20+	± 150
425	85	5	+ ? 11 van 20+	135
510	340	1½	+	130
510	85	6	+	135
612	0,01	612000	+	
850	85	10	+	130
1360	340	4	+	110
3400	340	10	+	105
7900	0,1	79000	+	
13600	1360	10	++	90
13600	3400	4	++	85
19600	11200	1¾	++	
27200	1360	20	++	80
33000	2200	15	+++	
34000	8500	4	+++	70
38250	2125	18	+++	70
40800	340	120	+++	
42000	700	60	++	
42000	2800	15	++ (*k a*)	70
56000	2800	20	++ (*k a*)	65
68000	340	200	++	
180000	50	3600	+	± 60
204000	3400	60	+	50
510000	8500	60	+ ?	
1020000	8500	120	+ ?	
1260000	700	1800	− ?	
2240000	11200	200	0	
3360000	2800	1200	eerst + dan ?	25
7560000	6300	1200	„ + „ ?	20
± 13,5 millioen	11200	1200	„ + „ +	20
20 „	11200	1800	„ + „ + (*w*)	
31,5 „	17500	1800	„ + „ +(*ka*	18
63 „	17500	3600	„ ++ „ +	15

Bij de lichtbron van 0,1 K. werd 't licht door papier getemperd.

Voor orienteering werden waarnemingen gedaan met een doorbelichting van 85 M.K., waarbij binnen het uur (55 à 60 minuten) een positieve reactie volgde. Daarna werd de inwerking van verschillende lichtenergiehoeveelheden nagegaan. De resultaten blijken uit bovenstaande tabel, die gerangschikt is naar de stijgende energiehoeveelheden. De experimenteele reactietijd is aangegeven in minuten, de reactie aangeduid door de teekens 0 Geen reactie, ? twijfelachtige reactie, minder dan 10 van de 20 gekromd, + ? zwakke positieve, + duidelijke, + + sterke, + + + zeer sterke positieve reactie, — ? twijfelachtige negatieve reactie.

Bij de proeven aangeduid met k. a. gingen de lichtstralen eerst door een bakje met koperoxydammoniak oplossing met evenwijdige wanden; bij die met w. door een dito bakje met wafer.

Blijkens de tabel ligt de experiment. drempelwaarde [1]) bij omstreeks 400 M.K.S.; bij meer homogeen materiaal zou deze scherper bepaald kunnen worden en misschien blijken iets lager te liggen, maar in elk geval is de gevoeligheid hier veel kleiner dan bij Avena.

Dan toont de tabel ons den productregel voor de drempelwaarde [2]), ook hoe de hoeveelheid energie steeds de beslissende factor is en eveneens wordt de conclusie van Arisz l.c. dat bij elke hoeveelheid lichtenergie een maximale kromming van bepaalde grootte en kromming behoort, hier volkomen bevestigd.

Merkwaardig is hier de sterke afneming der experimenteele reactietijden bij stijgende energie: bij de drempelwaarde is deze ± 150 minuten, bij de grootst gemeten energiehoeveelheden slechts 15 min. (± 15 millioen M.K.S.). Bij lange stelen en eenzijdig helder daglicht is de tijd ± 10 minuten, in zonlicht nog minder nl. 5 min. De afneming van de exper. reactietijd geschiedt vrij regelmatig, maar de duur is in 't gebied der zwakke reacties moeilijk te bepalen, anders zou deze tijd bij Pellia binnen ruime grenzen eenigermate als maatstaf der sterkte van den prikkel te beschouwen zijn. Terwijl bij Avena de kortste exper. reactietijd reeds optreedt tusschen 50 en 100 M.K.S. is dit hier eerst boven 15 millioen M.K.S. 't geval. Uitgesproken negatieve reacties waren bij Pellia niet waar te nemen, wel 't teruggaan eener eerst optredende positieve reactie (maar niet over den 0-stand heen) n.l. bij 3 tot 7 millioen M.K.S. Ook ligt tusschen de gebieden der sterke positieve reacties bij 40000 en 15 millioen M.K.S. een gebied van geen of van twijfelachtige negatieve reactie

---

[1]) Arisz l.c. en Rec. d. trav. bot. neerl. Vol. XIII 1914—1915.

[2]) Blaauw A. H., Die Perzeption des Lichtes Rec. d. trav. bot. neerl. 1909.

bij 1 tot 2 millioen M.K.S. Later zullen wij trachten eenigermate een inzicht in deze feiten te verkrijgen, maar daarvoor is 't noodig eerst de fotogroeireactie na te gaan, die sedert BLAAUW's onderzoek [1]) de grondslag is, waarop een verklaring der fototropische verschijnselen moet opgebouwd worden. De kromming moet dan opgevat worden als de resultante van de effecten, die de eenzijdige belichting op den groei van voor- en achterkant heeft. Vooraf wil ik echter nog eenige andere resultaten van 't fototropisch onderzoek vermelden. Allereerst dat bij een belichting van 30000—45000 M.K.S., waarbij de reactie 't sterkst is, na 3 à 4 uur zoowel op de klinostaat als niet, zeer sterk hoepelvormige krommingen optreden zooals BLAAUW [2]) ze voor Phycomyces afbeeldt en nog meer gelijkend op die, welke ARISZ l.c. Pl. I fig. 4 voor Avena geeft. Blijkbaar nemen dan alle deelen van den steel, die zooals boven bleek, alle hoewel in verschillende mate zich strekken, deel aan de kromming, die de kortdurende eenzijdige lichtprikkel heeft opgewekt. Na 16 uur zijn deze krommingen ook op de klinostaat vrijwel verdwenen, een gevolg van de autotropie, die v. D. SANDE BAKHUYZEN [3]) verklaart als het gevolg van de verduistering, die het door de belichting veroorzaakte groeivertragingsproces reversibel maakt.

Wordt een deel van den steel in 't donker geplaatst door het te omgeven met door bladtin bedekt riet, dan is de kromming veel minder sterk en slechts in 't belichte deel. De sporogoniën alleen te belichten bleek niet mogelijk, steeds werd ook de top van den steel meebelicht en vertoonde krommingen. Werd 't sporogonium omhuld en de steel alleen belicht, dan trad even goed kromming op. Dat dus na 't afknippen van 't sporogonium de steel niet of slecht fototropisch reageert, is een gevolg van den wondprikkel; van geleiding van den prikkel is hier geen sprake, wat de toedracht veel eenvoudiger maakt dan bij Avena.

Het fototropisch werkzame deel van het spectrum zijn ook hier de blauwe stralen; werd een glazen bakje met koperoxydammoniakoplossing als scherm voor de lichtbron geplaatst, dan werd de uitwerking niet noemenswaard veranderd, de experimenteele reactietijd was ongeveer dezelfde als bij vulling van 't bakje met water [4]).

De fotogroeireactie: Door den beperkten tijd, waarin de proeven met Pellia te nemen waren, kon ik slechts enkele waarnemingen

---

[1]) BLAAUW A. H., Licht und Wachstum I. Zeitschr. f. Botanik 1914.

[2]) Die Perzeption des Lichtes bl. 345.

[3]) H. L. v. D. SANDE BAKHUYZEN, Analyse der fototropische stemmingsverschijnselen. Diss. Utrecht 1920.

[4]) De minimale invloed der roode stralen bleek boven.

over de fotogroeireactie doen. Deze geschiedden bij een lichtsterkte van 75 M.K., waarbij 't licht van boven vallend, door 4 onder een hellingshoek van ± 45° geplaatste spiegels, horizontaal op 4 zijden van 't voorwerp geworpen werd, dat juist in 't centrum der 4 lichtbundels geplaatst was. Om 't groeiende voorwerp met de horizontaal mikroskoop waar te kunnen nemen, was 't mogelijk het gezichtsveld te belichten door een 5e spiegeltje in de as van de microscoop, ook onder een hellingshoek van 45° geplaatst achter het voorwerp.

De waarnemingen hadden steeds plaats bij rood licht, zoodat de dan ongelijkzijdige belichting geen krommingseffect geven kon. De zwarte bovenrand van het sporogonium was duidelijk waarneembaar; ongelukkig gaven nutaties soms weer moeilijkheden, daar dan bij scheeven groei de metingen onjuist waren. Langer dan een uur achter elkaar waar te nemen bleek niet goed mogelijk.

De belichting duurde 5 of 10 minuten (Energie 22500 en 45000 M.K.S.); een energie gekozen, omdat dan bij eenzijdige belichting een sterke positieve kromming optrad.

Direct wil ik er op wijzen, dat Pellia bij deze energiehoeveelheid een duidelijke fotogroeireactie geeft, maar alleen als de objecten eenigen tijd in 't donker gestaan hadden. Dit verklaart ook het stemmingsverschijnsel, dat te voren niet of te kort in 't donker geplaatste objecten bij eenzijdige belichting met 45000 M.K.S. geen duidelijke of zeer zwakke kromming geven, terwijl de lichtgevoelige objecten (zie boven) daarop zeer sterk reageeren. Arisz l.c. heeft dit stemmingsverschijnsel voor 't eerst als een reactieproces opgevat en later heeft v. d. Sande Bakhuyzen l.c. de stemming beschouwd als een verschil in helling der groeivertragingskrommen, optredend bij elk proces waar de reactie niet rechtlijnig toeneemt met den prikkel. Werd het object 6 minuten alzijdig (op klinostaat) met 2800 M.K.S. belicht, dan 20 sekunden eenzijdig er mee nabelicht, dan is er geen reactie, terwijl een eenzijdige belichting met 56000 M.K.S. waarbij het energieverschil tusschen voor- en achterkant even groot is, wel een sterke reactie geeft.

Keeren we terug tot de fotogroeireactie, dan blijkt bij toevoeging van 4 × 22500 of 4 × 45000 M.K.S. in 5 of 10 min. een duidelijke groeivertraging, meestal optredend reeds tijdens de belichting, soms enkele minuten daarna. Die vertraging bedroeg gemiddeld uit 6 waarnemingen 35 % (min. 25 %, max. 47 %); slechts langzaam schijnt de groeisnelheid weer terug te keeren tot de gemiddelde waarde vóór belichting, of zij later daarboven stijgt, was moeilijk na te gaan, daar door de nutaties de waarnemingen slechts 1 uur konden duren.

1e object	12^u—12^u 10^m	donker	groei 85 μ	2e object donker	70 μ
	12^u 10^m—12^u 20^m	,,	,, 87 μ	,,	73 μ
	12^u 20^m—12^u 25^m	licht	66 μ	licht	63 μ
	12^u 25^m—12^u 30^m	,,		donker	
	12^u 30^m—12^u 40^m	donker	64 μ	,,	40 μ
	12^u 40^m—12^u 50^m	,,	74 μ	,,	63 μ
	13^u 50^m—1^u	,,	75 μ	,,	66 μ

Bij eenzijdige belichting wordt de voorzijde in de nog groeiende, groene deelen sterker belicht dan de achterzijde door de absorptie in 't weefsel. Fotographische opnamen met gevoelig papier van 't schaduwbeeld genomen bewezen dit [1]). De sterkere groeivertraging aan de bij eenzijdige belichting met meer energie bedeelde voorzijde, zal dus een positieve kromming te weeg brengen m. a. w. het geval der Helianthus hypocotylen [2]). Alleen is hier bij Pellia de gevoeligheid minder groot en is bij de schommelingen, die de belichting in de groeisnelheid te voorschijn roepen kan, nog geen stijging boven de normale gezien [3]). De eerste groeivertraging door de belichting te weeg geroepen, niet bij de fotogroeireactie te rekenen zooals Sierp [4]) bij Avena doet, heeft hier waar van geen prikkelgeleiding sprake is en de kromming veel sneller optreden kan, totaal geen zin.

De resultaten der fototropische waarnemingen: het eerst langzaam stijgen der positieve reactie tot ± 45000 M.K.S., dan het langzaam afnemen tot 1 à 2 millioen M.K.S. met lang indifferentiestadium zonder duidelijke negatieve reacties, waar dus voor- en achterzijde gelijk reageeren, wijst m. i. op een zeer geleidelijk verloop der groeivertragingskrommen. Waarschijnlijk zullen deze een zeer langzame stijging, dan een lang horizontaal deel, misschien met geringe dalingen, gevolgd door stijging vertoonen. Preciseering is voorloopig niet mogelijk [5]); een uitvoerig onderzoek, met alzijdige voorbelichtingen, gevolgd door eenzijdige, dat ik later hoop te doen, zal hiervoor noodig zijn. Misschien zijn dan ook negatieve reacties waar te nemen.

Geotropie: Betreffende de geotropie werden slechts enkele proeven genomen; reeds in de natuur blijkt deze in de stelen negatief te zijn. Bij doorprikkeling met vertikalen stand van het thallus (steel horizontaal)

[1]) In de uitgegroeide heldere stelen is de absorptie gering, maar ook de kromming zwak.

[2]) A. H. Blaauw. Licht und Wachtstum II. Zeitschr. f. Botanik VII 1915.

[3]) Dat de fotogroeireactie ook bij Pellia na de groeivertraging een versnelling moet gaan vertoonen, zou men kunnen afleiden uit de autotropie, de rechtstrekking in 't donker.

[4]) H. Sierp. Zeitschr. f. Botanik XIII 1921.

[5]) De helling der groeivertragingskrommen zal langzaam af moeten nemen, daar bij voorbelichting de drempelwaarde hooger wordt.

was de exper. reactietijd 80—90 min. Hier is dus niet dat verschil in snelheid van foto- en geotropische reactie, dat we bij Avena waarnemen.

De experimenteele drempelwaarde voor de geotropie was ± 10 minuten, de exper. reactietijd dan 150 min.

Door proeven met 't centrifugaalapparaat trachtte ik na te gaan of de exper. reactietijd bij geotropie even sterk van de energiehoeveelheid afhankelijk was. Het object bleek hiervoor echter ongeschikt, de slappe stelen worden mechanisch te veel verbogen en ook de bakjes bleken onpractisch voor dit object. Wel vond ik een veel langer reactietijd bij prikkeling op een hellingsvlak v. 45° nl. ± 2 uur.

Ten slotte nog enkele opmerkingen over de mechanische zijde van het krommingsproces en de fotogroeireactie bij objecten als Pellia, waar van prikkelgeleiding geen sprake is, de toedracht dus eenvoudiger kan zijn dan bij Avena. Voor de mechanische verklaring der strekking en kromming van meercellige plantendeelen kunnen twee factoren in aanmerking komen, verandering in den turgordruk of in den celwand. Vroeger legde men den nadruk op den eersten, nu op den tweeden factor[1]). Wel is de turgordruk een noodzakelijke voorwaarde voor de strekking, maar 't feit bv., dat bij Pellia in winterrust de osmot. druk der steelcellen hoog is en toch geen strekking optreedt, daarentegen deze begint en op den top der groote periode zijn hoogtepunt bereikt, terwijl de osmot. druk van de winterrust af geleidelijk afneemt, wijst erop, dat we bij de reguleering der strekking den hoofdfactor moeten zien in verandering van den celwand. Zoo bleek mij bij vergelijking der convexe en concave zijden van juist gekromde stelen geen noemenswaard verschil in osmot. druk, ook gaat een duidelijke kromming door eenzijdig daglicht teweeggebracht, reeds een halfuur na begin der prikkeling niet door plasmolyse terug. Wijziging der eigenschappen van den celwand moet dus hier de meerdere of mindere strekking bepalen, wat zich aansluit aan de verklaring der kromming van eencellige organen.

Blaauw l.c. toonde bij Phycomyces aan, dat de fotogroeireactie alleen dan optreedt, als de groeiende, 3 à 4 mM. groote topzone belicht wordt en concludeert ook hieruit, dat 't licht niet door turgorverandering werkt.

We kunnen nu echter vragen, is die celwandverandering primair of secundair m. a. w. is 't lichtgevoelig systeem in den celwand of in 't protoplasma te zoeken; 't laatste ligt natuurlijk 't meest voor de hand, maar wij moeten niet vergeten, hoe een onderzoek van

---

[1]) W. Pfeffer Physiologie, II. Kap. XIII.

Hansteen Cranner[1]) onlangs weer leerde, dat de celwand der levende cellen veel samengestelder is, dan men vroeger dacht nl. een gecompliceerd kolloïd systeem, dat o.a. lipoiden bevat. Het geheele vraagstuk van den celwandgroei, vroeger met oppositie en intussusceptie verklaard, zal nu van een kolloidchemisch standpunt bezien moeten worden.

Meer aanwijzingen zijn er echter om in 't protoplasma, misschien in de stabiele grenslaag 't lichtgevoelig systeem te verwachten. Een onderzoek van Dreyer en Hanssen[2]) toonde aan, dat albuminen onder inwerking van lichtstralen van korte golflengte coaguleeren, welke inwerking een reversibel proces is, zooals we boven ook voor de fotogroeireactie zagen.

Hoe dit ook zij, in beide gevallen is het de kolloidchemie, die ons een dieper inzicht geven moet in de fotochemische verschijnselen die de fotogroeireactie beheerschen.

---

[1]) R. Hansteen Cranner, Jahrb. f. Wiss. Botanik 1914.
[2]) G. Dreyer en O. Hanssen, Compt. Rend. T. 145, 1907.
Vergelijk ook F. Schanz Ber. d. d. Bot. Ges. 1918.

Voor de boekerij der Akademie biedt de Heer H. ZWAARDEMAKER ten geschenke aan een exemplaar van zijn „*Leerboek der Physiologie*" (3e druk) Deel I en II.

De Voorzitter herinnert eraan, dat, ter voldoening aan het bepaalde in Art. 6 der Akte van Stichting van het Buitenzorg-fonds, dit jaar weer een oproeping gedaan moet worden van personen, die in aanmerking wenschen te komen voor uitzending naar de laboratoria van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, op kosten van het fonds, aangevuld met eene Rijkstoelage.

Hij noodigt daarom de leden-botanici der Afdeeling uit om, na overleg met de hoogleeraren in de plantkunde aan de Rijks-Universiteiten, die niet tot de leden der Akademie behooren, eene oproeping te doen, opdat, uit de zich aanmeldende candidaten, de Afdeeling een voordracht ter uitzending zal kunnen doen aan den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen.

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP ZATERDAG 28 MEI 1921.

DEEL XXX.

N°. 2.

Voorzitter: de Heer F. A. F. C. WENT.
Waarnd. Secretaris: A. F. HOLLEMAN.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 57.
De Heeren E. VAN EVERDINGEN Jr. en E. HERTZSPRUNG als nieuwe leden geinstalleerd door den Voorzitter, p. 58.
In memoriam TH. H. MAC GILLAVRY, p. 60.
I. K. A. WERTHEIM SALOMONSON: „Enkelvoudige en Alterneerende Voetclonus", p. 62.
A. SMITS en C. J. DE GRUYTER: „Het electromotorisch gedrag van Aluminium". III. (Aangeboden door de Heeren P. ZEEMAN en S. HOOGEWERFF), p. 72.
A. PANNEKOEK: „Het locale stersysteem". (Aangeboden door de Heeren W. DE SITTER en E. HERTZSPRUNG), p. 78.
J. P. WIBAUT: „Het gedrag van amorfe koolstof en zwavel bij verhitting. Over koolstofsulfiden". (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en S. HOOGEWERFF), p. 86.
EUG. DUBOIS: „Over den schedelvorm van *Homo neandertalensis* en van *Pithecanthropus erectus*, bepaald door mechanische factoren", p. 96.
Vraag van den Heer ERNST COHEN, p. 96.
Aangeboden boekgeschenken, p. 96.

Wegens ongesteldheid van den Secretaris, den Heer L. BOLK, wordt het Secretariaat waargenomen door den Onder-Voorzitter, den Heer A. F. HOLLEMAN.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van de Heeren P. VAN ROMBURGH, EUG. DUBOIS, W. DE SITTER en J. BÖESEKEN dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Een missive van Zijne Excellentie den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dd. 21 Mei 1921 met bericht dat H.M. de Koningin de benoeming van de Heeren E. VAN EVERDINGEN Jr. en E. HERTZSPRUNG tot leden der Wis- en Natuurkundige Afdeeling van de Akademie heeft bekrachtigd.

Aangenomen voor kennisgeving.

De Voorzitter heet de Heeren VAN EVERDINGEN en HERTZSPRUNG welkom in deze vergadering der Afdeeling, de eerste, die zij als nieuwbenoemde leden bijwonen en installeert hen als zoodanig met een gelukwensch en eenige woorden van waardeering voor hunne wetenschappelijke praestaties, daarbij de hoop uitsprekend dat zij door hunne verdere onderzoekingen zullen medewerken tot verhooging van de beteekenis en den bloei der Akademie.

3°. Een bij renvooi van denzelfden Minister dd. 23 Mei 1921 N°. 2949, afd. K. en W., met verzoek om bericht en raad, aan de Afdeeling doorgezonden afschrift van een schrijven van den Franschen Gezant, dd. 11 Mei 1921 N°. 81 betreffende een uitnoodiging tot het zenden van afgevaardigden der Nederlandsche Regeering naar het van 1—5 Juli a.s. te Parijs te houden medisch-historisch congres, welk schrijven, gericht tot Zijne Excellentie den Minister van Buitenlandsche Zaken, door dezen in afschrift aan zijn ambtgenoot van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen werd gezonden bij missive van 19 Mei 1921 N°. 11229, afd. Juridische Zaken.

De Voorzitter stelt deze stukken in handen van den Heer G. VAN RIJNBERK met verzoek om prae-advies aangaande het aan den Minister te geven antwoord.

4°. Een missive van denzelfden Minister dd. 30 April 1921 N°. 2320 afd. K. en W. met bericht dat Zijne Exc. bereid is ten behoeve van de voortzetting der publicatie van den Internationalen Catalogus voor natuurwetenschappelijke literatuur een bedrag van *f* 13500.— aan te vragen op de ontwerp-suppletoire begrooting van zijn Departement voor het loopende jaar, welke binnenkort zal worden ingediend. Tevens machtigt de Minister de Afdeeling om aan de „*Royal Society*" te Londen toezegging te doen dat de Nederlandsche Regeering zal deelnemen aan de voortzetting der publicatie onder voorbehoud dat de daarvoor benoodigde gelden door de Staten-Generaal zullen worden toegestaan.

Deze toezegging van den Minister is aan de „*Royal Society*" kenbaar gemaakt vóór 15 Mei j.l., den datum, door dit Genootschap gesteld als uitersten datum voor het inzenden van antwoord.

Bij schrijven van 12 Mei j.l. heeft de „*Royal Society*" de ontvangst van het antwoord bevestigd.

5°. Bericht van den Heer E. van Everdingen Jr., dat hij de benoeming tot lid der Akademie aanneemt.

6°. Bericht van den Heer I. K. A. Wertheim Salomonson, dat hij de benoeming tot lid van de ingestelde commissie van medebeheer over de fondsen der Afdeeling aanneemt.

7°. Bericht van den Heer A. Pulle, hoogleeraar in de plantkunde aan de Rijks Universiteit te Utrecht, dat hij, in die kwaliteit, bereid is te voldoen aan het verzoek der Afdeeling om zijn medewerking te verleenen bij het aanwijzen van een persoon, die aan den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen, volgens de statuten van het Buitenzorg-fonds, dit jaar door de Afdeeling weer zal zijn voor te dragen ter uitzending naar 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, voor rekening van het fonds aangevuld met eene toelage der Regeering.

De berichten onder 5, 6 en 7 vermeld, worden aangenomen voor kennisgeving.

8°. Een schrijven dd. 8 Maart 1921 van de „*National Research Council*" te Washington, met eene uitnoodiging aan onze Akademie om hare medewerking te verleenen aan een wetenschappelijk onderzoek van de landen, grenzende aan den Grooten Oceaan en wel, wat Nederland betreft, speciaal van de Indische Koloniën.

De Voorzitter stelt dit schrijven in handen van de Heeren G. A. F. Molengraaff en Max Weber, leden en W. van Bemmelen en J. C. Koningsberger, correspondenten der Afdeeling, met verzoek om in overleg met het Bestuur der Akademie haar te prae-adviseeren omtrent het antwoord dat te geven zal zijn.

9°. Bericht van het overlijden te 's Gravenhage op 14 Mei j.l. van het rustend lid der Afdeeling, den Heer Th. H. Mac Gillavry.

Dit bericht is met een brief van rouwbeklag beantwoord.

Naar aanleiding van dit doodsbericht zegt de Voorzitter:

THEODORUS HENDRICUS MAC GILLAVRY,

die van 1875 af lid geweest is van deze Afdeeling, heeft reeds sedert een 8-tal jaren niet meer deel genomen aan onze werkzaamheden, daar zijn hooge leeftijd het voor hem moeilijk maakte zich te verplaatsen.

Tengevolge daarvan zullen er vele jongere leden van de Akademie zijn, die den overledene niet persoonlijk gekend hebben, voor wie hij eenigszins legendarisch is geworden; maar de ouderen onder ons zullen zich den man herinneren, die zeer geregeld de vergaderingen bezocht en die daarbij opviel door zijn scherp profiel. Hij was dan ook een zeer scherpzinnig man, geestig, ruim van blik, vlug en daarbij wel niet zachtmoedig, maar toch goedhartig.

Mac Gillavry werd 3 Juni 1835 te Batavia geboren, ontving voorbereidend onderwijs te Zwolle en werd in 1853 leerling aan de Rijkskweekschool voor militaire geneeskundigen en student aan de Rijks-Universiteit te Utrecht. Daar was hij een geliefd leerling van Donders, ook een tijd lang diens assistent. Hij promoveerde in 1858 op een proefschrift „de oculi accomodationis quantitate" en werd vervolgens officier van gezondheid bij het leger in Nederlandsch-Indië. Spoedig moest hij echter om gezondheidsredenen terugkeeren, vond toen geen betrekking naar zijn zin op medisch gebied en werd leeraar bij het Middelbaar Onderwijs in Nederland.

In 1872 werd Mac Gillavry geroepen om Wellenbergh op te volgen als directeur van de Veeartsenijschool. Daar heeft hij gedurende een vijftal jaren zeer belangrijk werk verricht, waaronder zeker niet als het minste is te beschouwen, dat hij van 't Hoff gedurende diens moeilijke dagen een asyl verschaft heeft aan de Veeartsenijschool.

In 1877 werd Mac Gillavry benoemd tot hoogleeraar te

Leiden om als opvolger van Boogaard onderwijs te geven in algemeene pathologie, pathologische anatomie en hygiene, van welke vakken hij later de pathologische anatomie afstond aan zijn leerling en assistent Siegenbeek van Heukelom. Als het belangrijkste van hetgeen daar door hem tot stand werd gebracht, moet zeker genoemd worden de stichting van het Boerhaave-laboratorium.

Mac Gillavry heeft niet veel gepubliceerd, maar enkele van zijn onderzoekingen zijn zeer bekend geworden. Ik noem in het bizonder een onderzoek, dat hij verricht heeft te Weenen in het laboratorium van den physioloog Ludwig over de lymphbanen in de lever. Te Utrecht publiceerde hij een verhandeling over den invloed van bronchiaalkramp op de ademhaling en een mikroskopisch-anatomisch onderzoek over de ontwikkeling van de tanden van de rat. Uit zijn Leidschen tijd noem ik een onderzoek over leukaemisch menschenbloed en een ander over sympathische ophthalmie.

Mac Gillavry heeft het voorrecht gehad, dat hij tot op hoogen leeftijd frisch van geest mocht blijven. Zijn belangstelling in wetenschappelijke vragen is dan ook onveranderd geweest tot op het oogenblik, dat de dood vrij wel zonder voorafgaand ziekbed is ingetreden; zijn nagedachtenis zal bij ons blijven als die van een begaafd man, die de wetenschap en het vaderland een aantal belangrijke diensten heeft bewezen.

Geneeskunde. — I. K. A. Wertheim Salomonson: „*Enkelvoudige en Alterneerende Voetclonus.*"

Sinds in 1863 door Ordenstein, in een dissertatie bewerkt onder Charcot, de voetclonus beschreven is, heeft dit verschijnsel het onderwerp uitgemaakt van talrijke onderzoekingen en beschouwingen. Uit de uitgebreide literatuur blijkt zelfs, dat men het nog niet geheel en al eens is over het mechanisme ervan, meer bepaaldelijk of de voetclonus tot stand komt uitsluitend door rhythmische samentrekkingen van de aan de Achilles-pees aangrijpende spieren, dan wel of afwisselende samentrekkingen van de kuitspieren en scheenspieren den clonus onderhouden. Wij zouden dit kunnen uitdrukken door te zeggen dat de meeningen nog verdeeld zijn of wij moeten spreken van een enkelvoudigen dan wel van een alterneerenden voetclonus. Dubois, die onder Charcot werkte, beschrijft hem als een alterneerend verschijnsel (1868). Erb en Westfahl spreken in 1875 zich uit in den zin dat de voetclonus alleen door de werking der kuitspieren tot stand komt. Blocq en Onanoff huldigen de opvatting van Dubois, waarbij ook Petitclerc zich aansluit, alhoewel deze uitdrukkelijk zegt, dat de spiercontracties van de kuitspieren wèl, die van den tibialis anticus niet te voelen zijn. Sternberg zegt dat alleen de spontane voetclonus alterneerend is, doch dat de gewone kunstmatig verwekte voetclonus alleen door de werking der kuitspieren tot stand komt. Bij deze meening sluit zich later ook Crocq aan.

Naar aanleiding van de waarneming van een patient bij wien een geïsoleerde clonus van den extensor hallucis longus en eveneens een volkomen geïsoleerde clonus van den m. tibialis anticus kon worden opgewekt, heb ik een apparaat geconstrueerd, waarmede het mogelijk is samentrekkingen van bepaalde onderbeenspieren met uitsluiting van alle andere graphisch op te teekenen; de toestel wordt aan het been bevestigd en kan gebruikt worden terwijl het been allerheftigste schuddingen tijdens een clonus uitvoert. Hiertoe worden eerst twee beugels aan de tibia bevestigd, en wel een aan het boveneinde en een aan de beide malleoli; deze beugels zijn onderling door een lichte koperen buis verbonden. Bij bewegingen van het onderbeen ten opzichte van het bovenbeen, of wel bij bewegingen van den voet ten opzichte van het onderbeen, bleek de buis zich niet te verplaatsen ten opzichte van de tibia.

Aan de aldus bevestigde buis konden twee ontvangkapseltjes, elk voorzien van een drukknopje vastgemaakt worden, waarbij de drukknopjes in aanraking gebracht worden met de spierbuiken welker

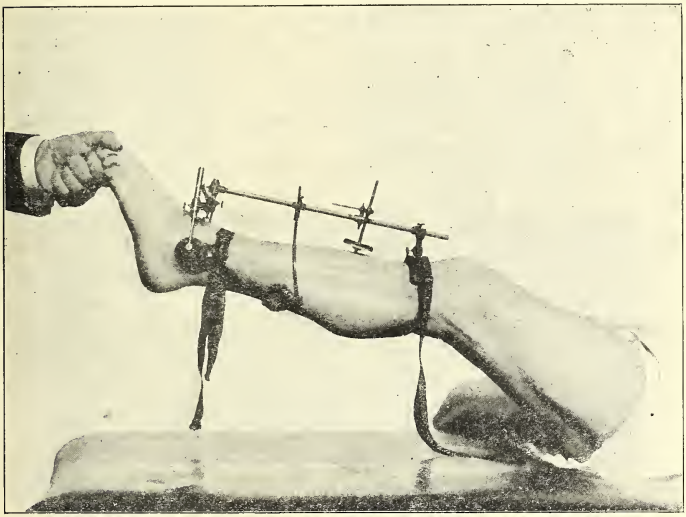


Fig. 1.

verdikking geregistreerd moet worden. De bewegingen van de twee schrijfkapsels, die met de beide ontvangkapseltjes op de gewone wijze verbonden zijn, worden gelijktijdig met een tijdcurve, die merken van 0.1 seconde geeft, op den registreercilinder opgeschreven. De vergrooting bedraagt daarbij minder dan 3 maal, de schrijfhefboompjes wegen minder dan 11 mgr. en zijn slechts 7 cm. lang.

Met behulp van het hier beschreven toestel zijn zeer talrijke patiënten met voetclonus onderzocht. Uit den aard der zaak kwam in de eerste plaats echter het visueele onderzoek en de palpatie in aanmerking, en werd het grafische onderzoek alleen aangewend, wanneer daartoe een bepaalde aanleiding bestond — en wel òf het vastleggen van een bepaald feit òf wel het oplossen van een bepaald vraagstuk. In de overgroote meerderheid der gevallen ontbrak die aanleiding, d. w. z. tijdens een krachtigen voetclonus was niet de geringste aanduiding te bespeuren van eenige samentrekking van

de dorsaalstrekkers van voet of teenen, noch bij beschouwing, noch bij betasting der spierbuiken of pezen. Vooral de palpatie is zeer betrouwbaar, mits men de hand steunt op den tibiarand, en dan beoordeelt of de spierbuik-oppervlakte gewijzigd wordt in haar ligging ten opzichte van het tibia-oppervlak. In den beginne zijn herhaaldelijk contrôleproeven gedaan met behulp van het instrument. Hierbij bleek echter onmiddellijk dat inderdaad de spierbuik van den tibialis anticus volkomen rust vertoonde, zoodat de schrijfkapsel inderdaad een volkomen rechte lijn beschrijft. In sommige gevallen zijn in de tibialis-lijn enkele zeer oppervlakkige schommelingen zichtbaar, zooals in fig. 2 te zien is. Hier kan echter onmiddellijk

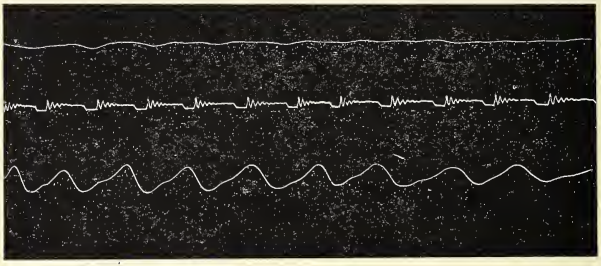


Fig. 2.

vastgesteld worden dat dit geen spiersamentrekkingen zijn, doch slechts de uiting van een passieve spierrekking. Immers, de spier wordt schijnbaar dikker gelijktijdig met de verkorting en verdikking van den gastrocnemius. Dit beteekent, dat de tibialis zich zou moeten samentrekken juist op het oogenblik dat ook de samentrekking der kuitspieren begint, hetgeen onwaarschijnlijk is. Dat werkelijk een rekking van den tibialis anticus de verheffing veroorzaakt, bleek daaruit, dat bij een langzame passieve rekking inderdaad de tibialiscurve duidelijk steeg, terwijl de huid boven den tibialis gespannen werd; waardoor de ontvangkapsel ingedrukt werd. Een onderzoek leerde dat dergelijke curven steeds verkregen worden wanneer de ontvangkapsel te ver distaalwaarts op den tibialis anticus geplaatst wordt. Wordt daarentegen de ontvangkapsel ietwat verder proximaal geplaatst, zoodat zij feitelijk wat verder proximaal ligt dan het dikste deel van den spierbuik, dan verkrijgen wij curven als in fig. 3, waarbij de rekking van den tibialis anticus, veroorzaakt door de plantairbeweging van den voet een lichte daling van de tibialiscurve doet optreden, gelijktijdig met de samentrekking van den

gastrocnemius. Tusschen deze punten in gelukt het gewoonlijk een punt te vinden voor het plaatsen van de ontvangkapsel, waarbij vrij sterke passieve strekking of buiging van den voet geen verplaat-

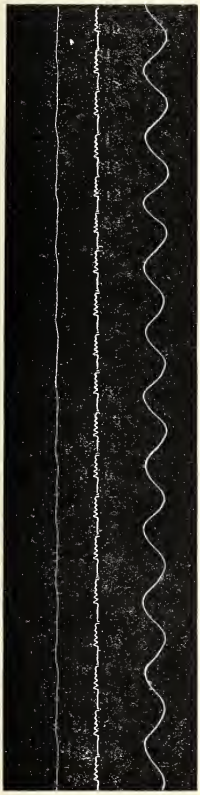


Fig. 3.

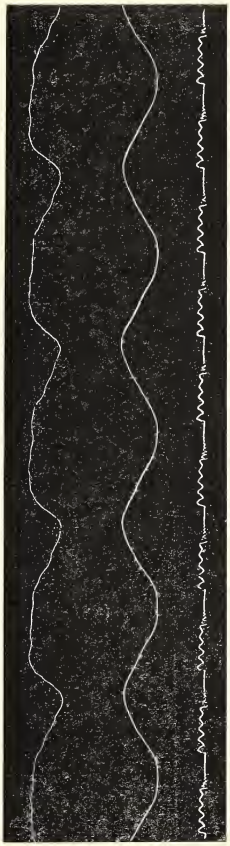


Fig. 4.

sing van den schrijfhefboom veroorzaakt — ten minste bij volkomen en blijvende verslapping van den tibialis anticus.

Uit den aard der zaak vereischt ook het aanleggen van de ontvangkapsel op den gastrocnemius eenige zorg. Somtijds werd de pelotte tegen den lateralen rand van de spier aangelegd; een aan-

leggen in de mediaanlijn ongeveer en iets boven het breedste gedeelte van den spierbuik voldoet gewoonlijk nog beter. Men vermijde een aanleggen tegen de pees.

Tegenover de talrijke gevallen waarbij de clonus zich beperkt tot de kuitspieren vinden wij af en toe een zeldzaam geval waar inspectie en palpatie reeds een directe aanwijzing geven, dat de tibialis anticus groep aan den clonus een actief aandeel heeft. Schrijven wij in die gevallen de spierverdikking op, dan ontstaan curven zooals er hier eenige volgen (fig. 4—8).

Opmerking verdient, dat in al deze curven de instrumenteele vergrooting gelijk is aan die welke in de beide eerste curven gebruikt is: zij bedraagt ongeveer 3 maal. Hierbij is de uitslag van den schrijfhefboom bij elke spiersamentrekking zeer krachtig en geheel in overeenstemming met de gewaarwording eener flinke periodische contractie bij de palpatie. In deze curven treedt steeds de samentrekking van de soleusgroep en van den tibialis anticus afwisselend op. De eene groep verslapt tijdens het samentrekken van de andere en omgekeerd. De beide curven, n.l. die van den tibialis en van de gastrocnemiusgroep vertoonen daarbij nog eenige eigenaardigheden. Vooreerst gelijkt de gastrocnemius curve meer op een zuiver sinusoïdale lijn. In de eerste der curven neemt de contractie gelijkmatig toe gedurende 0.08 seconde ongeveer, om daarna even geleidelijk af te nemen in een ongeveer even grooten tijd. Op het oogenblik dat het maximum van contractie bereikt is, begint plotseling de tibialis samen te trekken: deze bereikt daarbij het hoogtepunt in 0.047 seconde, d.w.z. in slechts iets meer dan de helft van den tijd dien de gastrocnemius daarvoor behoeft. De tibialis blijft dan daarna gedurende 0.096 seconde in gespannen toestand om daarna weer vrij snel n.l. in 0,076 seconde te verslappen. De geheele cyclus duurt 0.21 seconde zoodat bij dezen zeer langzamen clonus slechts 4,7 trillingen per seconde gemaakt worden. In sommige curven is dat verschijnsel nog veel sterker uitgesproken zooals in curve 5, waarin de duur der toenemende contractie voor den triceps surae 0,077 seconde, voor den tibialis anticus daarentegen slechts 0,021 seconde bedraagt. De frequentie is in deze curve veel hooger, namelijk 7,3 per seconde, zoodat elke schommeling 0,137 seconde eischt.

De getallen voor den duur der aangroeiings- en afnemingsperiode der contractie zijn zeker niet in algeheele overeenstemming met de getallen die wij bij eenvoudige spiercontractie plegen te vinden, alhoewel opmerkelijk is, dat ook hierbij de aangroeiingsduur bij den tibialis opvallend kort is. Doch de spieren werken tijdens een clonus allerminst onder omstandigheden die men ook maar bij benadering

normaal zou kunnen noemen, of die ook maar in het minst gelijken op die waaronder een enkelvoudige spiercontractie geregistreerd wordt. Tijdens den clonus wordt door den onderzoeker voortdurend een zoo gelijkmatig mogelijke druk op de voetzool uitgeoefend. Voor de Achillespees-spieren beteekent dit, dat deze voortdurend weerstand moeten overwinnen: zij werken als 't ware isotonisch. Zij zouden dit zelfs volkomen doen indien de tibialisgroep niet medewerkte. Bij den enkelvoudigen voetclonus met rustende voetextensoren zijn deze omstandigheden vrijwel verwezenlijkt. Hier werkt de gastrocnemiusgroep praktisch isotonisch, indien wij ten minste afzien van de storende werking, die de aanwezigheid van den voet van den patiënt en de hand en onderarm van den onderzoeker uitoefent. Het gebruik van den toestel van Ettore Levi zou de isotonie nog iets nader brengen. Doch in de gevallen waar de tibialis anticus medewerkt, treedt bovendien daardoor nog een rhythmische versterking en verzwakking der passieve spanning op, waartegen de triceps surae zich samentrekt. En geheel dezelfde overwegingen zijn ook toepasselijk op de tibialis anticus curve. Doch terwijl deze afwijking van de isotonie voor den gastrocnemius weinig of geen beteekenis heeft, aangezien deze afwijking veroorzaakt wordt door een misschien 10 maal zwakkere spier, veroorzaakt de gastrocnemius zeer hinderlijke spanningswijziging voor den tibialis anticus. De tibialis werkt dus tegen een veel sterker wisselende spanning, die zelfs op enkele oogenblikken negatief is, hetgeen bij den gastrocnemius nimmer geschiedt. De curve van den tibialis zal dus in den regel veel meer gedeformeerd zijn dan die van de kuitspieren. Dat echter inderdaad de beinvloeding een wederzijdsche is, blijkt het beste uit de volgende curven. In de eerste daarvan (6) is de tibialis curve samengesteld uit telkens twee op elkaar volgende verheffingen, waarvan de tweede vermoedelijk te weeg gebracht is door passieve rekking van den tibialis door den zich juist samentrekkenden triceps surae, terwijl de eerste groote verheffing het voornaamste deel der eigenlijke tibialis-contractie is. In de gastrocnemius curve herkennen wij in de neerdalende lijn een verheffing die vermoedelijk het gevolg is van de passieve rekking door de tibialis verkorting.

In fig. 7 zien wij daarentegen dat de tibialis anticus een nagenoeg niet misvormde lijn schrijft, terwijl daarentegen de gastrocnemiuscurve een dubbele verheffing vertoont: hier wordt weer de eerste top door de eigen contractie, de tweede door rekking, als gevolg der tibialis contractie opgewekt. Waardoor wordt dit verschil in deze beide laatste curven verklaard? Hier is geen sprake van verschil in aanleggen van het apparaat. Het bleek dat hier alleen in de

kracht der contracties van tibialisgroep en tricepscurve de oplossing gevonden werd. In fig. 6 hebben wij een clonus die bijna in hoofdzaak door de tricepscurve wordt onderhouden, waaraan echter de

Fig. 5.

Fig. 6.

tibialis anticus deelneemt. In fig. 7 daarentegen is het de tibialis anticus die den clonus op gang houdt, terwijl de triceps surae nauwelijks daaraan mededoet. Dit blijkt reeds uit de manier waarop de clonus opgewekt wordt. In fig. 6 moest de voetzool krachtig omhoog gedrukt worden, terwijl in fig. 7 de voet slechts vastgehouden behoefde te worden, zoodra de clonus eenmaal op gang

was. In dit geval kon ik evengoed den clonus opwekken door een snelle passieve strekking als door een passieve buiging van den voet. Laat mij dadelijk hieraan toevoegen, dat ik bij twee patienten cloni

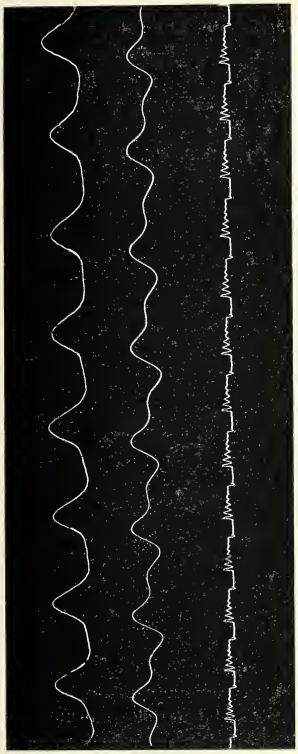


Fig. 7.

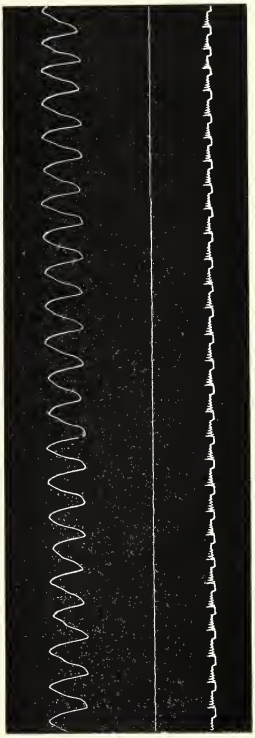


Fig. 8.

gezien heb die zich beperkten tot den tibialis anticus, en waarbij de triceps surae in volmaakte rust bleef. (fig. 8). Bij het registreeren van deze curve was de gastrocnemiuspelotte geplaatst op het middelste dikste gedeelte van den spierbuik van den gastrocnemius. Noch door het gevoel, noch bij het registreeren kon een spoor van contractie daarin worden aangetoond. Deze clonus werd opgewekt door een passieve plantaire beweging van den voet in plaats van door een passieve rekking van de Achillespees. De patienten bij wie deze geïsoleerde clonus in den tibialis anticus kon worden opgewekt

leden toevallig beide aan dementia paralytica. Bij een van deze, van wie ook de curve van fig. 8 afkomstig is, kon ook een geheel geïsoleerde clonus van den extensor hallucis longus worden opgewekt.

Het voorkomen van een echten alterneerenden clonus zooals hierboven beschreven is, is een betrekkelijk zeldzaam verschijnsel. Ik schat ruwweg, dat niet meer dan 2 à 3 % der voetcloni alterneerend zijn: de overgroote meerderheid der gevallen zijn enkelvoudige triceps surae cloni. De patiënten bij wie ik alterneerende voetcloni vond, leden hoofdzakelijk aan multiple sclerose, aan encephalomalacie, lues cerebrospinalis; verder zag ik deze nog in zeldzame gevallen van hersenbloeding, hersengezwel, dementia paralytica, syringomyelie, en ataktische paraplegie. Ik meen niet te overdrijven wanneer ik zeg dat ik elk jaar wel ongeveer een tiental patienten met alterneerenden voetclonus zie, tegenover vele honderden met enkelvoudigen clonus. Bij volledige medullaire paraplegie komt nooit een alterneerende clonus voor. In 't algemeen ziet men deze slechts aan ééne extremiteit, en wel steeds aan het minst verlamde been. Steeds was het centrale zenuwstelsel asymmetrisch getroffen, doch gewoonlijk door multiple haarden. In overeenstemming daarmede werd dan ook bij encephalomalacische, sclerotische of luetische haardprocessen het meest de alterneerende clonus gevonden. Een vrij groote reeks van obducties hebben dit bevestigd. Een directe verklaring hebben deze nooit gebracht, zoodat daaruit geen inzicht in de genese verkregen wordt.

De verklaring die ik voor mij zelf heb pogen te geven hangt in hoofdzaak samen met enkele feiten die door Sherrington gevonden zijn in verband met de corticale motorische innervatie. Wordt een motorisch corticaal centrum geprikkeld dan treedt daarbij gelijktijdig een spanning van bepaalde spieren en een ontspanning der antagonisten op, zoodat dit corticale centrum reeds een dubbele werking heeft. Van enkele dier centra weten wij zelfs dat hun werking nog veel meer samengesteld is, zonder dat wij daarbij de mogelijkheid uitsluiten, dat deze samengesteldheid eigenlijk slechts het gevolg is van de prikkeling van subcorticale centra. Dit geldt onder meer voor de loopbewegingen. Het is uiterst waarschijnlijk dat bij het loopen telkens alleen een betrekkelijk eenvoudige corticale impuls wordt uitgezonden naar een lager — vermoedelijk thalamisch centrum van waaruit gelijktijdige impulsen naar *beide* extremiteiten worden afgegeven. Voor elken volgenden pas geeft zoowel het corticale als het subcorticale centrum de rol over aan het overeenkomstige centrum der andere zijde. Beurtelings treden dus de rechter en de linker centra in werking, waarbij de rechter centra niet alleen de linker

extremiteit, doch ook ten deele de rechter extremiteit innerveeren en omgekeerd. Vermoedelijk worden daarbij de beenverlengers van de contralaterale, de beenverkorters der homolaterale zijde van uit één centrum of centrum groep geïnnerveerd. Dit beteekent dus dat bij prikkeling van dit centrum optreedt: tetanus van de contralaterale extensoren, hypotonie van de contralaterale flexoren, en hypertonie der homolaterale flexoren.

Valt de werking van een dusdanig centrum weg dan volgt daarop als physiologisch degeneratieverschijnsel van secundair motorische neuronen: hypertonie der contralaterale extensoren, zoowel als van de flexoren, doch tevens hypertonie der homolaterale flexoren. Aan het verlamde onderbeen worden dus de kuitspieren sterk hypotonisch, de scheenspieren eveneens doch iets minder, terwijl tevens een geringe hypertonie der homolaterale, dus aan het gezonde been gelegen, scheenspieren voor den dag komt. Het schijnt mij toe, dat als uiting van deze laatste het gemakkelijk optreden der door mij beschreven verkortingsreflexen mag genoemd worden. Bovendien bestaat de kans dat een tibialis-clonus of in 't algemeen een scheenbeen-spier-clonus tot stand komt, althans onder gunstige omstandigheden. Als regel zijn echter de omstandigheden niet gunstig: de groote massa normale kuitspier werkt als krachtige demper en onderdrukt bijna altijd onmiddellijk elke aanduiding van scheen-clonus. Als uitzondering komen echter enkele gevallen voor, waar door een tweede zeer bepaald haardproces in de andere hersenhelft, een licht hypertonische toestand der kuitspieren aan de niet verlamde zijde is geschapen. Onder die omstandigheden zal de clonus van den tibialis anticus zich wel kunnen ontwikkelen, doch alleen dan wanneer werkelijk die tweede aandoening slechts zeer geringen invloed op den tonus heeft gehad. Immers bij een eenigszins intensieven tweeden haard treedt dadelijk het tonische overwicht van de kuitspieren aan beide beenen zoo sterk voor den dag, dat de clonus uitsluitend door de kuitspieren wordt uitgevoerd, te meer daar in dergelijke gevallen de aanwezigheid van den tweeden haard aanleiding is dat de tonus van de scheenspieren eerder iets vermindert. Bij de gevallen waarin ik een alterneerenden clonus vond, was steeds de tonus van de kuitspieren aan die zijde wel een weinig verhoogd, doch nimmer sterk verhoogd; nimmer zag ik er zeer sterke hypertonie bij.

Ik vermoed dus, dat de omstandigheden die een alterneerenden clonus toelaten betrekkelijk zeldzaam aangetroffen worden; dat daardoor de betrekkelijke zeldzaamheid moet worden verklaard.

Scheikunde. — A. Smits en C. J. de Gruyter: „*Het electromotorisch gedrag van Aluminium*". III.[1]).

(Aangeboden door de Heeren P. Zeeman en S. Hoogenwerff).

1. In een vorige mededeeling over hetzelfde onderwerp wezen wij er reeds op, dat de *E-X*,figuur van het vier komponenten stelsel Al'''—Hg''—Anion—H_2O valt onder het type waarbij de potentiaal, behoorende bij het driephasenevenwicht, tusschen de potentialen der twee metalen inligt. Men zou dus verwachten, dat de potentiaal van aluminium in een Al-zout-oplossing bij toevoeging van een kwikzout minder negatief zou worden, terwijl juist het tegenovergestelde gevonden was. Reeds bij den aanvang van de studie omtrent het electromotorische gedrag van aluminium gaven wij als onze meening te kennen, dat dit merkwaardige verschijnsel er op wijst, dat het zuivere aluminium als regel passief d. w. z. in edele richting sterk is verstoord, en dat kleine hoeveelheden kwik, in aluminium opgelost, een positief katalytischen invloed op de instelling van het innerlijk evenwicht uitoefenen, zoodat de verstoring wordt opgeheven.

Om nu den invloed van kwik op de aluminiumpotentiaal nauwkeuriger na te gaan werden metingen uitgevoerd, waarbij de aluminium-electrode in een waterige aluminiumzout-oplossing was geplaatst, waaraan men bij tusschenpoozen een kwikzout-oplossing liet toevloeien. Hierbij moet nog worden vermeld, dat wij, om de aantasting door lucht-zuurstof te vermijden, in een stikstof atmosfeer werkten, terwijl de oplossing heftig werd geroerd.

Wij vonden hierbij het interessante resultaat, dat de potentiaal van het aluminium eerst minder negatief werd, dan een minimum bereikte, vervolgens opliep tot een sterk negatieve waarde, waarna een maximum optrad, en tenslotte een sterke daling werd waargenomen, waarbij de potentiaal tot nabij dien van kwik daalde.

Tot voorbij het zooeven genoemde maximum was de aluminium-electrode met een grauw kwikneerslag bedekt, doch gedurende het laatste traject was de aluminium-electrode spiegelend verkwikt.

Vóór wij tot de vermelding van de nadere studie van dit verschijnsel overgaan schijnt het gewenscht eerst de beteekenis van dit potentiaal-verloop aan te geven.

---

[1]) Versl. Kon. Akad. v. Wet. **28**, 930 (1920).
„ „ „ „ „ **29**, 747 (1920).

2. De aluminium-electrode was aanvankelijk gedompeld in de waterige oplossing van $Al_2(SO_4)_3$ en daarop werd een oplossing van $HgCl_2$ toegevoegd. Direct na deze toevoeging gaat aluminium in oplossing en slaat kwik neer, waaraan de ontlading van $Hg^{\cdot\cdot}$ tot $Hg^{\cdot}$ zal vooraf gegaan zijn.

Zooals gezegd moet de evenwichts-E,X-figuur van het stelsel Al-Hg-electrolyt tot het type behooren, waarbij de potentiaal van het driephasen-evenwicht Al-phase-electrolyt-Hg-phase tusschen de potentialen der twee metalen (in innerlijk evenwicht) in ligt d.w.z. in de formule:

$$E = -\frac{0.058}{3} log \frac{L_{Al}}{(Al^{\cdot\cdot\cdot}_L)} - 2,8$$

neemt bij toevoeging van een kwikzout, ten gevolge van het oplossen van kwik in het aluminium, het oplosbaarheidsproduct van het aluminium sterker af dan de relatieve concentratie van de aluminiumionen in oplossing, die zelfs practisch constant blijft.

Nu is het duidelijk, dat voor het oplossen van kwik in het aluminium een zekere tijd noodig is, en dat men in de allereerste oogenblikken zal hebben zuiver aluminium, waarop kwik is neergeslagen.

Aanvankelijk zal dus L_{Al} niet door opgelost kwik veranderd zijn, en daar ook $(Al^{\cdot\cdot\cdot}_L)$ practisch dezelfde is gebleven, zou men dus kunnen verwachten, dat E in den aanvang niet verandert. Zoo redeneerende heeft men echter een belangrijken factor over het hoofd gezien n.l. de aantasting van het aluminium! Aan dit metaal worden bij het neerslaan van kwik met groote snelheid electronen en ionen onttrokken, en daar niet-geactiveerd aluminium een zéér traag metaal is, zal daarbij verstoring in edele richting kunnen optreden. Maar deze verstoring zal slechts korten tijd waar te nemen zijn, want het neergeslagen kwik zal spoedig eenigszins in het aluminium oplossen, en een activeering bewerken, hetgeen volgens de nieuwere beschouwing een omzetting in de richting van het innerlijk evenwicht beteekent.

Vandaar dat op een verandering van den potentiaal in edele richting een minimum en een sterke verandering in onedele richting volgt. Is het aluminium eenmaal geactiveerd en ten naasten bij in den innerlijken evenwichts-toestand gekomen, dan zal spoedig het evenwicht tusschen de stabiele mengkristalphase, de vloeibare kwikphase en den electrolyt in de grenslaag ingesteld zijn en de potentiaal zal eenigen tijd konstant blijven.

Daar echter de electrolyt in de grenslaag practisch geen kwik

bevat, doch de oplossing buiten de grenslaag wel, zal het neerslaan van kwik doorgaan, waarbij de mengkristalphase (*s*) in het oppervlak ten slotte geheel in de kwikphase *l* is omgezet (zie Fig. 2). Op dit oogenblik zal de electrode spiegelend zijn, doch het neerslaan van kwik is nog niet geëindigd, zoodat nu een daling van den potentiaal van de vloeibare kwikphase zal optreden, totdat de electrolyt en de vloeibare kwikphase met elkaar in evenwicht zijn, of m. a. w. het proces gaat voort, totdat practisch al het kwik uit den electrolyt is neergeslagen, en de eindpotentiaal zal de kwikpotentiaal meer genaderd zijn naarmate de oppervlakkige vloeibare phase minder aluminium bevat.

Om nu deze interessante verandering van den electrischen potentiaal van aluminium, door kwik, op de meest sprekende wijze vast te leggen hebben wij de proefneming eerst eenigszins gewijzigd en daarop het verschijnsel photografisch geregistreerd.

3. De wijziging in de proefneming bestaat nu hierin, dat de aluminium-electrode direct werd gedompeld in een waterige oplossing van een aluminiumzout, waaraan een weinig van een kwikzout was toegevoegd. Deze oplossing was door middel van een hevel in contact gebracht met dezelfde oplossing, doch zonder kwikzout, en in deze oplossing bevond zich ook een aluminium-electrode, zoodat de potentiaal van de proef-electrode werd gemeten t. o. v. aluminium. Door beide oplossingen werd zuivere stikstof gevoerd, waardoor de hier zéér hinderlijke verstoring, die steeds bij aantasting door zuurstof optreedt, werd uitgesloten.

Fig. 1 geeft een duidelijk beeld van het eerste gedeelte van het

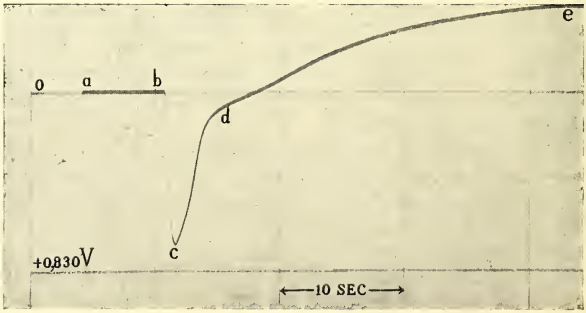


Fig. 1.

verschijnsel. De lijn *a b* geeft aan den stand van het lichtbeeld, wanneer de aluminiumcel nog niet is gesloten, of, wat op hetzelfde neerkomt, wanneer de aluminium proefelectrode in dezelfde zuivere aluminiumsulfaat-oplossing wordt gedompeld, waarin de aluminium-meetelectrode is geplaatst.

In *b* werd de proef-electrode plotseling gedompeld in de oplossing van aluminiumsulfaat + sublimaat. De potentiaal van de proef-electrode wordt nu door aantasting onmiddellijk sterk verstoord. Het bedrag dezer verstoring is op te maken uit de plaats van de ijklijn, die met een potentiaalverschil van + 0,830 Volt overeenkomt.

In *c* gaat deze verstoring, tengevolge van de blijkbaar sterk katalytische werking van het in het metaaloppervlak opgeloste kwik niet alleen met groote snelheid terug, maar de potentiaal stijgt tot een veel negatievere waarde dan die van het aluminium in den aanvangstoestand. Dit toont dus aan dat het aluminium door het opgeloste kwik in een veel onedeler en actieven toestand is overgegaan, hetgeen met andere woorden zeggen wil, dat het kwik hier de omzetting in de richting van het innerlijke evenwicht enorm versnelt, niettegenstaande deze omzetting onder de gegeven omstandigheden met een sterkere aantasting gepaard gaat. Bij *e* bereikt de potentiaal zijn meest negatieve waarde en blijft daar eenigen tijd konstant. Daar het aluminium hier bedekt is met fijn verdeeld kwik, waardoor de electrode een grauwe kleur bezit, komt deze konstante potentiaal, wanneer althans over het geheele metaaloppervlak dezelfde toestand heerscht, overeen met het driephasen-evenwicht *c, s, l* d. w. z. met het heterogene evenwicht tusschen de geactiveerde kwikhoudende aluminium-mengkristal-phase — de aluminium bevattende vloeibare kwikphase, en den electrolyt in de grenslaag.

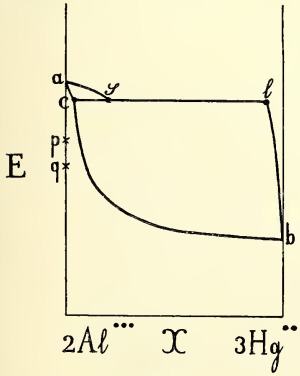


Fig. 2.

Resumeerende kunnen we dus zeggen, dat wanneer wij van een potentiaal op de hoogte van punt *p* uitgaan, deze potentiaal aanvankelijk daalt tot een waarde op de hoogte van b.v. punt *q*.

Wanneer nu activeering heeft plaats gegrepen en het driephasen-evenwicht is ingesteld dan wordt de potentiaal aangegeven door de veel hooger liggende lijn *c, s, l*. Op grond van het kwikgehalte

van de aluminium-mengkristal-phase, dat bij de gewone temperatuur slechts een paar atoomprocenten bedraagt, en op grond van het feit, dat de electrolyt *c* practisch geen kwik bevat, kan verwacht worden, dat de lijn *c, s, l* slechts uiterst weinig lager dan het punt *a* gelegen is, maar wanneer zooals hier bij deze onderzoekingen de electrolyt een oplossing is, waarop het geactiveerd aluminium inwerkt, en het metaal dus wordt aangetast onder afscheiding van kwik, dan zal, of door verstoring, of door verandering van de samenstelling der metaalphasen de potentiaal toch te weinig negatief worden gevonden, tenzij de vormingstoestand van de waterstof dit effect op kon heffen. Daar echter de koëxisteerende electrolyt van het driephasenevenwicht in het stelsel Al-H-electrolyt stellig zéér sterk eenzijdig aan den aluminiumkant ligt, kan de vormingstoestand van de waterstof hier geen noemenswaardigen invloed op de potentiaal uitoefenen. Onze conclusie is dus dat de waargenomen maximum negatieve potentiaal minder sterk negatief zal zijn dan die van het zuivere aluminium in den innerlijken evenwichtstoestand. Is de electrode plaatselijk reeds geheel verkwikt, dan zal de potentiaal natuurlijk veel te weinig negatief gevonden worden. De meest negatieve potentiaal werd gevonden door een met kwik geactiveerde Al-electrode te dompelen in een zuivere $Al_2(SO_4)_3$-oplossing. Deze bedroeg —1,58 t. o. v. de 1N kalomel-electrode of $E_H = -1{,}29$. Zuiver aluminium is altijd in edele richting verstoord en daaraan danken wij de bruikbaarheid van dit metaal voor allerlei technische en huishoudelijke doeleinden. Zuiver aluminium in den innerlijken evenwichtstoestand zou n.l. voor deze doeleinden even onbruikbaar zijn als magnesium en calcium.

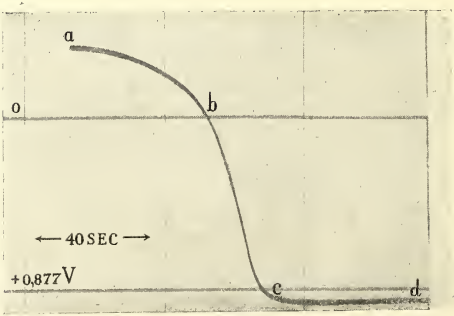


Fig. 3.

Op de foto, Fig. 3, vindt men het verdere verloop van den potentiaal nadat de maximum negatieve waarde is bereikt. Daar het nu volgende proces veel langzamer verloopt, werd de omwentelingssnelheid van de trommel der registreerinrichting hier kleiner gekozen. Wij zien dat de potentiaal eenigen tijd constant blijft en daarna met steeds toenemende snelheid naar positieve waarden loopt. Het aanvangspunt van deze verandering valt samen met het moment, waarop het grauwe kwikneerslag plaats maakt voor de vloeibare spiegelende kwikphase.

In een volgende mededeeling zullen wij o. a. de resultaten vermelden, die bij gebruik van andere aluminium- en mercurizout-oplossingen zijn verkregen.

Laboratorium voor algemeene en anorganische Chemie der Universiteit.

Amsterdam, 8 Mei 1921.

Sterrekunde. — A. PANNEKOEK: *„Het locale stersysteem".*

(Aangeboden door de Heeren W. DE SITTER en E. HERTZSPRUNG.)

I.

Wanneer $A(m)$ het aantal sterren van de grootte m aangeeft, Δ de ruimte dichtheid der sterren, die dus voor een bepaalde richting een functie van den afstand r is, $\varphi(M)$ de lichtkrachtfunctie, en wanneer wij in plaats van r invoeren $\varrho = 5 \log r$, dus $M = m - \varrho$, dan kan men $\Delta(\varrho)$ uit $A(m)$ vinden, wanneer ze beide door kwadratisch-exponentieele functies zijn weer te geven. Stelt men dus

$$\log \Delta(\varrho) = h' + k'\varrho - l'\varrho^2; \quad \log \varphi(M) = p + qM - rM^2;$$
$$\log A(m) = a + bm - cm^2$$

dan wordt

$$h' = a - p + 3.786 - {}^1/_4 \frac{(b-q)^2}{r-c} - \tfrac{1}{2} \log \frac{r-c}{r}$$

$$k' = q - 0{,}6 + (b-q)\frac{r}{r-c}; \qquad l' = \frac{cr}{r-c}.$$

Met behulp van deze formules (in iets andere vorm) hebben KAPTEYN en VAN RHIJN de dichtheidsverdeeling in het stersysteem om de zon door afgeplatte omwentelingsoppervlakken voorgesteld [1]).

Daarbij is de functie Δ als geheel uit de functie A gevonden. Deze laatste is echter door de waarnemingsgegevens alleen voor een bepaald gebied van m bepaald. Men kan nu de vraag stellen, of en in hoeverre de $A(m)$ voor een bepaalde m ook de $\Delta(\varrho)$ voor een bepaalde ϱ bepaalt. Uit de differentiaal quotienten

$$\frac{\partial}{\partial b}(h' + k'\varrho - l'\varrho^2) = -{}^1/_2 \frac{b-q}{r-c} + \frac{r}{r-c}\varrho$$

$$\frac{\partial}{\partial c}(h' + k'\varrho - l'\varrho^2) = -\left\{\tfrac{1}{2}\frac{b-q}{r-c} - \frac{r}{r-c}\varrho\right\}^2 + \frac{\log e}{2(r-c)}$$

blijkt, dat voor $\varrho_0 = \dfrac{b-q}{2r}$ een variatie van b geen, en een van c slechts geringe verandering in Δ bewerkt, dus dat $\Delta(\varrho_0)$ zoo goed als geheel door $a = A(0)$ bepaald wordt.

Telt men de m en dus ook (om dezelfde $\varphi(M)$ te behouden) de ϱ van m_0 af, dan volgt daaruit, dat in:

$$\log A(m) = a + b(m - m_0) - c(m - m_0)^2$$

---

[1]) J. C. KAPTEYN and P. J. VAN RHIJN. On the distribution of the stars in space...., Astrophysical Journal LII. 289.

de $A(m_0)$ de $\Delta(\varrho_0)$ bepaalt voor

$$\varrho_0 = m_0 + \frac{b-q}{2r}.$$

Door toepassing van deze formule blijkt o.a., dat als de $A(m)$ van Van Rhijn gerekend wordt door de waarnemingen van $m = 4$ tot $m = 16$ bepaald te zijn, de daaruit afgeleide formule voor Δ geldt van $\varrho_0 = 10$ tot 17 in den melkweg (dus $r = 100$ tot 2500 parsecs) en $\varrho_0 = 9.5$ tot 15 in de poolkap (dus $r = 80$ tot 1000 parsecs).

Daar m_0 en ϱ_0 nu bijeenbehoorende, geconjugeerde waarden zijn, ligt het voor de hand deze ϱ_0 als nulpunt in de formule voor Δ te gebruiken, dus te stellen

$$log\, \Delta(\varrho) = h + k(\varrho - \varrho_0) - l(\varrho - \varrho_0)^2.$$

Dan is

$$\varrho_0 = m_0 + \frac{b-q}{2r}; \qquad \frac{1}{l} = \frac{1}{c} - \frac{1}{r}; \qquad k = b - 0{,}6;$$

$$h = a - 0{,}6 m_0 - p + 3{,}786 - \frac{(q-0{,}6)^2}{4r} + \frac{(b-0{,}6)^2}{4r} + \tfrac{1}{2}\, log\, \frac{r^2}{r-c}.$$

Vult men hierin de waarden $p = -2{,}394$, $q = +0{,}186$, $r = +0{,}0345$ [1]) in, dan wordt

$$\varrho_0 = m_0 + \frac{b - 0{,}186}{0{,}069}; \qquad \frac{1}{l} = \frac{1}{c} - 29; \qquad k = b - 0{,}6;$$

$$h = a + 4{,}937 - 0{,}6\, m_0 + \frac{k^2}{0{,}138} + \tfrac{1}{2}\, log\, (l + 0{,}0345).$$

Is $A(m)$ over een beperkt gebied in m door een kwadratisch-exponentieele formule voor te stellen, dan bepaalt deze de $\Delta(\varrho)$ ook over een bepaald beperkt gebied in ϱ. Is voor een aangrenzend gebied in m het steraantal door een formule met andere constanten weer te geven, dan bepaalt deze een ander deel van de Δ-kromme. Bij een onregelmatig fluctueerend verloop van de A en de Δ kan men zoo, door ze in stukken te verdeelen en deze afzonderlijk door zulke formules voor te stellen, de kwadratisch-exponentieele functie als het ware interpolatorisch gebruiken. Daarbij is te bedenken, dat de coefficienten l en c (die gelijktijdig 0 worden) ook negatief kunnen zijn, mits $l + r > 0$ blijft. Natuurlijk geeft dit geen strenge en eenwaardige oplossing van het vraagstuk, de $\Delta(\varrho)$ uit $A(m)$ te vinden, doch slechts een praktische oplossing in eerste benadering. Wanneer c dicht tot r nadert, bewerken kleine onzekerheden in c enorme fluctuaties in l, die Δ geheel onzeker maken; ook bij groote negatieve c verliest de uitkomst alle reëele beteekenis. Wordt c grooter

[1]) Kapteyn en Van Rhijn, l.c. pag. 297.

dan $^1/_{29}$ dan wordt de oplossing onmogelijk; dit wijst op discontinuiteiten in de sterverdeeling (leegten in de stermassa, invloed van verre dichte sterwolken), die hier op het oogenblik niet nader beschouwd worden.

II.

In het volgend onderzoek is getracht, door toepassing van bovenstaande formules de gedaante van het locale stersysteem nauwkeuriger te bepalen. Daartoe werd de melkweggordel tusschen ± 20° breedte in sectoren van 30° lengte verdeeld. Als eenig materiaal, dat een voldoend aantal sterren over zulke gebieden geeft, kunnen de Durchmusterungen dienen; gebruikt werden daarbij de tellingen van STRATONOFF [1]), die de dichtheid per vierkanten graad voor velden van 5° in het vierkant geven volgens de *Bonner Durchmusterung* (tot 0° declinatie), de *Südliche Durchmusterung* tot —20°, en de *Cape Photographic Durchmusterung*. Daar de klasse 9.1—9.5 in al deze catalogi incompleet is, werden de aantallen tot en met 6.5, 8.0 en 9.0 in de berekening gebruikt. Van de uitvoerige onderzoekingen, die noodig waren om de betrekking van de empirische schalen tot een photometrische schaal vast te stellen, volgen hier alleen de eindnitkomsten, terwijl wij elders de details hopen te geven.

Naar declinatiezones gesplitst, vinden wij voor de grenshelderheden:

Decl.	0°—10°	10°—20°	20°—40°	40°—60°	60°—80°	80°—90°	
6.55 DM =	6.37	6.69	6.72	6.75	6.75	6.62	
8.05 „	7.97	8.15	8.26	8.29	8.23	8.10	alle $-0.005\,(D-15)$
9.05 „	9.38	9.35	9.48	9.47	9.24	9.29	„ $-0.012\,(D-15)$

waar D het aantal sterren tot en met 9.5 per vierkanten graad is. Voor de *Südliche Durchmusterung* werd gevonden

$6\,48-0.014\,(D-15)$; $8.14-0{,}018\,(D-15)$; $9.39-0.025\,(D-15)$

waar D weer het aantal sterren tot en met 9.5 (niet tot 10) is. Ter reductie op de aangenomen schaal van *Groningen Public.* 18, gecorrigeerd met de correcties door VAN RHYN in *Groningen Publ.* 27 afgeleid (G.P. 18 c.) moeten hieraan voor de drie grensgrootten nog de bedragen — 0,17, — 0,08, + 0,02 toegevoegd worden. Voor de C.P.D. werden voor de melkwegzone de waarden aangenomen

5,76 7,86 en 9,46 (in schaal G.P. 18 c.),

maar deze zijn veel onzekerder bepaald dan voor de Bonner catalogi.

Uit de waarden $N(m)$, de totale aantallen tot deze drie grensgrootten, die vrijwel parallel met de $A(m)$ verloopen, kunnen deze

[1]) W. STRATONOFF. Etudes sur la structure de l'univers. Publications de Tachkent. Nr. 2 et 3. (1900, 1901).

laatste verkregen worden, doordat $A(m) = \frac{d}{dm} N(m)$; is dus

$N(m) = 10^{\alpha+\beta m+\gamma m^2}$ dan is $A(m) = {}^1/_{\log e}(\beta + 2\gamma m)\, 10^{\alpha+\beta m+\gamma m^2}$, of

$$\log A(m) = \alpha + \beta m + \gamma m^2 - \log \log e + \log \beta + \log\left(1 + \frac{2\gamma}{\beta} m\right), \text{ dus}$$

$$a = \alpha - \log \log e + \log \beta; \qquad b = \beta + \frac{2\gamma}{\beta} \log e; \qquad c = -\gamma + \frac{2\gamma^2}{\beta^2} \log e.$$

Als middelwaarde m_0 werd in deze formules 8.0 genomen.

Als verder materiaal werden de *Selected Areas* van KAPTEYN gebruikt, waarvoor alle, die binnen elk der 6 Noordelijke galactische sectoren lagen, (voor de Zuidelijke ontbreken ze nog) tezamen genomen werden. Hier werden (grootendeels naar de tellingen van VAN RHYN, mij welwillend medegedeeld) de aantallen per halve grootteklasse van 11,0 tot 14,5 gebruikt; deze aantallen, verdubbeld, werden gerekend de $A(m)$ voor 11,25 .... 14,25 voor te stellen. Het bleek, dat ze alle door lineaire formules zonder duidelijke kromming weer te geven waren. Deze formules $\log A(m') = a' + b'(m' - 12{,}75)$ gelden voor photographische magnitudes; daar de reductie van photographische op visueele grootte hier is voor te stellen door

$$m - m' = -0{,}62 - 0.05\,(m' - 12{,}75), \text{ wordt}$$

$$\log A(m) = a + b\,(m - 12{,}13), \quad \text{waarin} \quad a = a', \quad b = {}^{10}/_{19}\, b'.$$

III.

De resultaten voor de Durchmusterungen vindt men in de volgende tabel vereenigd, waar l de gemiddelde galactische lengte der sectoren en n het aantal velden van STRATONOFF (van gemiddeld 23 vierkante graden) aangeeft.

l	n	a	b	c	ϱ_0	h	k	l
15°	49	0.236	0.478	+0.0086	12.23	9.812	−0.122	+0.011
45	57	351	510	+ 0059	12.70	857	− 090	+ 007
75	48	312	480	+ 0171	12.26	971	− 120	+ 034
105	52	198	475	+ 0121	12.19	810	− 125	+ 018
135	56	147	446	+ 0212	11.77	932	− 154	+ 055
165	49	182	548	− 0126	13.29	540	− 052	− 009
190	38	246	556	− 0246	13.36	548	− 044	− 014
225	68	303	488	− 0017	12.38	793	− 112	− 002
255	48	264	481	+ 0030	12.27	793	− 119	+ 003
285	52	272	503	+ 0032	12.59	9.767	− 097	+ 004
315	68	277	440	+ 0271	11.68	0.204	− 160	+ 127
350	37	102	466	+ 0049	12.06	9.771	− 134	+ 006

Voor de sectoren 315°, 135° en (in mindere mate) 75° bewerkt de groote, tot r naderende positieve waarde van c een groote waarde van l, die de h sterk opdrijft, voor Δ een hoog maximum geeft, dat naar beide zijden snel afneemt, dus een ruimtelijke condensatie in die richting doet vinden; het waarnemingsgegeven, waarop deze condensatie berust, is een sterke kromming van de A-lijn, dus een sterke toename van de sterren van de 8ste grootte, die zich niet op evenredige wijze in de 9de grootte voortzet. Daar nu in dit geval een kleine variatie in c een sterke variatie in Δ bewerkt, dient onderzocht te worden, in welke mate deze condensaties reëel zijn t. o. v. de onzekerheid der gebruikte steraantallen N, die alleen reeds door de toevalligheid der verdeeling een middelbare fout $\mu = \sqrt{N}$ hebben. Daartoe zijn voor deze sectoren de berekeningen herhaald nadat variaties, die deze onzekerheid uitdrukken, aan de waargenomen aantallen in de richting van verkleining van c waren aangebracht.

De uitkomsten worden dan:

l	a	b	c	ϱ_0	h	k	l
75	0.304	0.489	+ 0.0095	12.39	9.869	− 0.111	+ 0.013
135	0.138	0.455	+ 0134	11.90	9.803	− 0.145	+ 022
315	0.266	0.446	+ 0219	11.77	0.062	− 0.154	+ 060

Het blijkt, dat nu de condensatie bij 135° geheel verdwenen is; die bij 75° sluit zich aan bij de groote dichtheid van sector 45°; de condensatie voor 315° echter is nog sterk uitgesproken en verdwijnt ook niet bij nog grooter correcties. Tenzij dus hier wellicht de schaal der magnitudes sterk systematisch afwijkt van wat voor de gemiddelde melkwegzone blijkt, moet men deze condensatie voor reëel houden.

Een afwijking in tegengestelden zin toonen de sectoren 165°, 190° en (in mindere mate) 225°, waar c en l negatief zijn. Doordat het aantal sterren van de 8ste tot de 9de grootte onevenredig sterk toeneemt — de groote dichtheid van de sterren van de 9—10de grootte strekt zich aan deze zijde van den hemel over een vierde van den melkweggordel uit — neemt de ruimtedichtheid in de nabijheid van de zon eerst snel, maar op grooteren afstand niet meer af. Of inderdaad een minimum bereikt wordt en verder op de dichtheid weer stijgt, kan uit deze gegevens niet beslist worden.

De uitkomsten van de *Selected Areas* voor de 6 Noordelijke sectoren zijn in de volgende tabel vervat, waar n het aantal gebruikte areas (elk van $^4/_9$ vierkante graad) aangeeft.

l	n	a	b	ϱ_0	h	k
15°	7	2.045	0.360	14.65	9.391	—0.240
45	7	2.195	354	14.56	562	— 246
75	6	1.991	301	13.80	567	— 299
105	7	1.981	387	15.04	238	— 213
135	5	1.845	358	14.62	197	— 242
165	7	2.094	352	14.54	468	— 248

Terwijl de Durchmusterungen de ruimtedichtheid gemiddeld voor $\varrho = 12$ à 13 (dus voor afstanden 250—400 parsecs) bepalen, bepalen de *Selected Areas* deze gemiddeld voor $\varrho = 14$ à 15 (dus voor afstanden 700—1000 parsecs). Over het geheel sluiten de waarden van Δ uit de *S.A.* goed bij die uit de *D.M.* aan. Een uitzondering maakt de sector 165°; hier snijden de Δ-lijnen elkaar bij $\varrho = 14{,}4$, $log\ \Delta = 9{,}5$, maar toonen een verschillend verloop: volgens de *S.A.* neemt de dichtheid zeer sterk, volgens de *D.M.* onmerkbaar af. Er is hier een discontinuiteit in de steraantallen; de sterke toename bij de 9—10de grootte zet zich lager niet voort, maar wordt weer geringer; vermoedelijk doet zich hierin de invloed van een verder afgelegen galactische stroom gelden, die op andere wijze moet worden nagegaan.

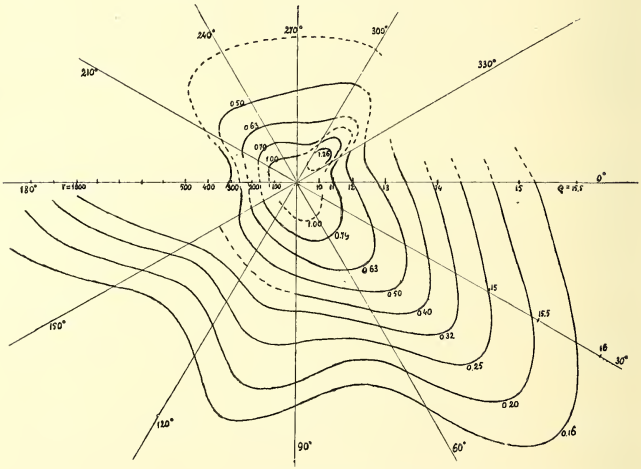
IV.

Om uit deze uitkomsten de dichtheidsverdeeling in een galactische doorsnede van het locale stersysteem op te maken, werden uit de gevonden formules de waarden van ϱ afgeleid, waarvoor $log\ \Delta$ de waarden 0,0 9,9 9,8 enz. aanneemt. Om het beeld niet onregelmatiger te maken dan waarschijnlijk reëel is, werden voor $l = 75°$, 135° en 315° niet de uitkomsten van de eerste berekening, maar die uit de gecorrigeerde aantallen gebruikt. De waarden, die buiten het gebied vallen, waarvoor de Δ door de formules bepaald worden, zijn tusschen haakjes geplaatst.

(*Zie tabel volgende pagina*).

Uit deze waarden is de figuur samengesteld, die lijnen van gelijke dichtheid met 0,1 afdalend geeft voor $log\ \Delta$ (bij de lijnen zijn de waarden van Δ zelf geplaatst); ze zijn gestippeld, waar de ϱ niet direct door de formules bepaald, dus geëxtrapoleerd is. Op het Zuidelijk halfrond, waar de dichtheid alleen tot omstreeks $r = 500$ bepaald is, treedt in den sector 315° (Schorpioen) de reeds vermelde condensatie op een afstand 100—200 parsecs op, waar de dichtheid boven 1,25 stijgt. Overigens strekt zich de centrale massa met

l	$\log \triangle =$ 0.1	0.0	9.9	9.8	9.7	9.6	9.5	9.4	9.3	9.2	9.1
15°	$\varrho =$	(10.4)	11.5	12.4	13.1) 13.4)	13.8	14.2	14.6	15.0	15.4	15.8
45		(10.7)	12.2	13.4	14.0	14.4	14.8	15.2	15.6	16.0	(16.4)
75		(11.0)	12.1	13.0	13.4	13.7	14.0	14.3	14.6	15.0	(15.3)
105		(10.0)	11.4	12.3	12.9	(13.4)	13.8	14.3	14.7	15.2	15.7
135		(10.0)	11.2	12.0	12.6	(13.1) (13.0)	13.4	13.8	14.2	14.6	15.0
165					(11.1)	12.2) 14.0)	14.4) 14.4)	14.8	15.2	15.6	(16.0)
190					(11.4)	12.4					
225	(9.8)	10.6	11.5	12.4	13.2	(14.1)					
255	(9.6)	10.4	11.4	12.2	13.0	(13.8)					
285		(10.0)	11.1	12.2	13.3	(14.3)					
315	11.4	12.1	(12.6)								
350		(10.2)	11.1	11.9	12.6	(13.3)					



dichtheid 1 het verst in de richting $l = 60°$ uit; op grooter afstand ligt de grootste dichtheid naar $l = 45°$ (Zwaan), waar het stersysteem als het ware een stroom uitzendt. Of de schommelingen van 75°—150° op grooten afstand reëel zijn, is onzeker; het is niet onmogelijk, dat de inbuiging bij 135° bewerkt is door de absor-

beerende nevels in den Stier, evenals die in den sector 350° door de absorbtiegebieden in Ophiuchus. Naar de zijde van 180° strekt zich het stersysteem ook ver uit; maar hier maakt de reeds vermelde discontinuiteit en het ontbreken van verder materiaal voor sector 190° de interpretatie onzeker.

Het spreekt van zelf, dat de uitkomsten van dit voornamelijk oriënteerend onderzoek nog slechts een voorloopig karakter dragen, en wel in tweeërlei opzicht. Ten eerste door de onvolledigheid van de gegevens; terwijl tot de 9de grootte de Durchmusterungen een vrij volledig, maar (door de onzekerheid der reductie op photometrische schaal) ruw materiaal vormen, bezitten wij voor de 10de en 11de grootte zoo goed als geen gegevens; voor de zwakkere klassen geven de *Selected Areas* een voortreffelijk, maar zeer beperkt materiaal, waarvan het onzeker is in hoeverre de plaatselijke onregelmatigheden de gemiddelden over grootere gebieden wijzigen. Wij kennen dus niet het geheele verloop van $A(m)$ van de 6de tot de 14de grootte, wat noodig zou zijn, om alle twijfel in het verloop van $\Delta(\varrho)$ uit te sluiten.

In de tweede plaats moet er op gewezen worden, dat in de samenvatting van groote ruimtesectoren met kunstmatige grenzen de werkelijke onregelmatigheden der verdeeling, die wellicht geheel andere grenzen hebben, uitgewischt worden of een geheel ander karakter verkrijgen. Bovendien kan de invloed van dichtbijzijnde absorbeerende nevels en die der verderafgelegen melkwegstroomen op de waargenomen aantallen sterren de uitkomsten voor de ruimtedichtheid nog wijzigen.

Scheikunde. — J. P. Wibaut: *„Het gedrag van amorfe koolstof en zwavel bij verhitting. Over koolstofsulfiden".*

(Aangeboden door de Heeren A. F. Holleman en S. Hoogewerff).

§ 1. *Inleiding.* In 1919 is door Dr. A. Stoffel en schrijver dezes een onderzoek gepubliceerd over de zwavelhoudende verbindingen der steenkool. [1]) Het resultaat hiervan was in 't kort het volgende:

Er werd een methode uitgewerkt om de aan ijzer gebonden zwavel (pyriet zwavel) en de als organische verbindingen aanwezige zwavel afzonderlijk te bepalen. Daarop werd nagegaan hoe deze anorganische en organische zwavelverbindingen zich ontleden tijdens de vercoking van steenkool, d. w. z. de verhitting onder afsluiting der lucht tot temperaturen van 1000° en hooger. Hierbij bleek o.a. dat de organische zwavelverbindingen tijdens de vercoking voor een deel zwavelwaterstof en vluchtige organische zwavelverbindingen leveren, doch dat een groot deel der organisch gebonden zwavel uit de steenkool in de cokes terugblijft in den vorm van een zwavel-koolstof-verbinding, welke bij de temperatuur van 1000° haar zwavelgehalte niet verliest. In gascokes, welke meestal 1—1,5 °/₀ zwavel bevat, bleek deze zwavel grootendeels in den vorm eener koolstofverbinding aanwezig te zijn en slechts voor een kleiner deel aan de anorganische bestanddeelen (aschbestanddeelen) der cokes gebonden. Vergelijkende proeven over de vercoking van asch-houdende steenkoolmonsters en van steenkoolmonsters, welke van de minerale bijmengselen (asch) waren bevrijd, leerden dat tijdens de vercoking van steenkool een deel der zwavel welke in de steenkool aan ijzer, als pyriet gebonden is, in de cokes aan koolstof gebonden wordt. Koolstof schijnt zich dus met zwavel bij hooge temperatuur op de eene of andere wijze te kunnen verbinden.

Deze vondst was zeer verrassend en voor de technologie der cokesfabrikage niet zonder belang. Ongeveer terzelfder tijd hebben Parr en Powell [2]) een onderzoek gepubliceerd over hetzelfde onderwerp, dat niet als tijdschriftartikel is verschenen en ons eerst later onder de oogen kwam. Deze onderzoekers hebben een andere methode

[1]) Rec. trav. chim. **38**, 132 (1919).

[2]) A Study of the forms in which sulfur occurs in coal. University of Illinois Bulletin. Vol. XVI. N°. 34 (1919).

van onderzoek gevolgd; hun resultaten stemmen in hoofdzaak met de onze overeen. In twee recente mededeelingen geeft POWELL [1]) het resultaat van verdere onderzoekingen. Hierin wordt het gedrag der zwavelverbindingen tijdens de vercoking voor verschillende steenkoolsoorten in bijzonderheden nagegaan, waarbij de reeds genoemde vondsten bevestigd en uitgebreid werden.

Het komt mij echter voor, dat zich bij deze reacties ook vragen van meer algemeen belang voordoen. Op welke wijze komt deze binding van zwavel en koolstof tot stand, waarbij blijkbaar een complex gevormd wordt dat zeer resistent is tegenover verhitting? Een voorloopige proef had mij reeds geleerd dat door snelle verhitting van suikerkool met zwavel een koolachtige zwavelhoudende stof wordt verkregen, die op roodgloeihitte kan verhit worden, zonder zijn zwavelgehalte te verliezen. Het wederzijdsche gedrag van twee eenvoudige stoffen als zwavel en koolstof is dus nog niet in bijzonderheden bekend. Ik ben derhalve een onderzoek begonnen dat ten doel had het gedrag van amorfe koolstof en zwavel bij verhitting te onderzoeken, en de producten welke uit deze twee componenten ontstaan, nader te bestudeeren. Hoewel dit onderzoek nog niet geheel afgesloten is, zie ik mij genoodzaakt, met het oog op de publicaties van POWELL, reeds thans een mededeeling te doen over de door mij verrichte proeven.

§ 2. Teneinde reproduceerbare resultaten te verkrijgen, was het gewenscht te werken met een zoo zuiver mogelijk amorfe koolstof, die op goed omschreven wijze was verkregen.

Fijn gepoederde suikerkool, door matige verhitting van suiker verkregen, werd met kokend zoutzuur geëxtraheerd waarna het aschgehalte 0.30 % bedroeg. Door uittrekken met fluoorwaterstofzuur wordt dit aschgehalte slechts weinig verlaagd. Deze kool werd in een porceleinen buis 7 uur op 900—1000° verhit. De ontwikkelende gassen werden door middel van een oliepomp afgepompt, bij een vacuum van ± 1,7 mM. Dit praeparaat werd geanalyseerd en daarna opnieuw gedurende 3 uur op 970—1020° verhit in een vacuum van 0.6 mM.; gedurende het laatste uur van deze verhittingsproef ontwikkelden zich geen gassen meer. Tijdens het afkoelen werd het evacueeren voortgezet. De analyse van deze koolstof werd als volgt verricht: een afgewogen hoeveelheid stof werd in een porceleinen schuitje één uur bij 400—450° en 1 mM. verhit; na in vacuum afgekoeld te zijn werd het schuitje snel in een weegfleschje gebracht, teruggewogen en onmiddellijk in de verbrandingsbuis gebracht.

[1]) Journ. Ind. and Engin. Chem. **12**, bldz. 1069, 1077 (1920).

Dergelijke amorfe koolstof is namelijk zeer hygroskopisch; het gehalte aan geabsorbeerd water op deze wijze bepaald bedroeg 1.83 °/₀. Voor de samenstelling der bij 400° in vacuo gedroogde kool werd gevonden: 98,35 °/₀ koolstof, 0.75 °/₀ waterstof en 0.30 °/₀ asch. Na één uur verhitten op 600—660° bij 2 mM. werd gevonden: 98.68 °/₀ koolstof, 0.53 °/₀ waterstof, 0.30 °/₀ asch. Berekent men van deze laatste analyse de rest als zuurstof en schrijft men dit zuurstofgehalte toe aan geabsorbeerd water, dat niettegenstaande de verhitting op 600° in vacuo niet verwijderd is, dan heeft het gedroogde praeparaat de volgende samenstelling: asch 0.30 °/₀, koolstof 98.68 °/₀, geabsorbeerd water 0.49 °/₀, waterstof (chemisch gebonden) 0.48 °/₀.

Er blijft dus ook na langdurig verhitten op 1000° in vacuo een kleine hoeveelheid waterstof in deze kool. Dit waterstofgehalte ligt echter bij de grens van de fouten der analyse. Het praeparaat bestaat dus afgezien van het aschgehalte feitelijk uit amorfe koolstof. De asch loste bijna geheel op in zoutzuur en bevatte slechts zeer weinig ijzeroxyde.

Met deze amorfe koolstof K_1 werden de volgende proeven gedaan: 24 gram K_1 werden gemengd met 8 gram zuivere zwavel; het mengsel werd in een porceleinen buis gebracht en deze horizontaal in een oven geschoven welke op 510° C. verhit was. De temperatuur van den oven werd in een uur tot 760° en in de daarop volgende 90 minuten tot 975° opgedreven. Vanaf 600° tot het eind der proef ontwikkelde zich wat zwavelwaterstof. Na bekoeling vond men in het koudere deel der buis veel zwavel, die daar gecondenseerd was. De zwarte koolachtige massa werd opnieuw in een porceleinen buis gebracht en deze in een vertikalen oven langzaam opgewarmd. Bij 800° begon zich zeer weinig zwavelwaterstof te ontwikkelen; de temperatuur werd in twee uur op 1000° gebracht en een half uur op 1000° gehouden, toen was de H_2S-ontwikkeling opgehouden en werd de verhitting gestaakt. In het verkregen koolachtige poeder P_1 werd een zwavelbepaling gedaan. Gevonden 1,98 °/₀ S.

16 gram P_1 werden langdurig met kokende toluol geextraheerd, na verdampen der toluol bleef geen zwavel achter. Voor het zwavelgehalte van het geëxtraheerde product werd gevonden 2,03°/₀. Door extractie met toluol vermindert dus het zwavelgehalte van P_1 niet. Extraheeren met zwavelkoolstof was niet doelmatig, daar het ondoenlijk bleek om de laatste resten zwavelkoolstof uit het geëxtraheerde product te verwijderen.

Ik probeerde daarop of door verhitting in vacuo van dit praeparaat, waarbij om eventueel ontstane gasvormige verbindingen te condenseeren de ontvanger met vloeibare lucht gekoeld werd, een

zwavelhoudende stof geïsoleerd kon worden. Het bleek echter in verschillende proeven dat zelfs door langdurige verhitting in vacuo, het zwavelgehalte van P_1 nauwelijks merkbaar verminderde; een vluchtige zwavelverbinding ontstaat daarbij dus niet. De volgende cijfers geven een beeld van het verloop van een dergelijke proef:

Een porceleinen schuitje met 3,09 gram P_1 werd geplaatst in een porceleinen buis, die aan een zijde open was en hier verbonden werd met de oliepomp. De buis werd in een elektrischen oven verhit, (thermo-element aan den buitekant der buis).

Tijd	Temp.	Druk	
1.30	620°	1.5 mM.	Ontstaat een weinig zwavelwaterstof.
3.15	840	1.7 „	
3.45	910	1.5 „	
5.10	1010	2 „	
5.45	900	2 „	

Onder evacueeren laten bekoelen; het zwavelgehalte van het zoo verkregen product P_2 bedroeg: 1.94 %.

2.38 gram P_2 opnieuw in vacuo verhit:

11.15 uur	400°	1 mM	
2 „	940	1 „	
3 „	980	1 „	
4 „	1030	1.5 mM.	ontstaan nog sporen H_2S.
5 „	1060	1.5 „	
6.10 „	990	1 „	

Onder evacueeren laten bekoelen. Het zoo verkregen product P_3 bevat 1,87 % zwavel.

Uit deze proeven blijkt dat het zwavelgehalte van P_1 door langdurige verhitting bij circa 1000° C en 1.5 mM niet of zeer weinig afneemt, de afname in de laatste proef ligt bij de grens der analyse fouten. De totale analyse van het gedurende een uur bij 600° en 2 mM gedroogde praeparaat P_1 gaf: 0.27 % asch, 96.1 % C, 0.33 % H, 2.00 % zwavel, tezamen 98.70 %.

Dit praeparaat bevat dus behalve geabsorbeerd water nog een nauwelijks aan te toonen hoeveelheid waterstof.

§ 3. Gedrag tegenover oxydatiemiddelen en tegenover waterstof. Teneinde meer inzicht te krijgen op welke wijze deze zwavel aan de kool gebonden is, werd het gedrag van dit praeparaat tegenover oxydeerende en tegenover reduceerende agentia onderzocht:

2 gram P_1 werden met 100 cc. water en 3 cc. bromium 4 uur

op de schudmachine bij gewone temperatuur geschud. Na deze bewerking was 3.6 mGr. zwavel, dus 9 % van de in 2 gram P_1 aanwezige zwavel geoxydeerd tot zwavelzuur. In een duplo proef werd 13.5 % der zwavel geoxydeerd. De zwavel in dit product wordt dus door broomwater bij gewone temp. slechts voor een klein deel of althans zeer langzaam geoxydeerd. Werd daarentegen een mengsel van uitgegloeide houtskool met 2 % zwavel op dezelfde wijze met broom behandeld, dan bleek de aanwezige zwavel quantitatief als zwavelzuur te worden teruggevonden, zooals ook te verwachten was.

Gedrag tegenover waterstof.

In een voorloopige proef werden 0.90 gram P_1 in een porceleinen schuitje in een dunne laag uitgespreid en in een stroom zuivere, droge waterstof langzaam verhit. Tot 500° werd geen vorming van zwavelwaterstof geconstateerd, deze begon bij ongeveer 550°; de temperatuur werd in 2 uur van 550 tot 750° opgedreven; in dit temperatuur-traject werd langzaam doch regelmatig zwavelwaterstof ontwikkeld. In 't geheel werd ongeveer $^1/_3$ van de oorspronkelijk in P_1 aanwezige zwavel in zwavelwaterstof omgezet.

In een tweede proef werden 2 gram P_1 in een waterstofstroom verhit; bij 430° begon zich zwavelwaterstof te ontwikkelen, toen 650° bereikt was werd deze temperatuur constant gehouden tot de geregelde zwavelwaterstof-ontwikkeling afnam; de verhitting op 650° had toen 5 uur geduurd, daarna werd de temperatuur tot 750° opgedreven waardoor nog wat meer zwavelwaterstof gevormd werd; nadat de verhitting op 750° 4 uur geduurd had ontstond er slechts zeer langzaam nog een weinig zwavelwaterstof, waarop de proef afgebroken werd. De hoeveelheid gevormde zwavelwaterstof kwam overeen met 0.0281 gr. zwavel of 70 % der in 2 gram P_1 aanwezige hoeveelheid. Er werd 1.945 gram kool teruggekregen, die 0.47 % zwavel bevatten. 23 % van de in P_1 aanwezige zwavel is dus na de verhitting in een waterstofstroom in de resteerende kool achtergebleven.

In een derde proef werd 2 gram P_1 eenige dagen in een waterstofstroom verhit. De temperatuur bedroeg gedurende 9 uur ongeveer 500—700° en gedurende 11 uur ongeveer 700—800°. Gedurende de heele proef ontwikkelde zich regelmatig zwavelwaterstof. De resteerende kool bevatte nog 0.29 % zwavel, door langdurig verhitten in waterstof op 500—800° is het dus mogelijk praktisch alle zwavel uit P_1 in zwavelwaterstof over te voeren.

Om te controleeren of hier inderdaad een bijzondere werking der waterstof aangenomen moet worden werd 1 gram P_1 gedurende 8 uur in een stroom van zuivere droge stikstof op 900—990° verhit; hierdoor bleek het zwavelgehalte slechts weinig afgenomen. Gevonden

werd in het resteerende product: 1,75 % zwavel. Uit deze laatste proef volgt dat de zwavelwaterstof-vorming niet zóó gebeurt dat primair zwaveldamp afgesplitst wordt, welke met de waterstof reageert. Immers indien de aan de koolstof gebonden zwavel een merkbare dampspanning had bij 900°, zou door den stikstofstroom de ontwikkelde zwaveldamp meegevoerd worden en zou men dus ook door verhitting in een stikstofstroom bijna alle zwavel uit de kool moeten kunnen verwijderen, hetgeen niet het geval is. Bij de inwerking van waterstof op P_1 heeft men dus met een specifieke werking der waterstof, dus met een chemische reactie te doen.

§ 4. Hierop heb ik de voorwaarden waaronder en de temperaturen waarbij deze binding van zwavel door amorfe koolstof optreedt nader onderzocht. Deze proeven hebben nog niet tot een bevredigend inzicht in de gestelde vraag geleid, en zijn dus als voorloopig te beschouwen. Een serie proeven werd als volgt ingericht:

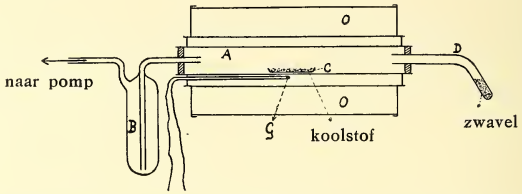
1.5—2 gram van een mengsel van 75 % amorfe kool K_1 en 25 % zwavel werd in een porceleinen schuitje gebracht en dit schuitje geschoven in een porceleinen buis, die zich bevond in een oven welke vooraf op een bepaalde temperatuur verhit was. De oven werd dan een uur op de bepaalde temperatuur gehouden terwijl znivere stikstof door de buis stroomde, daarna liet men de buis in een stikstofstroom afkoelen. Deze proef werd bij verschillende temperaturen (alle boven het kookpunt van zwavel) gedaan, namelijk bij: 500—510°, bij 610—590°, 670—710°, 900—940°.

De meeste zwavel distilleerde reeds bij den aanvang der proef grootendeels uit het schuitje weg. In de proef bij 500—510° werd geen H_2S-vorming waargenomen, wel in de proeven bij 610—590° en bij de hoogere temperaturen.

In al deze gevallen had de na de proef teruggekregen kool geen of zeer weinig zwavel gebonden. Vergelijkt men hiermede de bereiding van P_1 (§ 2) waarbij een grootere hoeveelheid mengsel van kool + zwavel in een op 510° verhitten oven werd geschoven en langzaam opgewarmd tot 975°; in dit laatste geval zal de inhoud der porceleinen buis minder snel de temperatuur van 510° aangenomen hebben en kon dus de zwavel door de kool gebonden worden, vóór dat alle zwavel uit het mengsel weggedistilleerd was.

Bij welke temperatuur de binding in deze proef plaats had is niet uit te maken. In de in § 4 genoemde serie proeven nam de kleine hoeveelheid reactiemengsel snel de temperatuur van de verhitte buis aan, de zwavel verdampte bijna onmiddellijk nadat het schuitje in den oven geschoven was, de tijd gedurende welken de zwaveldamp

met de verhitte kool in aanraking was, was blijkbaar te kort om de verbinding van zwavel in koolstof te doen plaats hebben. Daarom werden eenige proeven genomen waarbij zwaveldamp langer in aanraking was met koolstof die op een bepaalde temperatuur verhit was.



Midden in een porceleinen buis *A* bevindt zich een schuitje *C*, waarin ongeveer 2 gram amorfe koolstof. De soldeerplaats *G* van een thermo-element bevindt zich aan de buitenzijde van de porceleinen buis, ter hoogte van het schuitje. *O* is een elektrische oven. Aan de eene zijde was een buis van moeilijk smeltbaar glas *D* luchtdicht in de porceleinen buis bevestigd. Het omgebogen deel dezer buis werd gedeeltelijk gevuld met zwavel. Aan de andere zijde was een ontvanger *B* aangesloten, welke tijdens de proef gekoeld kon worden en die met de vacuumpomp in verbinding stond. Het heele apparaat werd eerst gevacueerd tot ± 2 mM.; daarna werd met de verhitting begonnen. Als de gewenschte temperatuur bereikt was, werd deze constant gehouden en — onder voortdurend evacueeren — de buis *D* verhit, zoodat de zwavel door de porceleinen buis begon te distilleeren. Op deze wijze stroomde dus zwaveldamp over kool die op een bepaalde temperatuur verhit was. Nadat alle zwavel overgedistilleerd was, liet men in vacuum afkoelen.

I. Kool verhit op 550°. ± 6 gram zwavel overgedistilleerd gedurende 30 min. Oorspronkelijk gewicht aan kool teruggevonden: deze bevatte 0.91 °/₀ zwavel.

II. Kool verhit op 885°. ± 4 gram zwavel overgedistilleerd gedurende 15 min., het verkregen product bevat 1.53 °/₀ zwavel. In deze proeven condenseerde de meeste van de overgedistilleerde zwavel in het koudere gedeelte der buis, een weinig in den ontvanger, welke in koolzuur en alkohol gekoeld werd. Vorming van zwavelkoolstof (CS_2) werd niet waargenomen. Indien ook al een weinig hiervan gevormd werd, dat bij —80° en 2 mM. niet condenseerde kan de hoeveelheid hiervan toch maar gering zijn geweest daar ook in proef II het grootste deel der kool teruggevonden werd.

Uit deze proeven blijkt dus dat zoowel bij 550° als bij 885° zwavel door koolstof gebonden wordt. De invloed van tijd en temperatuur zal door verdere proeven worden uitgemaakt.

§ 5. Men kan de beschreven proeven op verschillende manieren interpreteeren. De zwavel kan door de kool geabsorbeerd of door chemische krachten gebonden zijn. Beschouwen we de eerste zienswijze nader. Amorfe kool is een absorbens bij uitnemendheid voor allerlei gassen [1]), waarom zou ook zwaveldamp niet geabsorbeerd worden. Onder absorptie verstaat men een omkeerbaar verschijnsel; het geabsorbeerde gas is op de absorbeerende stof gecondenseerd en in zijn chemische eigenschappen onveranderd gebleven.

Het feit dat de kool bij 1000° en 1 mM. druk zijn zwavelgehalte niet verliest, is niet beslissend tegen de aanname van absorptie. Immers, indien de absorptie-isotherm bijna asymptotisch aan de ordinatenas loopt, is het mogelijk dat de laatste resten geabsorbeerde stof (in dit geval 2 °/₀ zwavel) praktisch niet te verwijderen zijn. De invloed van de temperatuur en den tijd gedurende welken de zwaveldamp met de koolstof in aanraking is, op de hoeveelheid zwavel welke gebonden wordt, zal nader bestudeerd moeten worden om in dit opzicht een definitieve conclusie te kunnen trekken. Het gedrag van de gebonden zwavel tegenover waterstof echter, schijnt mij een argument er voor dat de zwavel aan de kool door chemische krachten gebonden is. Door inwerking van waterstof op het zwavel-koolstofcomplex vormt zich zwavelwaterstof. Men moet daarbij aannemen dat de waterstof met de vaste phase reageert. Want de zwaveldampspanning van het zwavelkoolstofcomplex is bij 900° nog zeer gering, anders zou door een verhitting in een stikstofstroom bij die temperatuur ten slotte alle zwavel in dampvorm uitgedreven worden. Om dezelfde reden kan men niet aannemen dat de zwavel zich in de koolstof in een vaste oplossing bevindt, die een zekere dampspanning bezit. Ook in dat geval zou niet begrijpelijk zijn waarom de zwavel wel door waterstof en niet door stikstof kon worden uitgedreven.

Ook het feit dat door behandelen van het product P_1 met broomwater, slechts een gering deel van de zwavel geoxydeerd wordt, is moeilijk te rijmen met het begrip absorptie.

Ik neem voorloopig aan dat de zwavel aan de koolstof door chemische krachten wordt gebonden en stel voor de op deze wijze ontstane koolstof-zwavelverbinding voorloopig met den naam van

[1]) Dit geldt althans voor houtskool, bloedkool en dergelijke stoffen. Of ook zuivere amorfe koolstof een goed absorbens is, schijnt nog niet uitgemaakt te zijn.

koolstofsulfide aan te duiden. Omtrent de samenstelling van dit koolstofsulfide is uit de beschreven proeven niets op te maken. Het schijnt à priori niet eens zeker dat hier van een of meer verbindingen van constante samenstelling sprake is. Ook kan zeer goed een chemische binding aan de kool toch met het oppervlak samenhangen. In de proeven van LANGMUIR [1]) over de binding van zuurstof aan verhitte draden van koolstof of van wolfraam heeft men te maken met een zeer dunne laag zuurstof die aan het oppervlak van den koolstof- of wolfraamdraad door chemische krachten wordt vastgehouden.

LOWRY en HULETT [2]) hebben aangetoond dat amorfe kool (in hun geval niet geheel zuivere koolstof) bij 25° zuurstof kan binden op andere wijze dan door absorptie. Deze zuurstof was ook bij 180° niet uit de kool weg te pompen, bij hoogere temperaturen splitste zich de zuurstof als CO en CO_2 af. Reeds vroeger hadden RHEAD en WHEELER [3]) aangetoond dat amorfe koolstof bij temperaturen tusschen 250° en 500° zuurstof kan binden en dat bij verhitting van het zoo ontstane koolstof-zuurstof complex CO en CO_2 gevormd wordt. In deze onderzoekingen is met zekerheid uitgemaakt dat de binding van zuurstof aan de koolstof door chemische valentiekrachten plaats vindt. De hoeveelheid zuurstof die in de proeven van LOWRY en HULETT op deze wijze gebonden werd, bedroeg 1.7—3.71 van het gewicht der kool, een hoeveelheid welke derhalve van dezelfde orde van grootte is als bij de zwavel-koolstofcomplexen. Een analogie tusschen deze vaste koolstof-oxyden en de in deze mededeeling beschreven koolstof-sulfiden is niet te ontkennen. Of deze koolstofsulfiden ook bij nog hoogere of nog langer voortgezette verhitting de zwavel als vluchtige koolstof-zwavelverbindingen afsplitsen, zou nader onderzoek moeten uitmaken.

Het is mogelijk dat de zwavelatomen gebonden worden door restvalenties van de koolstofatomen welke onverzadigd zijn gebleven na het samentreden der koolstofatomen tot amorfe koolstof. Deze restaffiniteit zal bij verschillende praeparaten amorfe koolstof wellicht niet even groot zijn, doch afhangen van de wijze waarop de amorfe koolstof verkregen is.

In dezen gedachtengang heb ik ook dergelijke koolstofsulfiden gemaakt uitgaande van zwavel en van suikerkool, welke door achtereenvolgens verhitten in een chloorstroom, een waterstofstroom en in vacuo gereinigd was. Hiermede werden soortgelijke doch quantitatief

[1]) Journ. Amer. Chem. Soc. **37**, 1154 (1915) en **38**, 2271 (1916).
[2]) Journ Amer. Chem, Soc. **42**. 1408 (1920).
[3]) Journ. Chem. Soc. **101**, 831 (1912), **103**, 461.

andere resultaten verkregen. Door verhitten van houtskool met zwavel, werd eerst veel zwavelwaterstof ontwikkeld en resulteerde tenslotte een koolstofsulfide, dat 3,5 % zwavel bevatte, dit zwavelgehalte was door verhitten in vacuo tot 2,7 % te reduceeren, doch bleef daarna constant. Het gedrag tegenover oxydatiemiddelen was volkomen analoog aan dat van het in § 2 beschreven koolstofsulfide. Deze proeven welke nog door een nieuwe serie bevestigd worden, zal ik later beschrijven.

§ 6. Deze synthetisch verkregen koolstofsulfiden vertoonen een groote overeenkomst met steenkolencokes, voor zoover men het zwavelgehalte van dat product beschouwt. De aan koolstof gebonden zwavel in steenkolencokes is zeer resistent tegenover oxydatiemiddelen en is door verhitting niet uit te drijven.

Powell [1]) heeft in een recent onderzoek aangetoond dat het zwavelgehalte van cokes belangrijk verminderd kan worden door over de cokes bij 500—1000° waterstof te leiden, waardoor de aan koolstof gebonden zwavel voor een groot deel in zwavelwaterstof werd overgevoerd. Zijn mededeeling [2]) dat ook omgekeerd zwavelvrije cokes uit een mengsel van waterstof en een weinig zwavelwaterstof zwavel kan binden, en dat er een evenwicht bestaat tusschen het koolstofsulfide en den zwaveldamp, zal men pas kunnen beoordeelen als de proeven nader beschreven zijn.

Tenslotte wil ik nog wijzen op het product dat Stock en Praetorius [3]) verkregen bij hun onderzoek over het koolstofsubsulfide (C_3S_2). Dit koolstofsubsulfide polymeriseert zonder ontleding tot een zwarte massa van onbekend moleculair gewicht. Bij verhitting van deze koolachtige stof op donkere roodgloeihitte ontweek CS_2 en C_3S_2, doch er bleef een koolachtige massa achter die 39 % zwavel bevatte. Nader onderzoek van een dergelijk product zou moeten leeren tot welke samenstelling van kool en zwavel men bij hoogere verhitting komt.

---

[1]) Journ. of Ind. and Engin. Chem. **12**, 1077 (1920).
[2]) Ibid. **13**, 34 (1921).
[3]) Ber. **45**, 3569 (1912).

Palaeontologie. — Eug. Dubois. *„Over den schedelvorm van Homo-neandertalensis en van Pithecanthropus erectus, bepaald door mechanische factoren."*

De voordracht van deze mededeeling, op den convocatiebrief aangekondigd, moet achterwege blijven, doordat de Heer Dubois door ongesteldheid verhinderd is ter vergadering te komen. Hij heeft daarom zijn verlangen te kennen gegeven de voordracht en de publicatie daarvan uit te stellen tot de vergadering van October a.s.

Bij de rondvraag stelt de Heer Ernst Cohen de vraag of het huidige bestuur der Afdeeling een zelfde meening heeft over een herziening van het Reglement zooals deze door het vorige bestuur eventueel in uitzicht gesteld is.

De Voorzitter zegt den Heer Cohen toe dat ook bij het huidige bestuur de bedoeling voorzit om over te gaan tot eene Reglementswijziging als zulks door de omstandigheden wenschelijk of noodzakelijk kan geacht worden.

Voor de boekerij der Akademie is ten geschenke ontvangen:

1. Van het Huldigings-Comité ter gelegenheid van den 70sten verjaardag van Prof. M. W. Beijerinck, een exemplaar van het 1e Deel van diens *„Verzamelde Geschriften."*.

2. Van den Heer J. G. A. Goedhart te Amsterdam een exemplaar van zijn studie *„The spiral orbit in celestial mechanics"* en van het vervolg hierop *„L'Orbite spirale dans la mécanique céléste"*. II.

Aan de schenkers is schriftelijk dank gezegd.

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP ZATERDAG 25 JUNI 1921.

DEEL XXX.

N°. 3.

Voorzitter: de Heer F. A. F. C. WENT.

Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 98.

W. H. VAN DEN BOS: „De baan van de dubbelster Σ 1834". (Aangeboden door de Heeren E. HERTZSPRUNG en W. DE SITTER), p 100.

J. H. ZALMANN: „Over een afzonderlijk loopende spier van het corpus ciliare van het duivenoog, gelegen bij de oogspleet". (Aangeboden door de Heeren J. BOEKE en C. WINKLER), p. 106.

CHR. VAN GELDEREN: „Over de ontwikkeling van het Sternum bij reptiliën". (Aangeboden door de Heeren L. BOLK en J. BOEKE), p. 113.

E. D. WIERSMA: „Psychische remming", p. 129.

JASPER TEN CATE: „Over automatische bewegingen van de geïsoleerde Iris". (Aangeboden door de Heeren G. VAN RIJNBERK en R. MAGNUS), p. 143.

C. A. REESER en R. SISSINGH: „Eene uitbreiding der theorie van den compensator van BABINET". (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en P. ZEEMAN), p. 145.

C. A. REESER en R. SISSINGH: „Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemingsmethode met den compensator van BABINET". (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en P. ZEEMAN), p. 151.

H. GROOT: „Graviteit en stralingsdruk". (Aangeboden door de Heeren W. H. JULIUS en E. HERTZSPRUNG), p. 157.

Mej. L. KAISER: „Eenvoudige methode ter verkrijging van een kromme van de contractie der m. arrectores pilorum". (Aangeboden door de Heeren G. VAN RIJNBERK en H. ZWAARDEMAKER), p. 165.

ERNST COHEN en H. R. BRUINS: „Het gebruik van den waterinterferometer van ZEISS (RAYLEIGH-LÖWE) voor de analyse van niet-waterige oplossingen", p. 168.

H. KAMERLINGH ONNES: „Verdere proeven met vloeibaar helium", p. 176.

H. R. WOLTJER en H. KAMERLINGH ONNES: „Over paramagnetisme bij lage temperaturen", p. 176.

Aanbieding van een boekgeschenk, p. 176.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van de Heeren E. van Everdingen, Eug. Dubois en J. Cardinaal, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Eene missive van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dd. 4 Juni 1921, N°. 3077, Afd. K.W. met bericht dat Zijne Exc. in beginsel geneigd is te bevorderen dat een vertegenwoordiger der Regeering wordt benoemd bij het medisch-historisch congres, dat van 1—5 Juli a.s. te Parijs zal gehouden worden en dat er derhalve prijs op gesteld zou worden dat Prof. van Rijnberk dan wel een der andere aanbevolen geleerden bereid zou zijn een eventueele Regeeringsopdracht, buiten bezwaar van 's Rijks schatkist, te aanvaarden.

Daar de Minister, met het oog op den beperkten tijd, gaarne spoedig bericht tegemoetzag, werd zijn schrijven door den Voorzitter, ter fine van advies, bereids gesteld in handen van den Heer van Rijnberk, die het Bestuur der Afdeeling ook geadviseerd had omtrent het antwoord, dat, namens de Afdeeling, bij schrijven van 31 Mei j.l. aan den Minister gegeven is op diens vraag over het wenschelijke van Regeeringsvertegenwoordiging bij dat congres.

Op advies van den Heer van Rijnberk heeft het Bestuur der Afdeeling bij den Minister als Regeeringsvertegenwoordiger aanbevolen den Heer Dr. J. G. Lint, arts te Gorinchem, die zich bereid verklaard had de Regeeringsopdracht, onder bovengenoemde voorwaarde, te aanvaarden en die daarop bij Kon. Besluit van 15 Juni j.l. tot Regeeringsvertegenwoordiger bij het medisch-historisch congres te Parijs is benoemd.

3°. Eene missive van denzelfden Minister dd. 18 Juni 1921 N°. 3306² Afd. K. W. met bericht dat Zijne Exc. op de begrooting van zijn Departement voor het loopende dienstjaar een bedrag van *f* 3600.— heeft uitgetrokken voor het stichten van een *Ramsay Memorial Fellowship*, omtrent welke aangelegenheid door de Afdeeling in 1919 aan de Regeering een gunstig advies was gegeven.

De Minister wenscht thans door de Afdeeling te worden geadviseerd over de vraag welke scheikundige dit jaar voor uitzending naar Engeland in aanmerking zou kunnen gebracht worden.

De Voorzitter stelt 's Ministers missive, ter fine van advies, in handen van de Heeren P. van Romburgh, F. M. Jaeger, J. Böeseken, Ernst Cohen, F. A. H. Schreinemakers en H. Kamerlingh Onnes, met verzoek de Afdeeling, indien mogelijk, spoedig te prae-adviseeren wat in deze den Minister te antwoorden zal zijn.

4°. Eene missive van Zijne Exc. den Minister van Arbeid dd.

7 Juni 1921, N°. 528[B] Afd. V. met diverse bijlagen, in welke missive de Minister het advies der Afdeeling verzoekt over de vraag of de aanwezigheid van artesisch water in de duingronden zou te danken zijn aan- en gevoed worden door grondwaterstroomen, die, van het Oosten van ons land uit, naar de duingebieden gericht zijn en zulks in verband met het besluit der Eerste Kamer van de Staten-Generaal om het wetsontwerp inzake onteigening ten behoeve van de drinkwaterleiding van 's-Gravenhage af te voeren van de agenda, totdat een nader onderzoek zal zijn ingesteld naar de aanwezigheid van artesisch water in de watervangen van de duinwaterleidingen van Amsterdam en 's-Gravenhage en naar de mogelijkheid partij te trekken van dat water voor de watervoorziening van de drinkwaterleidingen in een groot deel van Nederland.

Dit schrijven met de bijlagen stelt de Voorzitter in handen van de Heeren G. A. F. Molengraaff en Eug. Dubois met verzoek om prae-advies, uit te brengen in de volgende vergadering.

5°. Eene missive van Zijne Exc. den Minister van Landbouw, Nijverheid en Handel, dd. 24 Juni 1921, N°. 3766, afd. Nijverheid met bericht dat, op verzoek van de Commissie van Toezicht op de Standaarden van den Meter en het Kilogram, de Nederlandsche standaardmeters N°. 19 en 27 naar het *Bureau international des Poids et Mesures* te Sèvres zijn vervoerd ten einde daar te worden vergeleken met den internationalen Standaardmeter M. Deze Commissie heeft van den Directeur van genoemd Bureau drie brieven ontvangen, welke in afschrift bij 's Ministers schrijven zijn overgelegd, en waarin wordt betoogd dat de standaarden niet aan de tegenwoordige wetenschappelijke eischen voldoen en dus wordt voorgesteld ze van nieuwe strepenstelsels te voorzien.

Daar de Commissie van Toezicht, alvorens in deze aangelegenheid een voorstel te doen, gaarne ook dienaangaande de meening der Afdeeling zou kennen, verzoekt de Minister of de Afdeeling hem hare meening wil kenbaar maken.

De Voorzitter stelt het schrijven van den Minister met de bijlagen, ter fine van advies, in handen van de Heeren H. G. van de Sande Bakhuyzen, H. Kamerlingh Onnes, H. Haga, W. H. Julius en P. Zeeman met verzoek daarover in de volgende vergadering te praeadviseeren.

6°. Een dankzegging, namens de familie, voor de deelneming door de Akademie betuigd bij het overlijden van het rustend lid der Afdeeling, wijlen den Heer Th. H. Mac Gillavry.

Aangenomen voor kennisgeving.

Sterrekunde. W. H. van den Bos: „*De baan van de dubbelster* Σ 1834". (Mededeelingen van de Sterrewacht te Leiden N°. 1).

(Aangeboden door de Heeren E. Hertzsprung en W. de Sitter).

Het resultaat van dit onderzoek is een voorloopige baan voor de dubbelster Σ 1834. Het is op dit oogenblik nog niet mogelijk, betrouwbare baanelementen te bepalen.

Daar het verschil in helderheid tusschen de beide componenten zeer gering is, is men in het onzekere omtrent het juiste quadrant omstreeks den tijd van doorgang door het periastron. Dezelfde moeilijkheid heeft zich voorgedaan bij de bekende dubbelsterren ξ Scorpii en ζ Boötis, waarvan de eerste onderzocht is door T. N. Thiele (Astr. Nachr. 1199, Bd. 50), de tweede onafhankelijk van elkaar door Aitken (Publ. Astron. Soc. Pacific, Vol. XXVIII N°. 165) en Hertzsprung (Astr. Nachr. 4871, Bd. 203).

In beide gevallen echter was er geen twijfel, of men wel met een physische dubbelster te doen had, terwijl in het onderhavige geval nog slechts drie jaar geleden door Doolittle (Astr. Journ. Vol. XXXII N°. 746) onderzocht is, of de waarnemingen vereenigbaar zijn met de onderstelling van eenparige rechtlijnige beweging, hoewel Lewis in zijn werk over de Struve-sterren reeds aantoont, dat men hier waarschijnlijk een physische dubbelster heeft. Doolittle vindt zoowel kromming van de baan, als toename van de snelheid in de baan.

Op het oogenblik kan er wel geen twijfel meer aan zijn, dat de begeleider weer terug is in het tweede quadrant. Prof. Aitken geeft in Vol. XXXI, N°. 180 van de Publ. Astr. Soc. of the Pacific een tweetal metingen van dit paar, die het physische karakter bevestigen, en merkt op, dat in de twee beste nachten de Oostelijke component iets zwakker leek. Ik merkte hetzelfde op in een prachtige nacht in dit jaar. Men kan echter in deze rechtstreeksche aanwijzingen niet te veel vertrouwen stellen. Er zijn evenwel meer klemmende bezwaren tegen de veronderstelling, dat de begeleider zich thans nog in het vierde quadrant zou bevinden.

Indien we de waargenomen positiehoeken en afstanden tegen den tijd uitzetten, en door middel van een graphische vereffening normaalplaatsen afleiden voor 1830, '40 enz. tot 1890, dan blijkt uit

de ligging van deze normaalplaatsen, behalve een duidelijke kromming van, en versnelling in de baan, de onmogelijkheid om de waarnemingen van 1914 tot '21 in het derde en vierde quadrant te plaatsen. Bovendien, indien we de waarnemingen tusschen 1893 en 1914 raadplegen, zien we, dat de afstand heel klein geweest moet zijn in 1897 (BRYANT: „round", LEWIS: „possibly elongated"), dat er tamelijk overeenstemmende metingen van BRYANT en AITKEN zijn omstreeks 1903, en dat de ster wederom enkelvoudig gezien is door HUSSEY in 1904 en door AITKEN in 1906.

De groote onderlinge afwijkingen van de metingen tusschen 1893 en 1914 maakten het noodzakelijk, deze geheel buiten beschouwing te laten bij de berekening van de baanelementen, hoewel het van belang zal zijn te zien, in hoeverre ook deze bevredigd worden.

De waargenomen afstanden, tegen den tijd uitgezet, vertoonden symmetrie ten opzichte van het tijdstip 1904·8. Ik heb daarom voor een eerste benadering aangenomen, dat groote as en knoopenlijn samenvallen, en dat op dit tijdstip de doorgang door het periastron heeft plaats gevonden. Hiermee heeft men twee der elementen gevonden, n.l. $\omega = 180°$ en $T = 1904{\cdot}8$. Voorloopige waarden voor de andere elementen zijn langs graphischen weg bepaald, de omloopstijd door het opmeten van twee sectoren. Deze waarden zijn:

P 280 jaar e 0·83 a 0″89 i ± 77°6 Ω 107°7.

Deze elementen geven reeds kleine afwijkingen voor de betrouwbare waarnemingen, maar een uitgesproken systematische gang in de positiehoeken tusschen 1866 en 1893 toont aan, dat de hypothese $\omega = 180°$ niet behouden kan worden. Uit de zooeven reeds genoemde interpolatiekrommen, die positiehoek en afstand als functies van den tijd geven, zijn nu normaalplaatsen afgeleid voor de tijdstippen 1830, '40, '50, '60, '70, '77, '84, '90, 1915 en 1921 en hierop is een verbetering van de voorloopige elementen door middel van de methode der kleinste kwadraten gebaseerd. Daarbij is gebruik gemaakt van de formules van COMSTOCK (The Orbit of Σ 2026, Astr. Journ. Vol. XXXI N°. 725), en is aan de afstanden half gewicht toegekend. De aldus gevonden elementen zijn:

T	1901·73
P	295·6 jaar
e	0·823
a	0″93
ω	169°2
i	± 82°04
Ω	110°6

positiehoeken toenemend.

De metingen in de volgende jaren zullen het gedeelte van de schijnbare baan, waarin zich de begeleider thans bevindt, beter afteekenen, en daardoor een scherper benadering van de baanelementen mogelijk maken.

De hypothetische parallax $aP^{-2/3}$, is 0″021. Indien we voor de som van de massa's aannemen de gemiddelde waarde 1·76 zonsmassa, die door Aitken in The Binary Stars gegeven wordt, vinden we als de waarschijnlijkste waarde van de parallax 0″018 en van den gemiddelden afstand 52 astronomische eenheden. Het grootste verschil van de snelheden in de gezichtslijn van de beide componenten wordt dan 17 K.M. per seconde. Het spectraal-type is *F*8 volgens de Draper Catalogue, en de photographische helderheid van elke component 8·5. Het is jammer, dat de ster niet met een grooten spectroscoop is waargenomen in de buurt van het periastron. De absolute helderheid van elke component is $8{\cdot}5 + 5 \log 0{\cdot}018 = + 0{\cdot}1$, in goede overeenstemming met de uit het spectraal-type te verwachten waarde.

METINGEN EN RESIDUEN (waargenomen — berekend).

De kolommen geven in volgorde het tijdstip van de waarneming, de initialen van den waarnemer, de opening van het instrument in Engelsche duimen, den waargenomen positiehoek (gereduceerd op 1925), den waargenomen afstand, het aantal nachten, opmerkingen van den waarnemer en ten slotte de residuen in positiehoek en afstand.

1829·74	Σ	9·6	113°0	1″36	2		+ 1°4	— 0″01
30·28	h	5	104°0	1″09	3.2		— 7°6	— 0″27
32·32	h	5	112°2	1″20	2.1		+ 0°5	— 0″14
·66	Σ	9·6	113°4	1″37	2		+ 1°7	+ 0″03
40·60	Da	7	111°6 [1])	1″14	2		— 0°5	— 0″11
41 53	OΣ	15	112°6	1″21	2		+ 0°4	— 0″03
43·23	Ma	9·6	113°5	1″37	2.1 [2])		+ 1°2	+ 0″15
48·99	Da	7	111°5	1″07	2		— 1°1	— 0″07
51·51	OΣ	15	113°0	1″00	1		+ 0°2	— 0″11
57·57	Se	9	114°5	0″92	2		+ 1°3	— 0″09
66·44	Δ	7	113°0	0″87	3.2		— 1°1	+ 0″01
·49	Tal.	10 [3])	110°6	0″87	1		— 3°5	+ 0″01
71·21	Du	9·6	115°2	0″68	4		+ 0°5	— 0″07
·53	Gl	9·3	115°0	0″6 (tax.)	1	uncertain	+ 0°3	— 0″15±
72·54	OΣ	15	116°2	0″95	1		+ 1°3	+ 0″22

1874·42	WS	8¼	113°4	0″6 (tax.)	3		− 1°8	− 0″09±
75·48	OΣ	15	115°4	0″65	1		0°0	− 0″01
79·47	Hl	26	114°6	0″46	3		− 1°7	− 0″11
80·94	Big	12 [4]	116°8	0″47	2		+ 0°1	− 0″06
81·53	Smith	8¼ [5]	124°3	0″6 (tax.)	1		+ 7°4	+ 0″09±
·54	H.Pt.	12¼ [4]	119°5	0″59	1		+ 2°6	+ 0″08
·55	Sk	8¼	124°3	0″5 (tax.)	2.1		+ 7.4	− 0″01±
83·61	En	7½	117°2	0″51	6		− 0°4	+ 0″06
84·70	Sk	8¼	112°4		2.0	doubtful, very close	− 5°9	
85·53	Hl	26	118°4	0″42	3		− 0°1	+ 0″02
92·17	β	36	124°9	0″26	2		− 1°0	+ 0″08
93·47	Lew	12¾	145°3	0″39	1		+ 15°0	+ 0″22
·58	Com	15½	113°4	0″25 (tax.)	1		− 16°9	+ 0″08±
95·53	„	15½	single					
97·51	Lew	28	may be elongated at		166°3		− 82°2	
·63	B	28	round			berekende afst. 0″06		
99·40	Brown	26	270°±	0″20±	1		− 8°7±	+ 0″09±
·45	B	28	200°	elongated	1		− 78°7	
1900·49 [6]	B	28	209°1	0″22	1		− 75°2	+ 0″08
·54 [6]	Bow	28	206°7	0″25	1		− 77°6	+ 0″11
1·16	Lew	28	201°9	0″23	1		− 85°8	+ 0″07
·31	B	28	219°3	0″18	3	not separated	− 68°4	+ 0″02
·50	Lew	28	178°9	0″1 (tax.)	1		+ 71°2	− 0″06±
2·73	B	28	298°1	0″29	1	elongated	+ 6°0	+ 0″12
3·60	A	36	276°2	0″12	1		+ 18°5	− 0″04
4·34	Hu	36	round		1	berekende afst. 0″15		
6·43	B	28	2°1	0″14	1	elongation very slight	+ 54°7	+ 0″03
·61	A	36	no elongation			berekende afst. 0″11		
7·32	B	28	343°1	0″13	2	slightly elongated	+ 27°9	+ 0″04
8·38	Do	7¼	52°5	0″35 (tax.)	1		+ 79°3	+ 0″29
·51	Do	7¼	14°5	0″30 (tax.)	1		+ 41°3	+ 0″24
9·59	B	28	may be elongated at		110°		+105°8	
·60	B	28	108°6	0″09	1	definition bad, doubtful	+104°4	+ 0″04

1909·76	B	28	104°3	0″15	1	not separated	+100°1	+ 0″10
10·28	B	28	98°6	0″22	2		+ 71°4	+ 0″17
11·43	B	28	102°1	0″16	3		+ 44°0	+ 0″09
·49	Bow	28	61°0	0″19	2		+ 2°9	+ 0″12
·49	A	36	83°7	0″17	2		+ 25°6	+ 0″10
12·46	B	28	91°0	0″16	3		+ 19°8	+ 0″07
·53	Bies	15	65°?	<0″25	1	plutot simple	— 6°2	<+ 0″16
14·58	A	36	85°9	0″22	2	good	+ 1°3	+ 0″07
16·38	A	36	87°0	0″28	2	good	— 3°0	+ 0″09
21·36	v.d.Bos	10½	92°3	0″37 (tax.)	2 [7]		— 4°3	+ 0″05

[1]) Ik sluit een enkelen positiehoek uit, noot van DAWES: „very bad".

[2]) DOOLITTLE geeft hier: 3 nachten. MAEDLER geeft twee nachten in „Untersuchungen über die Fixstern-systeme", maar in de Dorpat-waarnemingen is een enkele positiehoek.

[3]) DOOLITTLE geeft een meting van BARCLAY. Deze berust waarschijnlijk op een misverstand. Met een correctie van precies 2 jaar in den tijd en precies 10° in positiehoek krijgt men de waarneming van TALMAGE. Alleen deze wordt gegeven in „Leyton Observations", maar heet daar BARCLAY, zooals ook DAWES' metingen daar „Bishop" genoemd worden.

[4]) Niet in DOOLITTLE's lijst.

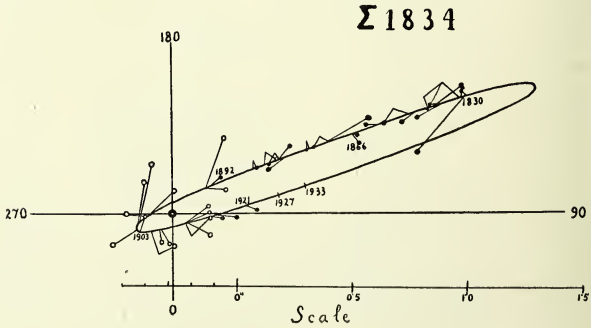
[5]) „Seabroke" genoemd in DOOLITTLE's lijst.

[6]) Deze metingen worden door LEWIS gegeven in zijn werk over de Struve-sterren maar ik vond ze noch in de Monthly Notices, noch in de Greenwich Observations.

[7]) Mijn afzonderlijke metingen zijn:

1921·341	92°5	0″35 (tax)	lucht buitengewoon goed.
·379	92°1	0″40 (tax.)	lucht goed.

Andere nieuwe metingen dan de in de lijst gegevene heb ik, ammer genoeg, niet kunnen vinden. Tot aan 1893 zijn de metingen



zonder systematische afwijkingen weergegeven. Eerst in 1914 schijnen de waarnemingen weer betrouwbaar te worden; zelfs in 1911 verschillen de beide positiehoeken van AITKEN nog 7°4 met elkaar, en wekt het dus geen verbazing, dat gelijktijdige metingen van BRYANT en BOWYER weer ruim 20° naar weerszijden van AITKEN's resultaat afwijken. Het is waarschijnlijk, dat het grootste deel van de metingen tusschen 1893 en 1914 op optisch bedrog berusten. In de bijgevoegde figuur zijn de niet bij de berekening der baanelementen gebruikte waarnemingen door kringen, de overige door stippen aangeduid, en is iedere waarneming door een dunne lijn met de berekende plaats verbonden.

Ephemeride.

1923·50	98°2	0″37
25·50	99°2	0″42
27·50	100°1	0″46
29·50	100°8	0″51
31·50	101°4	0″55
33·50	101°9	0″59

Leiden, Sterrewacht, 23 Juni 1921.

Anatomie. — J. H. Zalmann: *„Over een afzonderlijk loopende spier van het corpus ciliare van het duivenoog, gelegen bij de oogspleet".*

(Aangeboden door de Heeren J. Boeke en C. Winkler).

Maken we van het duivenoog sagitaal gesneden coupes, dan treffen we al spoedig, na cornea en iris te zijn gepasseerd, de oogspleet, gelegen in de irisbasis en in de grondplaat van het corpus ciliare. Direct valt dan, in het corpus ciliare perifeer van deze oogspleet, een sterke spierbundel op, die door zijn krachtigen bouw waardoor hij in de ruimte van Fontana uitspringt, en door zijn eigenaardigen vorm, afwijkt van de andere ciliairspiertjes.

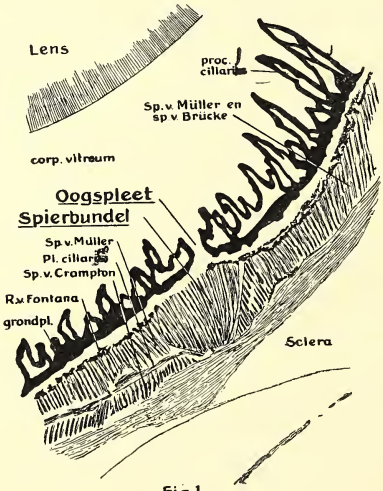


Fig. 1.

Noemen we gemakshalve het vlak door den snavel en het midden der beide pupillen het horizontale vlak. De beide helften van den bulbus oculi door dit horizontale vlak gescheiden kunnen we een

onderste (het dichtst bij den kaak) en een bovenste helft (het dichtst bij het schedelvlak) noemen. Op een zelfde manier deelt het frontale vlak, gaande door het midden van beide pupillen, den bulbus in een nasale- en in een cerebrale helft.

Maken we nu van het kwadrant nasaal- onder horizontale coupes, dan treffen we bovengenoemde oogspleet en spierbundel in schuine richting. Snijden we genoemd kwadrant radiair, volgens een hoek van ± 45° met het horizontale vlak, dan treffen we den spierbundel in zijn grootste lengte en kunnen langs dezen weg zijn anatomische verhoudingen te weten komen.

Een andere manier van onderzoek is — dus niet langs den weg van fixeeren van het object, insluiten in celloïdine en het maken van coupes —, maar door onder het binoculair microscoop de uvea te praepareeren.

Daartoe werd van een versch geenucleërd oog de achterste, mediane, bulbushelft verwijderd.

Met het voorste deel van de retina werd het retinale celblad van de processus ciliares afgetrokken, waardoor Zonula Zinnii en corpus vitrium in eens werden verwijderd zonder de grondplaat van het corpus ciliare te beschadigen. Ook de lens kon nu, stevig in zijn kapsel gevat, van de processus ciliares worden losgemaakt zonder deze te verscheuren.

Vatten we nu den vrijliggenden irisrand en knippen de iris op enkele plaatsen in, dan kunnen we door de gevormde sectoren naar binnen — mediaanwaarts — om te leggen het lig. pectinatum doen aanspannen. Met een scherp mesje worden de vezels van dit ligament vlak tegen de grondplaat gekliefd; de grondplaat van het corp. cil. is nu verder om te leggen, de ruimte van Fontana geheel geopend en de mediale zijde van de ciliair-spieren ligt vrij.

Bezien we het kwadrant nasaal-onder van de uvea, alvorens het op bovenstaande manier te bewerken, dan merken we op dat de processus ciliares, ter plaatse waar we de oogspleet verwachten, afwijken van hun radiair verloop. Ze buigen zich om in de richting van de nasale raaklijn. Ze geven den indruk van over een gewelfde onderlaag te loopen.

Openen we nu in dit kwadrant de ruimte van Fontana, dan vallen ons daar eenige bijzonderheden op, juist perifeer van de plaats waar de proc. ciliares hun loop wijzigden.

Ter plaatse waar de spier van Müller insereert aan de binnenlamel van de cornea, is dit spiertje tegen de ruimte van Fontana voorzien van een gepigmenteerd fascieblad. Ongeveer midden in dit quadrant nasaal-onder krijgt deze pigmentatie een onderbreking,

welke door een gepigmenteerde, gebogen lijn scherp van de rest is afgegrensd.

Wordt de grondplaat tegenover dit gebied aangespannen, dan ziet men in de verbindingslijn tusschen grondplaat en musc. ciliares,

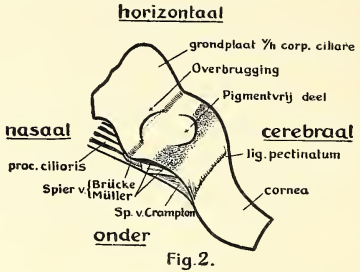


Fig. 2.

gevormd door de insertie van den tensor chorioideae, een onderbreking. De grondplaat overbrugt hier het pigmentvrije deel van de ciliairspiertjes. (Zie fig. 2).

Uit een reconstructie van gemaakte coupes blijkt de vorm van de pigmentvrije plek van het corpus ciliare overeen te komen met den vorm van den spierbundel, alsmede de eigenaardige overbrugging door de grondplaat, in verband te staan met de gewijzigde insertie van de M tensor chorioideae. Ook in fig. 1 is het ontbreken van pigment op den spierbundel zichtbaar.

Tusschen het horizontale vlak en dat deel aan het corp. ciliare waar zich genoemde bijzonderheden bevinden, vertoonen de ciliairspiertjes een regelmatigen bouw.

Van de sclera gaan 2 spiertjes, de spier van Crampton naar de binnenlamel van de cornea en de spier van Brücke als perifeer deel van den tensor chorioideae naar de grondplaat van het corp. ciliare. Het andere deel van den tensor chorioideae, de spier van Müller, is uitgespannen tusschen de binnenste cornealamel en de grondplaat van het corp. ciliare. De insertie van dit spiertje op de grondplaat ligt iets meer corneaalwaarts dan de insertie van de spier van Brücke. Beide deelen van den tensor chorioideae zijn gescheiden van de spier van Crampton door de plexus ciliaris.

Wanneer de oogspleet in grondplaat en irisbasis is aangesneden, gaat zich in de ruimte van Fontana, vlak tegen de spier van Müller, een spierbundel ontwikkelen. We treffen nu, ons verwijderend van het horizontale vlak, het eerst de insertieplaats aan. De spiervezels eindigen in een pees, welke, eerst samen met die van de spier van

Müller, later alleen, zich buigend om de loge van de spier van Crampton, de binnenlamel van de cornea bereikt, ter plaatse waar het lig. pectinatum zijn oorsprong heeft.

Eenige coupes verder zien we de spier van Müller dunner en haar pees langer worden, ten koste van het spierweefsel, om eindelijk geheel te verdwijnen. De nieuwe spierbundel heeft nu gedeeltelijk de plaats van de spier van Müller ingenomen en bocht deels uit in de ruimte van Fontana.

De spier van Crampton krijgt nu een krachtiger bouw. De spier van Brücke gaat in ontwikkeling terug en gaat zijn plaats van oorsprong op de sclera inkorten, ruimte makend voor den nieuwen spierbundel. Deze laatste geeft, juist daar waar de spier van Müller in grootte terug gaat en verdwijnt, tweemaal achtereen een belangrijk deel van zijn spiervezels af naar de grondplaat, welke vezels dus de functie hebben van tensor chorioideae.

De rest, verreweg het grootste deel van de spiervezels, heeft zijn oorsprong op de sclera, tusschen die van de spier van Brücke en die van Crampton.

Oorsprong en insertie eindigen nagenoeg in dezelfde radiaire coupe, waaruit reeds blijkt, dat de insertie veel langer is dan de oorsprongplaats. De spierbundel is eenigszins waaiervormig; divergeerend van oorsprong naar insertie. De spiervezels die het meest van het horizontale vlak zijn verwijderd loopen niet zuiver radiair gericht doch gaan een weinig in de richting van het horizontale vlak. De spiervezels welke het dichtst bij het horizontale vlak liggen loopen aanvankelijk van de radiaire richting afwijkend naar de loodlijn op het horizontale vlak. Daarna buigen ze zich om in temporale

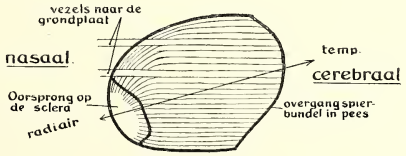


Fig. 3.

richting, evenwijdig aan de verst afgelegen spiervezels. Ook in fig. 1 is een ombuigen van spiervezels zichtbaar en tevens de waaiervorm van den spierbundel.

Beschouwen we nu het vezel-verloop van den spierbundel in een radiair vlak, dat loodrecht staat op de sclera. De vezels welke het meest lateraal — het dichtst bij de sclera — liggen, gaan in een rechte lijn

van oorsprong naar insertie. De vezels welke de ruimte van Fontana helpen begrenzen gaan in een gebogen lijn, n.l. vanaf den oorsprong eerst loodrecht op de sclera, daarna ombuigend in de richting van de insertie.

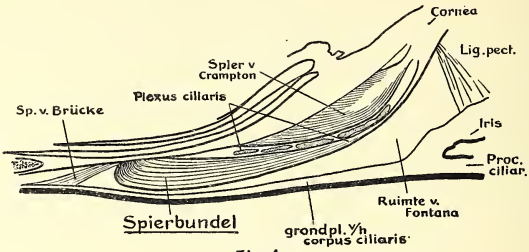


Fig.4.

Te midden van deze, zich ombuigende vezels zijn er enkele, die in rechte lijn van de insertieplaats naar de grondplaat gaan. Ze maken zich vrij van de andere vezels op de plaats waar deze van richting veranderen en wel eenige malen achtereen ter plaatse, waar de spier van Müller ophoudt te bestaan en de spierbundel zijn oorsprong op de sclera heeft.

In onderstaande figuur 5 vinden we in het normale corpus ciliare de punten aangegeven die in een aantal volgende radiaire coupes door lijnen zijn vereenigd. Aldus stellen voor:

- - - - - - de meest perifeergelegen oorsprong van de spier van Crampton.

XXXX insertie en overgang in pees van de spier van Müller.

—·—·— Origo en insertie van de spier v. Brücke.

——— Grenzen van beschreven spierbundel met gearceerde oorsprongplaats.

Vervolgen we nu den bouw van het corpus ciliare in verder van het horizontale vlak gelegen coupes.

Zoodra de oorsprong van den spierbundel niet meer wordt aangesneden, zien we de daartoe afgestane plaats op de sclera snel door de spier van Brücke worden ingenomen. Zijn oorsprong schuift weer corneaalwaarts op tot vlak tegen die van de spier van Crampton en zijn spiervezels schuiven zich als een wig tusschen de sclera en de nog aangesneden rest van den spierbundel.

Ook de spier van Müller komt zijn oude plaats weer innemen. Nu ontwikkelt zich, steeds verder afgaande van het horizontale vlak een afwisseling in de sterkste ontwikkeling van beide deelen van den tensor chorioideae. Beurtelings zijn nu de spier van Brücke en

de spier van Müller nagenoeg geheel verdwenen. Wanneer de spier van Brücke in de minderheid is, benut de spier van Crampton de

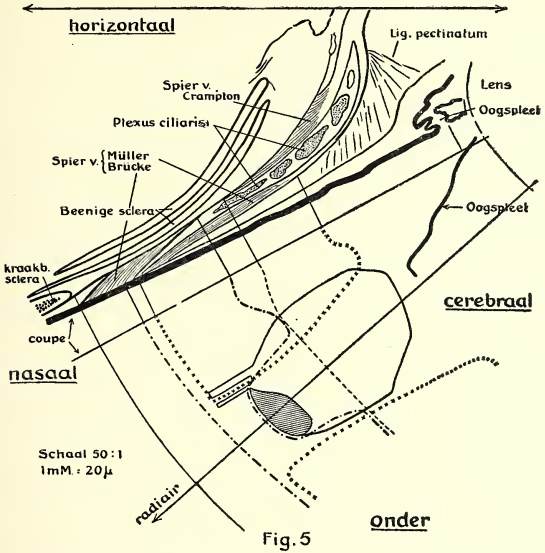


Fig. 5

vrijgekomen ruimte op de sclera om zijn vezels verder naar achter te doen aangrijpen.

Een en ander samenvattend blijkt er in het duivenoog nasaal-onder bij de oogspleet een spierbundel te bestaan, gelegen mediaal van den plexus ciliarus, welke gaat van de sclera naar de binnenste cornea lamel—mediaal gedeelte. Met deze origo en insertie behoort dit spiertje tot geen der bekende typen van ciliair-spieren van het vogeloog. Daar ter plaatse is de spier van Crampton sterk ontwikkeld, de spier van Brücke zwak en de spier van Müller totaal verdwenen.

Het ontbreken van de spier van Müller verklaart in het praeparaat van de uvea zoowel het ontbreken van het pigment als de overbrugging door de grondplaat.

De innervatie geschiedt mede uit den plexus ciliaris. Door D. Tretjakoff 1906 wordt in het salamanderoog zijn Musc. protractor lentis beschreven, die, evenals deze spierbundel, is gelegen ter plaatse

van de oogspleet, in de onderste helft van het corpus ciliare en welke musc. protractor lentis geen verband houdt met den M. tensor chorioideae. Deze spier van TRETJAKOFF [1]) 1906 loopt van zijn oorsprong af naar onder en buigt zich dan temporaalwaarts om naar de corneoscleraalgrens.

Het verschil met het beschreven spierbundeltje in het duivenoog ligt hierin, dat dit, in tegenstelling met de M. protr. lentis, naar boven verloopt om dan temporaalwaarts om te buigen, althans wat zijn vezels betreft die het dichtst zijn gelegen bij het horizontale vlak; en verder hierin, dat enkele vezels de functie hebben van tensor chorioideae. Overigens zijn er veel punten van aanknooping. Zoo ook bij diepzee-visschen komt er bij de oogspleet-resten een spiertje voor: de M. retractor lentis.

Bij de kip komt deze spierbundel niet voor. Als NUSSBAUM [2]) 1897 de oogspleet beschrijft, en niet van deze eigenaardigheid in het corpus ciliare spreekt, is het omdat hij de oogspleet bij de kip heeft beschreven.

Methode van fixatie en behandeling was als volgt. Fixatie door middel van doorstrooming der bloedvaten van den kop, door opspuiten vanuit de truncus arteriosus cordis; en daarna door onderdompelen in het gebruikte fixatief. De fixatieven waren van lage concentratie met de bedoeling de retina zoo min mogelijk te dislocceeren, n.l. formaline 5 %, ijsazijn $1^1/_2$—$^3/_4$ %.

Daarna werd de geheele kop, van huid, snavel, onderkaak en achterhoofd ontdaan, op het vriesmicrotoom ingevroren en evenwijdig aan het horizontale vlak gesneden, tot aan het midden der beide pupillen. Daarna ontdooid, ontwaterd in alcohol, ontkalkt en in celloidine ingesloten of kleine stukjes er van in paraffine. De coupes waren 10—30 μ dik.

Leiden, Anatomisch Kabinet.

---

[1]) D. TRETJAKOFF 1906 „Der Musc. protract. lentis im Urodelenauge". Anatom. Anzeiger. B. 28.

[2]) M. NUSSBAUM 1897 „Die pars ciliaris des Vogelauges. B. 57, blz. 346.

Anatomie. — Chr. van Gelderen: *„Over de ontwikkeling van het Sternum bij reptiliën."*

(Aangeboden door de Heeren Bolk en Boeke).

De vergelijkende anatomie noemt de in de ventrale mediaanlijn van den rompwand gelegen skeletdeelen in het algemeen sterna. Bij de reptiliën, die in het volgende besproken zullen worden, moet men dan onderscheiden tusschen episternum en sternum s. strictiori. In het bezit van een sternum s. str. zijn de sauria en crocodilia; met uitzondering van de rhiptoglossa bezitten zij bovendien een episternum. In aanmerking genomen de bestaande onzekerheid omtrent de ontwikkeling der genoemde sterna, kan voorloopig als beider eenig verschil slechts genoemd worden de histologische bouw bij de volwassen reptiliën. Het episternum bestaat uit been, het sternum s. str. uit, dikwijls verkalkt, kraakbeen. Alleen met de ontwikkeling van het sternum s. str. houdt zich deze mededeeling bezig.

De eerste gegevens omtrent de ontwikkeling van het sternum, zoowel bij reptiliën als bij vogels en zoogdieren, danken wij aan Rathke [1]). Hij vond bij Lacerta agilis, dat in jong-embryonale stadiën het sternum bestond uit twee nog volkomen gescheiden helften. Iedere helft was een, uit een dichte celmassa bestaande, weefselstreng, die de ventrale einden der toekomstige vertebro-sternale ribben verbond. De twee sternaalhelften versmolten later in craniocaudale richting met elkaar. Bij anguis fragilis daarentegen vond Rathke, dat het sternum zich ontwikkelde los van de ribben. Later [2]) publiceerde Rathke zijn bevindingen bij crocodillen-embryonen. Zij kwamen geheel overeen met die bij Lacerta. Uit Rathke's werken is niet op te maken, of hij de twee beschreven ontwikkelingswijzen van het sternum, los van de ribben bij anguis, met de ribben verbonden bij lacerta en crocodilus, principieel verschillend heeft geacht; en evenmin, of zijns inziens bij lacerta en crocodilus het sternum in genetisch verband met de ribben staat, m. a. w. of het sternum een product der eraan insereerende ribben is.

[1]) H. Rathke. Ueber den Bau und die Entwickl. des Brustbeines der Saurier Königsberg 1853.

[2]) H. Rathke. Ueber den Körperbau und d. Entwickl. der Krokodile. Braunschweig 1866.

Götte [1]) onderzocht de ontwikkeling van het sternum bij Cnemidophorus spec. en bij Anguis fragilis. Bij Cnemidophorus was de eerste aanleg parig en bestond uit een driehoekige verbreeding van het ventrale einde van de eerste (toekomstige) vertebro-sternale rib. Deze primitieve aanleg groeide slechts in die mate caudaal uit, als er zich verdere ribben aan vasthechtten, dus niet zelfstandig. Götte acht het bovendien waarschijnlijk, dat ook de laatste halsrib, die gedurende de verdere ontwikkeling hoe langer hoe meer van het sternum verwijderd raakt, deel heeft genomen aan de vorming van den eersten aanleg van het sternum. Bij Anguis ontstond het sternum uit het verbreede uiteinde van de eerste rib, die zich daarna spoedig van het sternum losmaakte.

Klaarblijkelijk waren dus de door Rathke onderzochte embryonen van Anguis voor het beoogde doel te oud. De resultaten van Wiedersheim's [2]) onderzoekingen bij Lacerta en Anguis komen goed overeen met Götte's bevindingen. Alleen spreekt hij de waarschijnlijkheid uit, dat ook de vóórlaatste halsrib deel neemt aan de vorming van het sternum. Ook bij crocodilus biporcatus wordt het sternum volgens Wiedersheim door de ribben gevormd.

Schauinsland [3]) beschrijft bij Sphenodon, den sternaalaanleg, eerst met slechts één, later met drie ribben verbonden. Uit deze moet men zich het sternum bij Sphenodon ontstaan denken. Ten slotte volgens Bogoljubski [4]) ontstaat de parige sternaalaanleg bij Lacerta en Anguis zonder oorspronkelijken samenhang met ribben, is dus een autochthone aanleg. Kortom volgens de algemeen heerschende meening ontstaat het sternum der reptiliën uit de ribben. (Hertwig [5]). Een autochthone sternaanleg bij reptiliën neemt alleen Bogoljubski aan.

Het verdient aanbeveling hier te vermelden, dat over de ontwikkeling van het sternum van hoogere amniota, de zoogdieren, nog eenige andere theorieën bestaan. Volgens Paterson [6]) bestaat de eerste aanleg van het sternum uit een onparige, mediaan gelegen dichte ophooping van mesoblastcellen. Later vindt men twee borstbeenlijsten, doordat het mediane gebied cel-armer is geworden. Het verband van ribben en borstbeen is secundair, daarentegen bestaat een primaire samenhang van den medianen aanleg en den schoudergordel. Uit

---

[1]) A. Götte. Archiv. f. mikrosk. Anat. Bd. XIV, 1877.

[2]) R. Wiedersheim. Das Gliedmaszenskelett der Wirbelthiere. Jena, 1892.

[3]) H. Schauinsland. Archiv. f. mikrosk. Anat. u. Entw.gesch. Bd. LVI, 1900.

[4]) S. Bogoljubski. Zeitschr. f. Wissensch. Zool. Bd. 110, 1914.

[5]) O. Hertwig's. Handb. d. vergl. u. experim. Entwickl.lehre. Jena.

[6]) A. M. Paterson. Journ. of Anat. and Physiol. Vol. 35. 1900.

twee autochthone sternaallijsten, en bovendien uit een derden, eveneens autochthonen, medianen aanleg denken WHITEHEAD and WADDEL [1]) zich het zoogdieren-sternum opgebouwd. Die mediane aanleg is onafhankelijk van de sternaallijsten, en ook van den schoudergordel. Dit laatste blijkt het duidelijkst daaruit, dat de mediane aanleg ook daar optreedt, waar de clavicula ontbreekt, waar de schoudergordel het sternum dus niet bereikt. HANSON [2]) ziet in den medianen aanleg een deel van een groot hoefijzervormig blastema, waaruit beide schoudergordels en het craniaal deel van het sternum ontstaan.

Alle onderzoekers, die zich met de ontwikkeling van het reptiliënsternum bezig hielden, stemmen daarin overeen, dat de sternaalhelften tot versmelting komen, wanneer zij reeds kraakbeenig zijn. Daarna kan verkalking volgen.

Ten einde een op eigen waarneming berustend oordeel te verkrijgen onderzocht ik een aantal sauria-embryonen. Mijn bevindingen daarbij mogen hier volgen.

Voor mijn onderzoek had ik de beschikking over een dozijn tot seriën verwerkte embryonen van Gongylus ocellatus en twee van

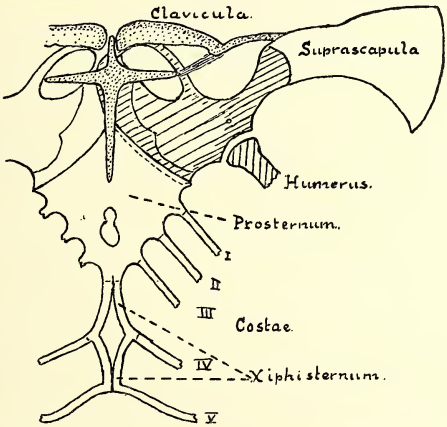


Fig. 1. Sternum en schoudergordel van Lacerta agilis.

Ptychozoon homalocephalum. Bovendien werden van een zestiental embryonen van Lacerta agilis transversale seriën vervaardigd. Alle

[1]) R. H. WHITEHEAD and WADDEL. Americ. Journ. of Anatomy. Vol. 12, 1911.
[2]) F. B. HANSON. Americ. Journ. of Anatomy. Vol. 26, 1919.

seriën waren 10 μ dik gesneden, de meeste waren met haemateïne gekleurd. Aan de in elk opzicht toereikende reeks van lacertaembryonen kon de ontwikkeling van het sternum uitnemend vervolgd worden. Daarom vang ik aan met de beschrijving van mijn bevindingen bij lacerta.

Ter toelichting is hier in fig. 1 naar de natuur schoudergordel en sternum van een volwassen lacerta agilis afgebeeld. Het geheele complex is in een plat vlak uitgebreid geteekend. Men merke op, dat aan het prosternum beiderzijds drie ribben door syndesmosen insereeren en dat het xiphisternum twee ribben draagt. Juister ware het hier van twee xiphisterna te spreken, daar ter hoogte van de vijfde rib slechts een syndesmotische verbinding in het mediaanvlak bestaat. Prosternum en xiphisterna zijn eveneens door syndesmose verbonden. Coracoideum (gearceerd) en sternum zijn door een diarthrose verbonden, daarbij rust het coracoideum in een groeve, sulcus articularis coracoideus, van het sternum. Clavicula en episternum, die verder buiten beschouwing blijven, zijn gestippeld.

In het prosternum bevindt zich een door een membraan gesloten fontanel.

Het jongste mij ten dienste staande embryo, Lacerta ag. D. (N. T. [1]) ongeveer 22) bezat nog geen sternaalaanleg. Van den schoudergordel was ook nog niets te vinden. Alleen in de extremiteit werd een mesenchymverdichting, de aanleg van den humerus, aangetroffen.

Het volgend embryo, Lacerta ag. S. (N. T. ongev. 24) verschilt in zooverre van het vorige, dat een aanleg van den schoudergordel, continu met dien van den humerus, aanwezig is. Bij de nog zeer vage begrenzing kan men aan den gordelaanleg nog weinig vorm, hoogstens een ventrale coracoidaal-streek en een dorsale scapulairstreek, herkennen. Wanneer men nu wat verder kaudaal zoekt, vindt men in den zijdelingschen rompwand een mesenchymverdichting, die met geen anderen skeletaanleg samenhangt. Dit is de eerste aanleg van het sternum, dat nog uitsluitend uit blasteem, verdicht mesenchym bestaat. In fig. 2 is een transversale coupe afgebeeld, waarin zich deze sternaalaanleg bevindt. De coupe is niet volkomen transversaal; onder is de humerus, boven zijn radius en ulna getroffen. Niettemin is zoowel de linker als de rechter sternaalaanleg in de coupe aanwezig. Daaruit blijkt dat de sternaalaanleg in cranio-caudale richting reeds eenige uitbreiding heeft verkregen. Het is niet mogelijk de onafhankelijkheid van den sternaalaanleg van den schoudergordel (in casu het coracoideum) aan afbeeldingen naar

[1]) Normentafel. Lacerta agilis von K. Peter.

transversale coupes te demonstreeren. Zooals later zal blijken leenen zich daartoe wel de meer schuin gesneden seriën van Gongylus ocellatus.

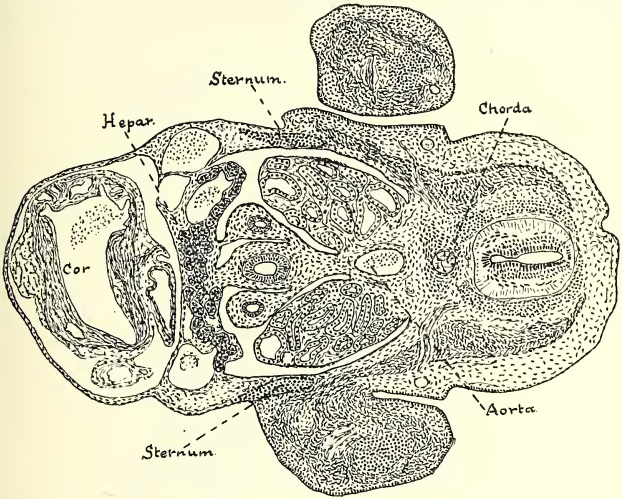


Fig. 2. Lacerta agilis S. transversaal.

Een volgend stadium vertegenwoordigen de embryonen Lacerta ag. E en F (N. T. ongev. 26) die vrijwel denzelfden ontwikkelingsgraad vertoonen. De omtrek van den schoudergordel is duidelijker geworden. Coracoidaal- en scapulair-gedeelte zijn goed herkenbaar. In de humerus-diaphysis wordt praechondrium aangetroffen. In vergelijking met embryo D bestaat een verdere vooruitgang in de toegenomen grootte van sternum en schoudergordel. Daarbij zijn sternum en schoudergordel elkaar tegemoet gegroeid. Dientengevolge is de laag van onverdicht mesenchym, die zich ab origine tusschen beide bevond, minder duidelijk geworden.

Aanzienlijke vooruitgang in ontwikkeling valt te constateeren bij het embryo Lacerta ag. I (N.T. ongeveer 28). In den humerus wordt hier voor de eerste maal kraakbeen aangetroffen. Door verderen groei zijn sternum en coracoideum elkaar dermate genaderd, dat zij samen in transversale coupes voorkomen (fig. 3). De afgrenzing van beide ten opzichte van elkaar is vrijwel onuitvoerbaar geworden. In nevenstaande figuur is maar een iets lichtere grenszône te zien. Waren niet de hiervoor beschreven embryonen onderzocht, zeker

ware, op grond van dit embryo, het sternum voor een product van het coracoideum verklaard en was dit stadium geïnterpreteerd als een juist begonnen afsnoering van het sternum van zijn moederbodem, het coracoideum. De ribben zijn den sternaalaanleg tot op

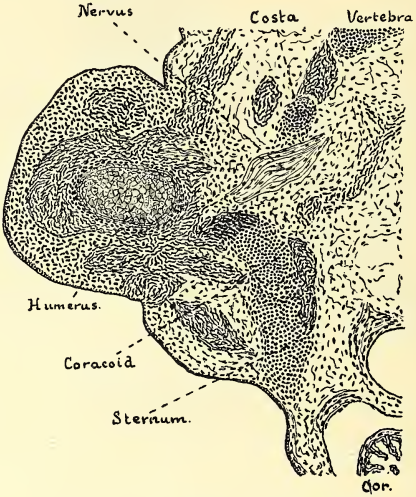


Fig. 3. Lacerta agilis I. transversaal.

eenigen afstand genaderd, zoodat de lengte van den sternaalaanleg nu ook kan worden aangegeven betrokken op de ribben. Kaudaalwaarts strekt het sternum zich uit tot in het niveau van de derde rib. Tusschen den sternaalaanleg en de ventrale einden der ribben bevindt zich overal nog onverdicht mesenchym.

In embryo Lacerta agilis K (N.T. ongev. 29), dat slechts weinig ouder is dan het voorgaande, is weer een duidelijke grens van coracoideum en sternum aanwezig, een feit, dat eveneens opvalt bij het bestudeeren van het embryo Lacerta ag. G., dat hetzelfde ontwikkelingsstadium als embryo K vertegenwoordigt. Deze opnieuw aanwezige grenszône is niets anders dan de aanleg van de latere sterno-coracoidale gewrichtsholte. De embryonen G en K hebben beide een, tot in het niveau van de derde rib zich staartwaarts uitstrekkenden, parigen sternaalaanleg, van de ribben door los mesenchym gescheiden.

In het embryo Lac. agilis H (N. T. ongeveer 30) wordt een aan-

merkelijke vooruitgang opgemerkt. Deze betreft zoowel den vorm der skeletdeelen als de histologische differentiatie. In de wervelbogen vindt men kraakbeen, om de kraakbeenige humerusdiaphysis, bevindt zich een dunne mantel perichondraal been. Fig. 4 brengt een halve

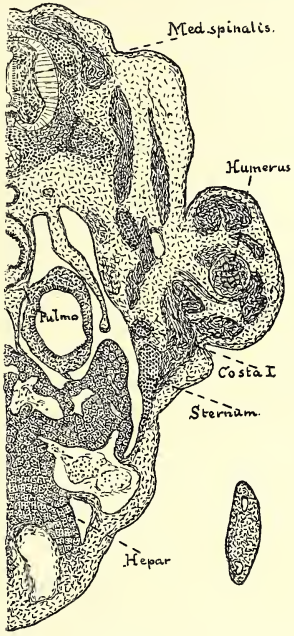


Fig. 4. Lacerta ag. H. transversaal.

transversale coupe, waarin het ventrale uiteinde van de eerste borstrib (de eerste toekomstige vertebro-sternale rib) is gelegen. De figuur dient tot demonstratie van de verhouding van de eerste rib tot den sternaalaanleg. In dit embryo, dat reeds vrij ver ontwikkeld is, getuige de voortgeschreden histologische differentiatie, ontbreekt nog altijd elke samenhang van sternum en ribben. De tweede en derde rib gedragen zich nl. juist als de eerste.

Het volgende embryo, Lacerta ag. J. (N.T. ongev. 31) onderscheidt zich van alle reeds beschrevene door het bezit van een sternaalaanleg, die zich tot voorbij de derde rib caudaalwaarts uitstrekt. De sternaalaanleg bestaat hier uit een grooter craniaal deel, waarin

voorkraakbeen wordt aangetroffen en waarmede drie borstribben verbonden zijn door matig verdicht mesenchym, en een smal caudaal deel, dat zich voordoet als een uitlooper van het vorige. Deze uitlooper is nog zuiver verdicht mesenchym en eindigt op korten afstand van het ventraal einde van de vierde rib, daarvan door los mesenchym gescheiden. Bij de beschrijving van het embryo Gongylus ocell. L. vindt men geheel overeenkomstige verhoudingen door twee frontale doorsneden verduidelijkt (fig. 6).

Embryo Lacerto ag. L (N. T. ongev. 31) vertoont weinig vooruitgang ten opzichte van embryo J. Het voornaamste is wel, dat beide sternaallijsten hier met drie ribben door volledig verdicht mesenchym verbonden zijn. De verhouding van de vierde rib tot het sternum heeft geen verandering ondergaan. De uitbreiding van het voorkraakbeen in den sternaalaanleg is toegenomen. De caudale uitlooper is nog volkomen vrij van voorkraakbeen. Wanneer men de figuren 2 en 4 vergelijkt, dan ziet men, dat het sternum in fig. 4 nog op dezelfde plaats is gelegen als in fig. 2, nl. in den lateralen rompwand. Verschuiving naar de ventrale mediaanlijn heeft nog niet plaats gehad. In de nu volgende oudere embryonen treedt die verplaatsing steeds duidelijker op. Men zou deze verplaatsing in verband kunnen brengen met den lengtegroei van de ribben, waarmede de sternaalaanleg nu verbonden is. Juister lijkt het mij hiervoor alleen de relatieve verkleining van de hartbult aansprakelijk te stellen. Immers bij Anguis laten het sternum en de eenige vertebro-sternale rib elkaar reeds vroeg definitief los (Wiedersheim) en toch verplaatsen zich de sternaalhelften naar de mediaanlijn om daar onderling te vergroeien.

Bij embryo Lacerta ag. N (N. T. ongev. 32) vinden wij een begin van belangrijke ontwikkelingsverschijnselen. In de eerste plaats is hier een mesenchymverdichting opgetreden tusschen het einde van de vierde rib en het nog blastemateuze einde van het sternum. Van volkomen vereeniging is nog geen sprake, aangezien de intermediaire zône nog niet de dichtheid van den sternaalaanleg heeft bereikt. Het ventraal einde van de vijfde rib, de laatste toekomstige vertebrosternale, bevindt zich dertien coupes (130 μ) caudaal van de insertie van de vierde rib aan het sternum in de rechte buikspier. In de tweede plaats moet hier vermeld worden, dat ondanks de verdere ontwikkeling in vergelijking met embryo L, de sternaalaanleg niet staartwaarts voorbij de insertie van de vierde rib reikt.

Uit verschillende omstandigheden blijkt, dat embryo Lacerta ag. N (N. T. ongev. 33) verder ontwikkeld is dan het voorgaande. Wat den sternaalaanleg betreft, hier is ook de vierde rib door volledig verdicht

mesenchym aan het blastematenze staart-einde van het sternum verbonden. Het uiteinde van de vijfde rib bevindt zich maar acht coupes (80 μ) caudaal van de insertie van de vierde rib aan den sternaalaanleg. Bijgevolg heeft de vijfde rib zich verlengd, en is daarbij den sternaalaanleg tegemoet gegroeid. Niettemin heeft zich niet omgekeerd de sternaalaanleg voorbij de vierde rib de vijfde tegemoet verlengd. Daarnit meen ik te moeten afleiden, dat de autochthone sternaalaanleg zich niet verder caudaal uitstrekt dan tot aan de insertie van de vierde rib. De beide sternaallijsten zijn elkaar in dit embryo kraniaal tot op zeer korten afstand genaderd. Hier, noch in een der jongere embryonen werd iets waargenomen van een medianen aanleg, die ook in het sternum zou opgaan. Toch bevinden zich hier de sternaallijsten onmiddellijk voor de beginnende vergroeïng in de mediaanlijn, zooals uit het volgend embryo blijkt.

Een wat ouder stadium vond ik in het embryo Lacerta ag. P (N. T. ongev. 33). De nu kraakbeenige sternaallijsten waren in het meest craniale gedeelte reeds versmolten. Kandaal van de latere borstbeen-fontanel had nog geen vereeniging in de mediaanlijn plaats gegrepen. Alle vijf ribben waren kraakbeenig aan het eveneens chondrale sternum verbonden; samen vormden zij dus één groot kraakbeen continuum. Ook ontbreekt de grens, die men bij de volwassen hagedis vindt tusschen xiphisterna en prosternum in den vorm van een syndesmose.

In het embryo Lacerta ag. Q (N. T. ongev. 33—34) zijn als bij embryo P de sternaallijsten kraniaal versmolten; dan volgt het gebied der borstbeen-fontanel; nog meer caudaal, in het nivean van de insertie van de derde rib liggen de sternaallijsten weer direct tegen elkaar. Een dun blasteemlaagje bewijst, dat versmelting hier nog niet plaats heeft gehad. Staartwaarts hiervan divergeeren de sternaallijsten, om elkaar niet weer te bereiken. (Vgl. fig. 1).

Nog vollediger is de versmelting van de sternaallijsten in embryo Lacerta ag. R (N. T. ongev. 34—35). Waar in embryo Q nog slechts blastemateus verband in de mediaanlijn bestond, caudaal van de fontanel is in embryo R kraakbeenige verbinding ontstaan. Bovendien hebben de twee xiphisterna zich ter hoogte van de vijfde rib tegen elkaar gelegd. In dit embryo, het oudste, dat ik onderzocht, is dus de adulte vorm, althans in hoofdzaak, bereikt. Een verschil is nog hierin gelegen, dat alle syndesmosen nog ontbreken. Zij moeten secundair ontstaan, op plaatsen, waar eerst kraakbeen was. Aan deze syndesmosen komt dientengevolge geen morphologische waarde toe; zij zijn geen grenzen, waaraan men streng genomen morphologische beteekenis kan hechten. Zij hebben slechts een mechanische beteekenis.

Van Gongylus ocellatus stonden mij elf embryonen ter beschikking. Oudere stadiën, zooals de embryonen P, Q en R van lacerta ontbraken. Ook had ik geen volwassen exemplaar, noch een afbeelding van het volwassen sternaalapparaat. Omtrent den bouw daarvan kan ik dus slechts enkele in de literatuur vastgelegde gegevens vermelden. Bij Gongylus hechten zich evenals bij Lacerta drie ribben aan het Prosternum vast. Het xiphisternum neemt ook drie ribben op. (HOFFMANN [1]), PARKER [2]), FÜRBRINGER [3])). Behalve dit verschil, dat voor de studie van mijn materiaal geen beteekenis had, komen de verhoudingen met die van Lacerta overeen.

De embryonen Gongylus ocellatus F. en G. komen in ontwikkelingsgraad overeen met het embryo S van Lacerta. Zij bevatten een blastamateuzen sternaal-aanleg, die duidelijk los is van den aanleg van het coracoideum.

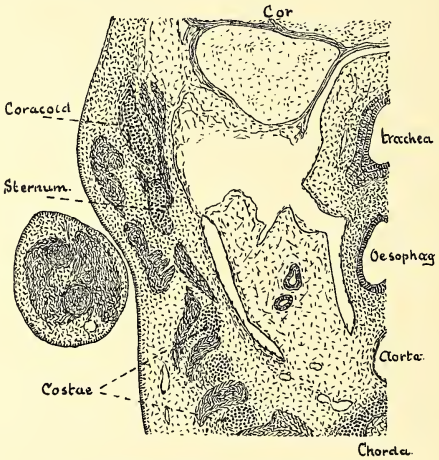


Fig. 5. Gongylus ocell. F. schuin frontaal.

Dank zij de schuine sneerichting kon in fig. 5, die een gedeelte van zoo'n schuine coupe voorstelt, genoemde verhouding van sternum en coracoid afgebeeld worden. Mede door de eigenaardige sneerichting is in de coupe het sternum dorsaal van het coracoideum

[1]) C. K. HOFFMANN in BRONN's Klassen u. Ordn. des Thierreichs. Reptilien.

[2]) W. K. PARKER. Monogr. on the Struct a. developm. of Should. g. and Stern. Ray Soc. 1868.

[3]) M. FÜRBRINGER. Jenaische Zeitschr. Bd. 34, 1900.

gelegen. Tusschen beide bevindt zich een laagje los mesenchym. In de diaphysis humeri vinden wij reeds eenig voorkraakbeen.

Een volgend stadium vertegenwoordigen de embryonen Gong. ocell. A en B. Zij komen overeen met de embryonen E en F van lacerta. De aanleg van het sternum is weinig duidelijk van dien van het coracoideum gescheiden; deze toestand is ontstaan, doordat beide elkaar tegemoet zijn gegroeid. De humerus is hier grootendeels uit kraakbeen opgebouwd. Van den parigen sternaalaanleg zijn de ribben nog gescheiden door los mesenchym.

Weer verder ontwikkeld zijn Gong. ocell. C en D. Zij bezitten een borstbeen-aanleg, die scherp gescheiden is van het coracoideum door een lichte grenslaag, den aanleg van de diarthrose. Het stadium waarin de afgrenzing van sternum en coracoid vrijwel onuitvoerbaar is, is hier voorbij. De drie ribben, die op korten afstand van het sternum eindigen, zijn daarvan nog volkomen los. De sternaalaanleg reikt caudaalwaarts niet voorbij de derde rib.

Ook de embryonen E. en J. van Gong. ocellat. vertegenwoordigen eenzelfde stadium. Aan de beschrijving leg ik embryo E ten grondslag. Sternum en coracoid zijn definitief gescheiden. Drie ribben zijn door reeds matig verdicht mesenchym aan het prochondrale prosternum verbonden.

Een caudale blastemateuze uitlooper van de sternaallijst gaat de vierde rib tegemoet, maar is daarvan nog volkomen los. Een enkele ontbrekende coupe maakte dat niet voor alle prosternale ribben afzonderlijk de verhouding tot het sternum met zekerheid kon worden vastgesteld. Zonder twijfel geldt het bovenvermelde in het algemeen, zooals ook bevestigd wordt door Gong. ocell. I. In dit embryo bestaat bij alle drie prosternale ribben eenzelfde verhouding tot het sternum n.l. die van nog iets minder duidelijk verband dan in embryo E. Ook de caudale uitlooper van den sternaalaanleg is hier kleiner. Daarentegen is de verhouding t. o. v. het coracoid dezelfde.

Embryo Gong. ocell. L. correspondeert met embryo lacerta J. Door volledig verdicht mesenchym worden beiderzijds drie ribben aan den aanleg van het sternum verbonden. Een uitlooper gaat staartwaarts de vierde rib tegemoet, zooals uit fig. 6 blijkt. Daarin zijn twee op elkaar volgende coupes uit deze serie half afgebeeld. De sneerichting was hier ten naastenbij frontaal op den thorax. De sternaalaanleg is hier reeds in sterke mate medio-ventraalwaarts opgeschoven.

In embryo K eindelijk, het verst ontwikkelde, heeft zich ook de vierde rib blastemateus met het sternum verbonden. Bij gebrek aan oudere embryonen kon de ontwikkeling van het xiphisternum bij

Gongylus niet verder vervolgd worden. Uit het voorgaande blijkt, dat de resultaten verkregen bij Gongylus een bevestiging zijn van de bevindingen bij Lacerta.

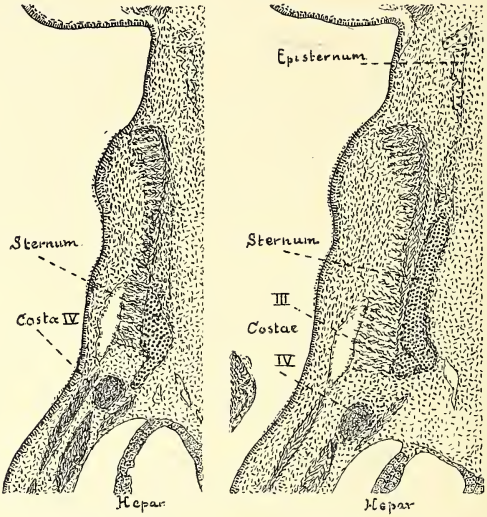


Fig. 6. Gongylus ocell. L. frontaal.

Eindelijk was ik nog in de gelegenheid twee seriën van jonge embryonen van Ptychozoon homalocephalum te bestudeeren.

In het embryo Ptychoz. hom. A wordt een nog zeer jeugdig stadium aangetroffen. Een blastemateuze parige sternaalaanleg, los van elken anderen skeletaanleg, wordt in den lateralen rompwand gevonden.

Wanneer men ziet, hoe klein de ribben nog zijn, en dat in den humerus nog geen kraakbeen aanwezig is, dan kan men daaruit afleiden, dat de maximale toenadering van sternum en coracoideum hier nog lang niet bereikt is, m. a. w. dat de grenszône niet den aanleg van de gewrichtsspleet voorstelt. Dit embryo correspondeert dus ongeveer met embryo S van lacerta.

Het embryo Ptychoz. hom. B is veel ouder. Beiderzijds vindt men een sternaalaanleg waarmede reeds drie ribben in verbinding zijn getreden.

In het voorgaande werden mijn bevindingen bij het bestudeeren van een dertigtal embryonen afzonderlijk weergegeven. Wij zullen

nu overwegen tot welke gevolgtrekkingen zij ons in staat stellen.

In de eerste plaats: de jongste aanleg van het sternum is parig en autochthoon; zoover stem ik geheel in met Bogoljubski. Wanneer men tot deze conclusie is gekomen, moet men zich de vraag voorleggen: Welk gedeelte van het definitieve thoraxskelet ontstond uit dezen autochthonen sternaalaanleg, of anders geformuleerd: waar liggen de grenzen tusschen het autochthone borstbeen en de ribben? Wat betreft de eerste drie vertebro-sternale ribben is het antwoord gemakkelijk. Daar correspondeeren genoemde grenzen met de definitieve syndesmosessterno-costales. Wat betreft de vierde en de vijfde rib, om daar zekerheid te verkrijgen, moet men zich ten deele baseeren op grootte-verhoudingen zooals deze schematisch in fig. 7 zijn weergegeven. In fig. 7*d* geven de kruisjes de ligging van de definitieve sternocostale syndesmosen aan. Uit de figuur blijkt, dat de plaats waar de vierde rib zich tegen de autochthone sternaallijst heeft aangelegd (7*c*), niet dezelfde is als die, waar later de syndesmosis sterno-

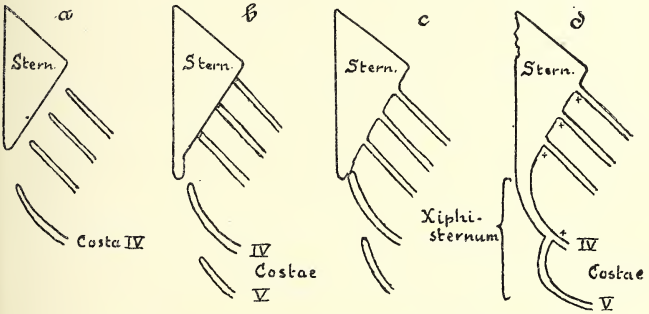


Fig. 7. Lacerta agilis. Schemata v/d ontw. v/h Sternum.

costalis IV wordt gevonden, maar dat deze gelegen is ter plaatse van de latere grens van prosternum en xiphisternum. Men zij er nogmaals aan herinnerd, dat alle syndesmosen in dit thoraxgebied secundair zijn ontstaan op plaatsen, waar eerst (7*d*) kraakbeenige continuïteit was. Een gevolg daarvan is tevens, dat men nooit precies zal kunnen zeggen, waar bij volwassen reptiliën het autochthone sternum ophoudt, waar de ribben beginnen. Nooit zag ik den autochthonen sternaalaanleg zich caudaal verder uitstrekken dan de insertie van de vierde rib. Daarentegen zag ik evenmin, dat de vijfde rib zich tegen de vierde aanlegde, terwijl deze nog niet kraakbeenig continu was met de sternaallijst. Dientengevolge moet men weer op

de grootte-verhoudingen van fig. 7 afgaan om tot het, ook om een reeds genoemde reden al waarschijnlijke, besluit te komen, dat de vijfde rib contact zoekt met wat uit de vierde rib ontstond, en niet met den autochthonen sternaalaanleg. Summa summarum bestaat het sternum der sauria dus uit een autochthoon (parig aangelegd) prosternum en een costaal, eveneens parig aangelegd, xiphisternum, dat dikwijls als twee xiphisterna blijft bestaan. Van beide wordt het autochthone prosternum het eerst aangelegd. Het xiphisternum wordt pas gevormd als de parige aanleg van het prosternum reeds gedeeltelijk (door craniale versmelting) onparig is geworden. De geheele ontwikkelingsgang van het sternum wordt door de schemata van fig. 7 weergegeven; telkens werd slechts de sternaalaanleg van één lichaamshelft geteekend, in fig. 7*d* de helft van het craniaal reeds onparige sternum.

Wij moeten nu nog nagaan tot welke vergelijkend anatomische gevolgtrekkingen vorenstaande embryologische feiten ons leiden.

Volgens de bekende werken over vergelijkende anatomie van Gegenbaur, Wiedersheim en Bütschli komt het sternum bij tetrapode vertebraten voor in twee geheel verschillende vormen, nl. bij Amphibia vindt men een sternum tot de vorming waarvan de zeer korte vertebrale ribben zeker niet hebben samengewerkt, en bij Amniota bestaat alleen een costaal sternum, ontstaan door vereeniging van twee z.g. sternaallijsten, die op haar beurt ontstonden door versmelting van de ventrale uiteinden der (vertebro-sternale) ribben. Howes [1]) bestempelde het amphibiën-sternum met den naam archisternum en het sternum der amniota noemde hij neosternum. Bij amniota is dus het archisternum spoorloos verdwenen en vervangen door het neosternum. (Aan de episternale elementen, die daarin kunnen zijn opgegaan zij slechts terloops herinnerd). Algemeen erkend is dus dat het amphibiën-sternum een andere genese heeft dan dat der amniota.

Het sternum der amphibia verhoudt zich verschillend ten opzichte van den schoudergordel. Bij Urodela en de Anura arcifera neemt het sternum beiderzijds in een sulcus articularis coracoideus het coracoid (door diarthrosis) op, juist als bij de Sauria. Bij de Anura firmisternia daarentegen zijn beide coracoiden met het sternum synarthrotisch verbonden. Ook de twee epicoracoidea zijn hier aan elkaar gehecht, zoodat het sternum zich hier gedraagt als een caudaal aanhangsel van één hecht complex, dat uit de beiderzijdsche schoudergordels bestaat. Onderzoekingen naar de ontwikkeling van het

---

[1]) Howes. „Nature". Bd. 43. N°. 1108, p. 269.

sternum der amphibiën bestaan van Götte en Wiedersheim. Volgens Götte [1]) is de aanleg van het sternum oorspronkelijk parig. Later versmelt het met de spits van den „buikribbenboog". Het sternum der Ranidae zou alleen uit eerstgenoemden parigen aanleg ontstaan. Te anderer plaatse geeft Götte de volgende samenvatting: de amphibiën bezitten geen costaal sternum. Zijn plaats wordt ingenomen door skeletdeelen van verschillende herkomst, nl. 1° door kraakbeen, ontstaan in de linea alba abdominis en in de peesstrook van den m. rectus abdominis, hetwelk men als homologon van buikribben moet opvatten en 2° door kraakbeen, dat in de membrana interepicoracoidea ontstaat, daar, waar deze insereert aan het onder 1° genoemde gedeelte. Uit beide gedeelten bestaat het urodelensternum en dat van Bombinator (arcifera). Het sternum der Ranidae (firmisternia) zou alleen uit het onder 1° genoemde ontstaan. Het in de membrana interepicoracoidea ontstane gedeelte beschouwt Götte als tot den schoudergordel behoorend.

De resultaten van Wiedersheim's onderzoekingen kan men als volgt samenvatten. Bij het ontstaan van den (parigen) sternaalaanleg is noch bij Anura, noch bij Urodela de schoudergordel betrokken. De geheele ontwikkeling van het sternum speelt zich af in, resp. tusschen de spieren van den lichaamswand. Men moet ook bij Amphibiën van een costaal sternum spreken, want waarom zouden tot kraakbeen wordende ventrale gedeelten der myocommata onder een ander morphologisch gezichtspunt vallen dan de naast de wervelkom liggende ribben?

Vatten wij de door Götte en Wiedersheim gevonden feiten samen. In de eerste plaats wordt het sternum parig aangelegd en in de tweede plaats ontstaat het sternum los van eenigen prae-existeerenden skeletaanleg, zoover heerscht overeenstemming. Alleen de interpretatie der feiten is ten deele verschillend. Götte zoowel als Wiedersheim spreekt over buikribben. Wiedersheim herleidt het geheele amphibiënsternum tot buikribben. Götte neemt voor een groot deel van het sternum der Urodela en van dat van Bombinator (arcifera) een coracoidale herkomst aan, evenals voor het geheele sternum der Ranidae (firmisternia), alleen, omdat het a. h. w. in de membrana interepicoracoidea ingroeit. Beide interpretaties kunnen tenslotte niet wegredeneeren, dat de aanleg van het sternum bij alle amphibia geheel op zichzelf ontstaat, m. a. w. autochthoon is.

Dientengevolge bestaat genetische overeenkomst van het sternum der amphibia en het prosternum der sauria, beide zijn dus homoloog.

---

[1]) Götte. Entwickl.gesch. der Unke. Leipzig 1875.

Het costale xiphisternum der sauria is het ontogenetisch, zoowel als phylogenetisch later optredende sternaalelement. De waarde dezer homologie wordt niet verminderd daardoor, dat bij de sauria later een wisselend aantal ribben met het prosternum contact verkrijgt, evenmin als daardoor, dat bij de anura firmisternia het sternum secundair met den schoudergordel in verband treedt. Daarin, zoowel als in het nieuw opgetreden costale xiphisternum der sauria, moet men aanpassingen zien aan de, met den overgang tot het landleven verbonden verdere ontwikkeling van de voorste extremiteit als locomotie- en steunorgaan.

Het is mij niet mogelijk, aan de hand van de bestudeering der desbetreffende literatuur, voor de in het voorgaande ontwikkelde stelling (homologie: sauria, prosternum—amphibia, geheele sternum) verdere aanknoopingspunten te vinden bij crocodilia, aves en mammalia.

SAMENVATTING.

1. Het prosternum der sauria is autochthoon en wordt parig aangelegd. Een wisselend aantal ribben treedt secundair met het prosternum in verband.

2. Het xiphisternum der sauria is costaal en wordt ook parig aangelegd. Tot zijn vorming werken die ribben samen, welke volgen op de aan het prosternum vastgehechte.

3. Het prosternum der sauria is homoloog met het sternum der amphibia. Phylogenetisch en ontogenetisch is het ouder dan het bij de sauria tot ontwikkeling komende, costale xiphisternum.

Experimenteele Psychologie. — E. D. WIERSMA: *„Psychische remming".*

De dagelijksche ervaring leert, dat gelijktijdige gewaarwordingen een remmenden invloed op elkaar uitoefenen. Het licht der sterren wordt bij dag niet waargenomen. Zwakke geluiden, die bij de stilte van den nacht duidelijk worden gehoord, kunnen bij het lawaai van den dag niet worden opgemerkt. Zwakke huidprikkels worden door sterkere verdrongen. Deze psychische remming, waaronder verstaan wordt, dat de eene psychische inhoud invloed van een anderen ondergaat, zoodat bij het sterker worden van den eenen eene verzwakking van den anderen optreedt, is door HEYMANS voor een twintigtal jaren onderzocht. Door hem zijn de wettelijkheden, die zich daarbij voordoen, door nauwkeurige en talrijke proeven vastgesteld. Hoewel het voor de hand ligt, dat dit remmingsproces zich niet tot de gewaarwordingen alleen beperkt, is het toch van gewicht experimenteel vast te stellen, dat ook andere psychische inhouden aan gelijksoortige wettelijkheden onderworpen zijn. Het is niet gemakkelijk, om dit voor alle andere bewustzijnsinhouden als voorvoorstellingen en aandoeningen in vaste maten uit te drukken, maar voor de wilsuitingen is dit zeer goed mogelijk.

Het onderzoek werd op de volgende wijze verricht:

De proefpersonen waren jonge menschen, studenten of assistenten. Er werd hun opgedragen zoo vlug mogelijk de getallen van 1 tot 25 neer te schrijven. De tijd, daarvoor noodig, werd nauwkeurig door middel van een $\frac{1}{5}$ secondemeter vastgesteld. Telkens na ongeveer een kwartier, wanneer van vermoeidheid geen sprake meer kon zijn, werden deze proeven nog driemaal herhaald, waarbij eenmaal zoo krachtig mogelijk in een dynamometer werd geknepen, vervolgens met den voet tegen een vaststaand voorwerp werd gedrukt en eindelijk krachtig op de tanden werd gebeten. Bij al deze proeven werd steeds de dynamometer in de linkerhand vastgehouden om de verhoudingen zooveel mogelijk gelijk te maken.

De remmende werking van de linkerarm-, rechterbeenbeweging en van het bijten is duidelijk. De linkerarmbeweging remt het meest, dan het bijten en de rechterbeenbeweging het minst. (Zie tabel).

Bij het neerschrijven van opeenvolgende getallen is behalve de motorische functie toch ook nog een associatieve werkzaamheid,

Aantal seconden bij belemmering in procentgetal van dat zonder remming.

Proefpersoon.	Dynamometer-druk.	Voetdruk.	Bijten.
H.	120.0	100.0	106.7
	128.6	107.1	114.3
	100.0	100.0	94.1
	118.8	100.0	100.0
D.	140.0	106.7	120.0
	135.8	100.0	100.0
	118.8	108.3	106.3
	131.3	106.3	106.3
G.	123.5	105.9	111.8
	111.1	94.4	105.6
	117.6	105.9	105.9
	123.5	105.9	111.8

welke bij de volgende proeven geheel werd uitgesloten. De proefpersoon kreeg de opdracht zoo veel mogelijk streepjes te zetten. Het aantal van 15 sec. werd geteld. Deze proeven werden tweemaal herhaald, den eersten keer werd daarbij met de linkerhand zoo stijf mogelijk aanhoudend in een dynamometer geknepen, welke knijpkracht nauwkeurig op een kymograaf werd geregistreerd; den derden keer werd met den rechtervoet voortdurend krachtig op den dynamometer gedrukt, wat eveneens werd geregistreerd. Om de voorwaarde voor de proeven zoo gelijk mogelijk te maken, werd bij alle proeven, ook wanneer niet in den dynamometer geknepen werd, deze met de linkerhand vastgehouden. Op deze wijze is het mogelijk na te gaan, of het aanstrepen een belemmerenden invloed op de drukbeweging van hand en voet op den dynamometer uitoefent en verder of door die drukbeweging het streepjeszetten wordt belemmerd. De belemmerende werking van de drukbewegingen kan zich openbaren in het verminderde aantal, maar ook in het onregelmatig drukken. Dit nu kan worden geregistreerd door gebruik te maken van de pen van Henri, waarmee de drukkracht van elke aanstreping kan worden gemeten.

Er werden bij drie proefpersonen op 9 achtereenvolgende dagen proeven genomen.

Aantal streepjes bij belemmering in procentgetallen van dat in rust.

Procentgetal streepjes. Knijpen.	Procentgetal streepjes. Beendruk.	Procentgetal streepjes. Knijpen.	Procentgetal streepjes. Beendruk.	Procentgetal streepjes. Knijpen.	Procentgetal streepjes. Beendruk.
W.		H.		Ha.	
92.1	98.4	93.2	97.4	91.8	98.8
92.1	95.4	89.3	96.2	98.8	95.1
93.7	97.0	94.9	92.6	89.4	95.3
95.2	95.5	93.9	89.8	87.7	93.8
93.1	95.2	92.8	97.5	93.8	95.1
94.2	98.5	94.2	93.1	95.2	94.0
93.1	91.9	94.0	96.4	90.8	91.9
94.2	96.1	88.5	87.8	94.0	91.9
94.7	89.2	86.5	91.0	89.3	96.4

Uit de proeven blijkt, dat eene belemmerende werking op het streepjes zetten niet tot uiting komt in den druk. Die is vrijwel altijd gelijk. Daarentegen is er een belangrijke belemmering in het aantal streepjes en constant wordt door den druk met de linker hand meer belemmerd dan door druk met het been.

Overigens is er ook door het streepjes zetten een duidelijke belemmering in het knijpen in den dynamometer en in den druk met den voet. De ongelijkmatigheid van de curve en de langzame daling wijst dit duidelijk aan. Zie figuur:

Fig. I. Druk met voet op dynamometer tijdens schrijven.

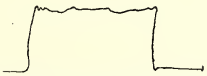


Fig. II. Druk met voet op dynamometer zonder schrijven.

Vervolgens werd onderzocht, in hoever een gelijktijdige, aanhoudende krachtsinspanning van de linkerhand remmend werkt op de knijpkracht van de rechterhand. Wanneer met de linkerhand een gewicht van 8 KG., dat over een katrol heen en weer bewogen kan worden, in evenwicht wordt gehouden, dan blijkt deze wilsimpuls belemmerend te werken op de knijpkracht van de rechterhand. Het knijpen in den dynamometer geschiedde vijfmaal met een tusschenruimte van 15 sec. Eerst werd zonder belemmerenden invloed ge-

knepen, daarna met den belemmerenden invloed en na een kwartier werd deze proef in omgekeerde volgorde herhaald. De procentgetallen bij den gelijktijdigen wilsimpuls wijzen duidelijk op remming gedurende de drie dagen, waarin de proef werd genomen.

	Procentgetal der knijpkracht bij remming.
O.	86.2
	84.8
	89.7

Na dit resultaat was het te verwachten, dat de mate van remming ook in de knijpkracht tot uiting zou komen. Daarom werden dezelfde proeven met verschillende proefpersonen herhaald bij een remmenden druk van 3 KG., 6 KG. en 8 KG.

Proefpersonen.	Procentgetal bij remming van		
	3 K.G.	6 K.G.	8 K.G.
O.	95.4	91.4	82.8
	89.8	88.2	86.9
	96.9	95.4	89.3
Ha.	98.4	93.3	88.6
	97.7	91.7	82.5
	95.4	86.8	82.3
	93.2	90.1	85.3
K.	94.5	90.3	91.0
	91.0	89.0	87.5
D.	93.7	92.2	92.2
	100.0	96.2	96.2
G.	100.0	93.3	84.1
	100.0	102.7	94.6

Uit het bovenstaande blijkt duidelijk, dat twee gelijktijdige wils-

impulsen een remmenden invloed op elkaar uitoefenen, evenals dit voor de gewaarwordingen reeds is vastgesteld.

De vraag doet zich nu voor, of dergelijke wettelijkheden ook geldig zijn voor onderbewuste psychische inhouden. Door tal van bewijzen is vastgesteld, dat onze geheele bewustzijnsinhoud veel meer omvat, dan hetgeen ons op een bepaald oogenblik gegeven is. Oefening berust op onderbewuste nawerkingen. Het lezen en begrijpen van een boek, het volgen van een voordracht zou zonder nawerking niet mogelijk zijn. Takt en menschenkennis zijn uitingen van onderbewuste psychische nawerkingen. Enkele experimenten, die op eigen onderzoek berusten en die den wederkeerigen invloed van het centraalbewuste op het onderbewuste en van het onderbewuste op het centraalbewuste duidelijk maken, wil ik hieraan toevoegen. Voor deze onderzoekingen zijn hypnotische toestanden uiterst geschikt.

In hypnotischen toestand liet ik twee proefpersonen zes paren zinlooze lettergrepen zoo vaak overlezen, dat zij volgens de treffermethode bij het noemen van de eerste lettergreep de daarbij be-

Proefpersoon.	Aantal overlezingen.		Procentgetal besparing.	Aantal overlezingen. Wakend zonder voorafgaande hypnose.
	Hypnose.	Wakend.		
C.	14	7	50	23
	15	9	40	21
	17	9	47	24
	22	10	54.1	20
	12	7	41.7	
	12	6	50	
	12	5	58.3	
	15	7	53.7	
F.	14	7	50	20
	17	8	52.9	23
	15	9	40	21
	14	9	35.7	22
	15	6	60	
	17	8	52.9	
	18	10	44.5	

hoorende konden zeggen. Beide proefpersonen waren in somnabuletoestand en herinnerden zich in wakenden toestand niets van de proef. Een uur daarna herhaalde ik dezelfde proef in wakenden toestand met dezelfde lettergrepen en nu bleek in het van buiten leeren een belangrijke besparing te bestaan. Deze proef werd eenige dagen herhaald, steeds met andere paren lettergrepen. Om de tegenwerping te ontgaan, dat men misschien in wakenden toestand beter van buiten leert, heb ik ook in dien toestand gedurende vier dagen op denzelfden tijd van den dag andere lettergrepen van buiten laten leeren en nu blijkt, dat in wakenden toestand veel vaker moet worden gelezen.

De invloed van onderbewuste psychische inhouden blijkt duidelijk uit de belangrijke besparing.

Een ander duidelijk bewijs van den invloed van onderbewuste psychische inhouden op het bewustzijn levert het volgende geval. Een patiënt in een vrij ver gevorderd stadium van tuberculose der longen kreeg galsteenkolieken, waarvoor een operatie noodig werd geoordeeld. Voor een twintigtal jaren had ik dezen patiënt dikwijls hypnotisch behandeld en daarom werd door collega Koch met mij de mogelijkheid overwogen, of deze operatie niet in hypnose zou kunnen geschieden. Wij spraken af, om alles voor de narcose klaar te zetten en bij onvoldoend effect der hypnotische suggestie onmiddellijk daarvan gebruik te maken. Gelukkig bleek dit niet noodig. Gedurende ± $1^1/_4$ uur werd patiënt in hypnose gehouden, waarbij steeds ongevoeligheid werd gesuggereerd. De operatie, die vrij moeilijk was wegens vergroeiing van de galblaas, werd zonder eenige stoornis verricht. Geen enkel oogenblik gaf de patiënt ook maar de geringste teekenen van pijn. Eenigen tijd na de operatie werd patiënt wakker en hij herinnerde zich niets. Toch bleek alles, wat gedurende de operatie geschiedde, nog in zijn onderbewustzijn aanwezig te zijn, want opnieuw in hypnose gebracht, herinnerde hij zich nauwkeurig wat door Prof. Koch was gesproken: „Met de handen afblijven." „Hier heb ik een steen." „Hier is er nog een." Meer werd ook niet gesproken.

Hieruit blijkt dus het bestaan van de onderbewuste psychische inhouden, maar de invloed daarvan op het bewustzijn bleek duidelijk uit een andere proef. Wegens zijn tuberculose werd hem door zijn medicus het rooken verboden, maar hij scheen daaraan zoodanig verslaafd te zijn, dat hij den geheelen dag rookte. Om hem daarvan af te helpen, gaf ik hem in hypnose de suggestie, dat hij alle behoefte aan rooken verloren had en na dien tijd (sedert ± 1 jaar)

rookt patiënt nooit meer. Hij heeft alle lust daarin verloren. De gegeven suggestie is hem onbekend. Deze kent hij alleen in hypnotischen en niet in wakenden toestand. Hier blijkt dus duidelijk de invloed van de onderbewuste suggestie op het bewustzijn.

Tusschen de bewuste en de onderbewuste psychische inhouden bestaat slechts een gradueel verschil. De schommelingen in de opmerkzaamheid hebben ons geleerd, dat zwakke gewaarwordingen nu eens boven dan weer beneden den drempel liggen. Willekeurig kan men hun bewustzijnsgraad verhoogen door de remmende invloeden weg te nemen. Graadverschillen bestaan ook tusschen de bewuste psychische inhouden. Is onze aandacht bij het lezen op een bepaald woord geconcentreerd, dan zien we dit duidelijk, terwijl de andere letters nauwelijks worden waargenomen. En evenzeer kunnen wij aannemen, dat er tusschen de onderbewuste psychische inhouden graadverschillen bestaan. Sommige indrukken liggen nog vlak onder den drempel, andere zijn reeds zeer diep weggezonken. Bij de weinig principieele verschillen tusschen bewuste en onderbewuste psychische inhouden mogen wij wel aannemen, dat voor hen dezelfde wettelijkheden gelden. De remmingsverschijnselen, die voor de gewaarwordingen en wilsuitingen zijn vastgesteld, zullen dan ook toepasselijk zijn op de onderbewuste afferente en efferente impulsen.

De ervaring leert, dat hoest- en niesreflexen in hooge mate onder invloed staan van het bewustzijn. Bij een sterke verkoudheid houdt het hoesten en niezen meestal dadelijk op, wanneer men door het houden van een voordracht in beslag wordt genomen. Opvallend is, dat men ook in de diffuse bewustzijnstoestanden als in den slaap veel minder hoest en niest. In het eerste geval is de drempelwaarde van den afferenten prikkel verhoogd door de concurrentie van gelijktijdige andere bewustzijnsinhouden, in het tweede door de verdeeling van de psychische energie over talrijke voorstellingen.

Ook de lastige slijmafscheiding bij neuskatarrh, waarbij de afferente prikkel geheel onbewust blijft, verdwijnt of wordt aanmerkelijk verminderd door sterke praeoccupatie en door de bewustzijnsinzinkingen.

Een pasgeboren kind maakt zuigbewegingen, zoodra de lippen of het zachte gehemelte worden aangeraakt. Deze reflex verdwijnt later geheel, wanneer tong en lippen voor andere doeleinden worden gebruikt. De zuigreflex is evenwel niet verdwenen, maar slechts geremd, want onder omstandigheden, waarin de remming der willekeurige bewegingen verdwijnt, zooals in een ver gevorderd stadium van dementia senilis of van dem. paralytica, komt de zuigreflex terug.

De grijpreflex van kleine kinderen, die optreedt bij aanraking

van de handpalm verdwijnt op later leeftijd, wanneer de willekeurige bewegingen zich meer en meer ontwikkelen. Wanneer tengevolge van een sterke bewustzijnsdaling als bij dementia senilis of dementia paralytica de remmende werking dezer willekeurige bewegingen vermindert, treedt de grijpreflex weer op. Dit geschiedt ook dikwijls, wanneer bij een pyramidebaanaandoening de geleiding van willekeurige bewegingen belemmerd is.

De pathologie leert ons hetzelfde ten opzichte van de traanafscheiding. De melancholicus, die door zijn droevige gedachten wordt beziggehouden, scheidt nagenoeg geen tranen af.

De bovenstaande gevallen toonen duidelijk aan, dat door het bewustzijn voortdurend invloed wordt uitgeoefend op sommige reflexen. Er zijn andere voorbeelden, waarbij de remmende invloed van gelijktijdige onderbewuste efferente impulsen duidelijk aan het licht treedt.

Een zeer jong kind vertoont bij prikkeling van den voetzool den reflex van Babinski. Later, wanneer het kind begint te loopen, worden bij elken stap de teenen willekeurig gebogen om zich beter aan den grond te kunnen vasthouden. Deze willekeurige beweging wordt later reflexbeweging en bij elke aanraking van den voetzool komt dan een buiging tot stand. Ook hier is de oorspronkelijke strekreflex van Babinski niet vernietigd, maar slechts verdrongen, want in alle toestanden, waarin de efferente impulsen van den buigreflex niet meer kunnen optreden en waar dus hun belemmerende invloed verdwenen is, treedt de reflex van Babinski weer op. Dit is het geval bij pyramidebaanaandoeningen en ook bij diepe bewustzijnsinzinkingen, zooals die normaal bij kinderen tot het 12e jaar in diepen slaap, en pathologisch bijv. in het epileptisch coma voorkomen.

Nu de onderlinge remming der bewustzijnsinhouden zich dus ook uitstrekt op onderlinge remming van onderbewuste psychische verschijnselen, is m.i. de vraag gerechtigd, of bij remmingen, die tot nu toe nog weinig opgehelderd zijn, niet soortgelijke omstandigheden werkzaam zijn.

Het is bekend, dat door de groote hersenen een remmende invloed op de kniereflexen wordt uitgeoefend. Zijn er nu gelijktijdige bewegingsimpulsen, die de kniereflexen remmen? Ik meen, dat het antwoord bevestigend moet zijn. Onophoudelijk gaat er een stroom van indrukken van de periferie naar het bewustzijn, die ons inlichten omtrent de houding der ledematen. Dientengevolge wordt steeds de aangenaamste en gemakkelijkste positie ingenomen. Die beweging zal waarschijnlijk eerst willekeurig zijn, maar op den duur wordt

zij onwillekeurig en reflectorisch. Wij zouden dit dus kunnen noemen de standreflexen, die voortdurend aanwezig zijn en remmend moeten werken op de gelijktijdig opgewekte kniereflexen. Wanneer het waar is, dat die standreflexen een belemmerenden invloed uitoefenen, dan zullen de kniereflexen hooger moeten zijn bij afwezigheid of bij verlaging der standreflexen. Dit blijkt werkelijk het geval te zijn, want bij jonge kinderen, waar de standreflexen nog niet bestaan, zijn de kniereflexen verhoogd. Eerst, wanneer gedurende het verdere leven die standreflexen zich gaan ontwikkelen, worden de kniereflexen geleidelijk lager. En verder gaat met een verlaging der standreflexen een hooger-worden der kniereflexen gepaard. De standreflexen kunnen onder tweeërlei omstandigheden verlaagd worden. In de eerste plaats kan de bewustzijnsgraad van den centripetalen prikkel zwakker worden en in de tweede plaats kan ook de centrifugale motorische impuls in zijn geleiding gestoord zijn. In beide gevallen zal de remmende invloed op de kniereflexen verminderd zijn. Het eerste geval zal plaats vinden bij sterke praeoccupatie, zoodat bijv. bij hysterie en melancholie of angsttoestanden de kniereflexen verhoogd zullen zijn. De centripetale prikkels zullen eveneens zwakker worden waargenomen bij een algemeene inzinking van het bewustzijn, zooals dit normaal in diepen slaap en bij vermoeidheid voorkomt. Pathologische inzinkingen als neurasthenie en demente toestanden gaan in den regel ook met verhoogde kniereflexen gepaard. De motorische impuls der standreflexen zal in zijne geleiding gestoord zijn bij aandoeningen van de pyramidebanen, waardoor derhalve ook zijn remmende invloed op de kniereflex ontbreekt.

In overeenstemming met deze feiten worden de kniereflexen lager, wanneer sterke indrukken van buiten, emoties of andere praeoccupaties zooveel mogelijk worden buiten gesloten. De aanpassing aan deze steeds centraalwaarts stroomende impulsen is dan het grootst.

Bij de kniereflexen zijn nog andere remmende invloeden van groote beteekenis. Sherrington heeft aangetoond, dat elke willekeurige en elke reflectorische spiercontractie gepaard gaat met een gelijktijdige ontspanning der antagonisten. Ook hier ligt het m. i. voor de hand te vragen, of deze verslapping der antagonisten niet als een remmende werking van de gelijktijdige contractie der agonisten moet worden opgevat. Een spier bevindt zich in een zekeren spanningstoestand, welke door een van de spier zelf uitgaanden prikkel veroorzaakt wordt. Die spier verkeert dus in een reflectorischen tonustoestand, welke naar analogie van de remming der gelijktijdige gewaarwordingen of der gelijktijdige wilsimpulsen verminderen zal, wanneer gelijktijdige concurreerende afferente prikkels optreden,

zooals die bij den prikkel der kniereflexen ontstaan of wanneer de gelijktijdige efferente impulsen der kniereflexbewegingen aanwezig zijn. Het komt mij voor, dat op deze wijze de gelijktijdige ontspanning der antagonisten bij samentrekken van bepaalde spiergroepen, waarop SHERRINGTON gewezen heeft, moet worden opgevat. Voor die ontspanning der antagonisten is niet eens noodig, dat de antagonisten zich samentrekken. Bij een patiënt met volkomen paralyse van den radialis werd de arm in zoodanige positie gebracht, dat door den lichten tonus der buigers die stand behouden bleef en dat zonder dien tonus de arm door de zwaartekracht zich strekken zou. Wanneer nu de patiënt tracht de hand te strekken, dan treedt deze beweging onmiddellijk op. Hieruit blijkt dus duidelijk, dat door den wilsimpuls tot beweging der verlamde extensoren de tonus der buigers vermindert.

Zouden dergelijke remmingsverschijnselen ook niet werkzaam kunnen zijn bij de urineloozing? In de blaas komen twee spieren voor, die een antagonistische werking hebben n.l. de detrusor en de sphincter vesicae. De leege blaas is door een reflectorische sluiting van den sphincter gesloten. De spiervezels van den detrusor komen in contractie, zoodra een zoo groote hoeveelheid urine zich in de blaas heeft verzameld, dat door rekking van den blaaswand de prikkel sterk genoeg geworden is. Tegelijk met de contractie van den detrusor ontspant zich de sphincter. Hier bestaat dus evenals bij de kniereflexen een remmende invloed van gelijktijdige reflexen. Op deze wijze treedt de urineloozing bij pas geboren kinderen op regelmatige tijden op. De reflectorische samentrekking van den detrusor kan ook nog door koude en andere huidprikkels, door emoties enz. worden bevorderd. Op lateren leeftijd wordt de perifere prikkel als drang gevoeld en door opvoeding vooral wordt de aandacht daarop gevestigd. De drang kan dan door toe- of afwending der opmerkzaamheid willekeurig worden verminderd of vermeerderd en daarmee gaat de meerdere of mindere reflectorische samentrekking van den detrusor en de reflectorische ontspanning van den sphincter gepaard. De urineloozing is dus alleen in zoover willekeurig, dat het gevoel van drang tot op zekere hoogte door de opmerkzaamheidsconcentratie willekeurig versterkt en verzwakt kan worden.

De invloed van het bewustzijn op de urineloozing is experimenteel gemakkelijk vast te stellen. Gedurende eenige dagen werden de hoeveelheden urine van eenige psychisch normale en van eenige psychisch abnormale personen gemeten. De bedoeling der proef werd zorgvuldig geheim gehouden. Alleen de hoeveelheden urine, die gelijktijdig met de defaecatie kwamen, werden niet gemeten.

NORMALE PERSONEN.

Dr. H.	M.	Dr. W.	Mej. P.	Mej. F.	Mej. J.	Vr. S.
	500					
220	620	330	340	160	350	450
380	590	220	250	280	300	150
420	350	500	200	250	375	450
375	400	290	180	200	350	500
200	630	240	220	400	470	350
330	570	280	220	100	600	300
270	400	240	180	280	250	300
610	390	340	230	330	375	300
145	330	210	240	400	360	100
360	590	300	260	400	410	190
300	290	400	170	200	340	270
360	280	340	260	150	415	370
180	240	200	90	300	380	180
360	390	390	200	420	240	110
345	470	260	120	500	280	530

ABNORMALE PERSONEN.

Melancholicie.

Vr. v. H.	Mej. E.	Mej. M.	Vr. D.	Mej. F.	Vr. H.	Mej. M.	de J.
1000	750	850	780	350	750	470	730
1450	500	450	1200	500	550	275	500
1200	450	700	400	500	500	300	540
1150	900	1000	500	750	550	230	325
700		600		700	510	600	450
1050				230	650	400	750
				800	725	820	320
					450	500	650
						670	

Melanch. C.	Melanch. Vr. Pr.	Hysterie. Mej. T.	Psychasth. Vr. K.	Praecox, Stupor. Vr. v. d. B.	Hysterie. Mej. F.	Praecox, Stupor. Vr. S.	Stupor. J. V.
	700	600	340	750	800	500	810
700	900	360	500	500	260	750	800
600	490	250	810	600	400	1650	820
1000	510	580	350	100	1000	600	770
750	1000	470	230	750	600	490	830
1150	400	730	550	750	270	750	960
1100	1100	340	350	450	800	740	630
1000	980	400	130	650		1000	570
990	1300	400	170	250		1300	490
910	1510	320	770	350		1550	620
	910	750	360	750		650	440
	890	400	90	650		500	
		80	610	600		1250	
		650		675		1100	
		560		700		750	
		600		700			
		700					

Uit deze tabellen blijkt dus duidelijk, dat bij praeoccupatie en bij bewustzijnsdalingen bijna altijd grootere hoeveelheden urine in de blaas verzameld worden. Door afleiding treedt het dranggevoel minder sterk op, daardoor komt de contractie van den detrusor later tot stand en blijft de remmende werking op den sphincter langer uit.

Wanneer tengevolge van ruggemergslaesie de drang niet meer gevoeld wordt en de urineloozing door de meerdere of mindere aandachtsconcentratie niet meer geregeld kan worden, dan wordt de blaas weer op vrij geregelde tijden na een bepaalde vulling ontledigd. De hoeveelheden van elke onwillekeurige urineloozing van een patient met een totale transversale laesie van het ruggemerg laat ik hier volgen:

100	150	150	150	100	120
150	200	200	200	195	200
150	150	100	200	150	160
100	100	200	150	205	200
150	50	150	200	75	150
150	100	150	150	155	200
100	50	150	150	160	90
150	150	100	50	150	
100				160	

Moeten nu alle remmingsprocessen aan gelijktijdige concurreerende invloeden worden toegeschreven? Een afzonderlijk onderzoek van elk dier verschijnselen is daarvoor noodig. Op één wil ik nog even wijzen n.l. op de remmende werking, die op de hartfunctie wordt uitgeoefend door vagusprikkel. In 1845 is het verschijnsel voor het eerst door de Gebroeders Weber ontdekt. Gley zegt daarvan: „Mais quelle est la nature intime de cette action? On dit que c'est un phénomène d'inhibition ou d'arrêt. Jusqu'à la découverte des frères Weber l'idée d'excitation fut en physiologie étroitement liée à celle de mouvement; après cette découverte il fallut bien admettre que l'excitation d'un nerf centrifuge peut arrêter un monvement. Alors la notion des phénomènes d'arrêt s'étendit peu à pen et elle établie aujourd'hui sur de nombreuses preuves. Mais nous ignorons toujours en quoi consiste exactement l'action inhibitoire". Wanneer deze hartremming op gelijke wijze moet worden opgevat als de bovengenoemde remmingsprocessen, dan zouden ook hier twee gelijktijdige bewegingsimpulsen aanwezig moeten zijn. Door het onderzoek van Rosenzweig, Bottazzi en Gaskell is vastgesteld, dat bij de schildpad in den boezem direct onder het endotheel een spierlaag aanwezig is, die zich van de overige hartspier onderscheidt. Bij vagusprikkeling wordt de langzame, rhytmische contractie van deze spier sterker, terwijl de overige spierfunctie vermindert en omgekeerd werkt sympathicusprikkeling accelereerend op de hartcontractie en remmend op de gladde spierlaag. Hier bestaat dus de remmende werking op het hart door gelijktijdige efferente prikkels op dezelfde wijze als bij de blaasfunctie, de kniereflexen enz. Mogen wij nu voor hoogere werveldieren hetzelfde aannemen? Hier zijn de verhoudingen anders, omdat een zoo duidelijk ontwikkelde spierlaag onder het endotheel hier niet bestaat.

Het is evenwel bekend, dat naast de hartspier een andere spierlaag bestaat n.l. de bundel van His-Tawara, die zich onder het endocard bevindt en in de Purkinjesche vezels uitloopt. Om na te gaan of deze bundel zich contraheeren kan, werden driemaal uit het slachthuis harten van pas geslachte schapen in hun bloed en warm ingepakt naar het laboratorium gebracht, waar onmiddellijk een stukje spierweefsel werd weggenomen en in een kamertje van Engelmann werd gelegd, hetwelk met gedefibrineerd serum, waardoor zuurstof werd gevoerd en dat op een temperatuur van 37° C. werd gehouden, doorstroomd werd. Door een electrischen prikkel was op deze wijze een duidelijke contractie in het spierweefsel aan te toonen. Een daaropvolgend histologisch onderzoek bewees, dat er in twee gevallen nog een paar hartspierfibrillen aanwezig waren, die evenwel bij de laatste proef geheel ontbraken. Wij mogen dus aannemen, dat dit weefsel zich contraheeren kan. Wanneer wij nu ook konden vaststellen dat deze bundel door den n. vagus werd voorzien, dan zouden wij hier gelijke omstandigheden als bij het schildpadhart mogen aannemen. Dit is evenwel niet uit te maken. De verbreiding van sympathicus en vagus in het hart schijnt histologisch niet vast te staan.

Ik meen, dat er gronden bestaan om voor het zoogdierhart de mogelijkheid te veronderstellen, dat ook hier de remming aan gelijktijdige efferente impulsen moet worden toegeschreven, op analoge wijze als voor de kniereflexen werd beschreven. Zelfs wanneer de vagusprikkel slechts geringe contractie van den spierbundel van His-Tawara kan opwekken, dan nog is het heel goed denkbaar, dat daaraan de remmende invloed op de hartcontractie moet worden toegeschreven.

Physiologie. — JASPER TEN CATE: *„Over automatische bewegingen van de geïsoleerde Iris"* [1]).

(Aangeboden door de Heeren G. VAN RIJNBERK en R. MAGNUS).

Nadat SERTOLI in 1882 automatische rhythmische bewegingen van den M. retractor penis beschreven heeft, zijn talrijke andere organen met gladde spiercellen op dit verschijnsel onderzocht geworden. Het is gebleken van de maag, de darmen, de ureteren, de uterus, de slagaderen, de milt, de blaas, de galblaas, en den slokdarm, dat al deze organen zoowel bij koud- als bij warmbloedige dieren, buiten het lichaam in gunstige omstandigheden overlevend, rhythmische contracties vertoonen. De onderzoekingen van MAGNUS hebben voor den darm aangetoond, dat deze eigenschap zetelt in de plaatselijke zenuwtoestellen van den plexus van AUERBACH. Daar al de genoemde organen evenzeer plaatselijke zenuwplexus bezitten, is het waarschijnlijk, dat de rhythmische contracties ook van deze organen toe te schrijven zijn aan een automatische functie van die plaatselijke zenuwapparaten. Bovendien geeft ons de kennis dezer feiten het recht aan te nemen, dat ook andere organen voorzien van gladde spiercellen en plaatselijke zenuwplexus en ganglien, buiten het lichaam automatische rhythmische contracties zullen kunnen verrichten. Dit bracht mij op de gedachte een onderzoek op de iris te ondernemen. Dit orgaan, rijk aan gladde spiertjes, bezit, volgens de eenstemmige uitkomst der recentste histologische onderzoekingen (LAUBER 1908, SCHOCK 1910, POLLACK 1913) tevens een goed ontwikkeld ganglienapparaat. Er was dus alle reden om te onderstellen, dat ook de geïsoleerde iris automatische rhythmische bewegingen zou kunnen uitvoeren. Daar de kracht der spiertjes ervan echter zeker slechts zeer zwak is, moest gezocht worden naar een techniek, welke met den minsten weerstand, de grootste vergrooting en tevens het registreeren van den uitslag mogelijk maakte.

Ik heb mij daarvoor bediend van een stroohalm, gestoken op een glazen staafje. Dit diende als hefboom. Als draaipunt werd een dun zijden draadje gebezigd, dat eenigszins getordeerd aan de twee einden van een glazen vorkje bevestigd zat. De iris trok aan het

[1]) Naar proeven uitgevoerd in het Physiologisch Laboratorium der Universiteit van Amsterdam.

uiteinde van het glazen hefboompje. De verplaatsing van het uiteinde van den stroohalm was 16 × vergroot, en werd geregistreerd door het toestelletje voor de spleet van een fotografisch valapparaat in den lichtbundel van een projectielantaarn te plaatsen.

Als object heb ik voornamelijk katteirissen gebruikt. Zij werden vlug uitgepraepareerd en in tyrodeoplossing van 37—38° C. bewaard. Glucose bleek spoedig een ongunstigen invloed te hebben, zoodat tyrode zonder glucose gebruikt werd. Werd zuurstof toegevoerd, dan verkortte de geïsoleerde iris sterk, maar de spontane bewegingen waren veel zwakker, dan wanneer geen O_2 werd doorgevoerd. Dan verslapte de iris en spontane contracties ontstonden vrij spoedig. Zij waren dan sterker, evenwel van korter duur dan wanneer zuurstof werd toegevoerd. Als optimale temperatuur vond ik 37°—38° C. Was aan al de hier genoemde voorwaarden voldaan, dan was het niet moeilijk vast te stellen, dat het irispraeparaat twee soorten bewegingen vertoonde. Ten eerste betrekkelijk sterke, zeer langzame, welke klaarblijkelijk analoog waren aan die welke in de literatuur als „tonusschommelingen" bekend zijn. Daarnaast vond ik veel zwakkere, veel frequentere bewegingen, welke duidelijk verwantschap bezitten met wat men als „spontane, rhythmische bewegingen" van geïsoleerde organen pleegt aan te duiden. Zij waren niet mooi regelmatig, zooals men ze bij andere organen vindt: haar rhythme, voor zoover aan te geven, wisselde in normale verhoudingen, in tyrode, van 16 tot 29 contracties per 1′. Hiermede is in elk geval het vermogen der geïsoleerde iris, om spontane, automatische rhythmische contracties uit te voeren, vastgesteld.

Ik heb bovendien nog enkele andere, pharmacologische vragen benaderd en gevonden, dat pilocarpine en choline zoowel deze bewegingen als de tonusschommelingen versterkt, terwijl adrenaline verzwakt, en atropine ze remt, en ten slotte opheft. Onder invloed van pilocarpine versnelt het rhytme tot 25—38 contracties per 1′. Bij aanwezigheid van adrenaline daalt de frequentie tot 4—18.

Natuurkunde. — C. A. Reeser en R. Sissingh: „*Eene uitbreiding der theorie van den compensator van* Babinet".

(Aangeboden door de Heeren H. A. Lorentz en P. Zeeman).

1. De compensator van Babinet moet voor het onderzoek van elliptisch gepolariseerd licht voldoen aan de voorwaarde, dat de hoofdvlakken der beide wiggen loodrecht op elkander staan. Ook zal men, zoo dit elliptisch gepolariseerd licht door terugkaatsing ontstaat, een der hoofdvlakken met het invalsvlak van den spiegel laten samenvallen. Hiervoor is door een onzer het streepje in het polarisatieveld van den Nicol gebruikt, dat door Landolt wel het eerst als band is waargenomen en later door Lippich is onderzocht [1]). Het bleek echter bij een experimenteel onderzoek naar de ware optische constanten van kwik door den eerste van ons, dat daarvoor nieuwe, tot nu bij den compensator niet waargenomen verschijnselen met voordeel gebruikt kunnen worden, wat tot eene grootere nauwkeurigheid in de stelling van den compensator leidt [2]). De eigenschappen der hier bedoelde verschijnselen zijn eerst experimenteel nagegaan en daarna theoretisch bevestigd.

2. De boven aangegeven verschijnselen worden verkregen met behulp van een niet volmaakt eenkleurigen en cilindrischen stralenbundel. Hiervoor ontwerpt men een spectrum op de spleet van een collimator en laat de hieruit tredende lichtbundels gaan door een compensator, die op een goniometer tusschen twee Nicols is geplaatst. Laat de compensator voorloopig slechts eene wig bevatten. Het voorvlak dezer wig staat loodrecht op den stralenbundel.

Achter de wig staat de Analysator en een kijkertje, dat voor evenwijdige stralen scherp is gesteld. De richtingsverandering, welke de lichtstralen bij den gang door den Polarisator ondergaan, is door den eerste van ons met behulp van twee glazen wiggen grootendeels opgeheven [3]). De beide polarisatievlakken der Nicols staan ongeveer loodrecht op elkander en de wig wordt zoo gesteld dat de lichtsterkte van het veld, d.i. van het spleetbeeld in den kijker

[1]) Lippich, Wiener Sitz, Ber., 85, 1882; 91, 1885. Sissingh, Proefschrift, Leiden, 1885; Arch. Néerl., 20. 1886.

[2]) C. A. Reeser, Proefschrift, Amsterdam. 1921, dat weldra verschijnt.

[3]) C. A. Reeser. Proefschrift, Amsterdam. 1921.

een minimum is. De polarisatievlakken der Nicols zijn dan nagenoeg evenwijdig aan en loodrecht op het hoofdvlak der wig.

3. De collimator-spleet neemt uit het spectrum een deel, waarvan de golflengte in eene richting loodrecht op de spleet een weinig verandert. Uit den collimator treden alzoo verschillende cilindrische lichtbundels, die in golflengte iets verschillen en wier assen kleine hoeken met elkander maken. Het spleetbeeld in den kijker is dus een deel van een spectrum. In dit spleetbeeld neemt men eenige zwarte strepen waar, evenwijdig aan de lengterichting der spleet. In ons geval bedroeg het aantal, dat van de breedte der collimator-spleet afhangt, drie. Het experiment leerde de volgende eigenschappen dezer strepen:

a. De strepen ontstaan door het uitdooven van bepaalde kleuren. Zij worden scherper, naarmate de zuiverheid van het spectrum toeneemt en talrijker bij grootere spleetbreedte.

b. De wigvormigheid der kwartswig is zonder invloed, daar eene spleet voor de kwartswig het verschijnsel niet verandert.

c. Bij éénen analysator-stand vindt men twee polarisator-standen, waarvoor een stelsel van zwarte strepen optreedt. De strepen van het eene stelsel staan midden tusschen die van het andere. De hoek tusschen beide polarisator-standen is kleiner, naarmate het hoofdvlak der wig meer samenvalt met het polarisatievlak van den polarisator of loodrecht hierop staat. Het middenvlak tusschen beide polarisator-standen maakt met het hoofdvlak der wig een hoek van 0° of 90°. Een der beide polarisator-standen staat slechts loodrecht op den Analysator, onafhankelijk van den stand van het hoofdvlak der wig.

d. Maakt het polarisatie-vlak van den Analysator met het hoofdvlak der wig een hoek van 0° of 90°, dan is in het spleetbeeld het in § 1 vermelde Nicolstreepje zichtbaar. Stel dat dit ongeveer loodrecht op de spleetranden staat, dan zijn beide stelsels van zwarte strepen tegelijk zichtbaar, het eene boven, het andere onder het Nicolstreepje. Dit vormt als het ware een overgang tusschen de beide stelsels. De strepen schijnen daar verdikt.

e. Bij draaiing van den Polarisator van den eenen naar den anderen der beide in *c.* genoemde standen, worden de strepen eerst flauwer, verplaatsen zich daarna snel door het veld naar die van het tweede stelsel, waarbij deze zeer zwart worden.

Uit *c.* volgt onmiddellijk eene handelwijze om de wig zoo te plaatsen, dat het hoofdvlak der wig met het polarisatievlak van een der Nicols samenvalt en loodrecht staat op dat van den anderen. Deze stand wordt bij opvolgende benaderingen verkregen.

Eene eenvoudige beschouwing leert omiddellijk, dat het eene stelsel van strepen optreedt voor de kleuren, waarbij het fazeverschil in de wig is $2k\pi$ ($k =$ geheel), het andere voor die met een fazeverschil $(2k+1)\pi$. Hieruit volgen onmiddellijk de in c en d genoemde eigenschappen.

4. Onderstel, dat alle stralen van den breeden invallenden bundel in de wig een even grooten weg doorloopen, dan verkrijgt men op de volgende wijze een beeld van den polarisatie-toestand achter de wig. Zij de hoek tusschen Polarisator en hoofdvlak der kwartsplaat α, tusschen Analysator en hoofdvlak ψ. Uit de wig treedt elliptisch gepolariseerd licht. Laat een der assen met het hoofdvlak een hoek θ maken. Zij $\cos \mu t$ de lichtvector in het invallende licht en $A \cos(\mu t - \chi)$, $B \sin(\mu t - \chi)$ die volgens de assen van het uit de wig tredende elliptisch gepolariseerde licht. Noemt men nog δ het fazeverschil tusschen den gewonen en buitengewonen straal in de wig, dan is

$$\cos \alpha = A \cos \chi \cos \theta + B \sin \chi \sin \theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\cos \delta \sin \alpha = A \cos \chi \sin \theta - B \sin \chi \cos \theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$0 = A \sin \chi \cos \theta - B \cos \chi \sin \theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$\sin \delta \sin \alpha = A \sin \chi \sin \theta + B \cos \chi \cos \theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Uit dit stelsel vergelijkingen volgt:

I. $A^2 + B^2 = 1$, II. $\cos 2\alpha = (A^2 - B^2) \cos 2\theta$, II$_a$. $2AB = \sin 2\alpha \sin \delta$,

III. $tg\, 2\theta = tg\, 2\alpha \cos \delta$, IV. $\sin 2\chi = tg\, \alpha \sin \delta \sin 2\theta$.

I is een gevolg der onderstelling, dat nergens licht wordt opgeslorpt. Het uit de wig tredende licht is rechtlijnig gepolariseerd, zoo $A = 0$. Er treden alzoo zwarte strepen op, indien

$$A = 0, \quad \text{dus} \quad B = 1, \quad \text{voor} \quad \alpha = \tfrac{1}{2}\pi + \theta \qquad \delta = 2k\pi$$

$$\text{of} \quad \alpha = \tfrac{1}{2}\pi - \theta \qquad \delta = (2k+1)\pi.$$

Eene bizondere oplossing is $A = 0$, $\alpha = \frac{1}{2}\pi$, δ onbepaald. Hiermee zijn de eigenschappen in a—d teruggevonden.

5. Uit den Analysator treden twee lichtstralen met amplituden $\cos \alpha \cos \psi$ en $\sin \alpha \sin \psi$ met fazeverschil δ, zoodat de lichtsterkte is

$$I = \tfrac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha \cos 2\psi + \sin 2\alpha \sin 2\psi \cos \delta).$$

Deze uitdrukking leert wederom, dat er twee stelsels donkere strepen zijn voor $\delta = 2k\pi$ en $\delta = (2k+1)\pi$. Echter gaat de overgang van het eene stelsel in het andere zoo, dat het eene strepenstelsel helderder, het andere donkerder wordt. Eene verschniving, als in e. is beschreven, treedt echter niet op. Om deze te verklaren moet men de wigvormigheid der kwartsplaat in aanmerking nemen.

6. Uit den gemeten afstand der strepen van den compensator met twee tegengesteld geplaatste wiggen van gelijke hoeken en onderling loodrechte hoofdvlakken volgt, dat het fazeverschil in de wig van den eenen rand van den bundel tot den anderen met π verandert, daar de breedte van den invallenden bundel ongeveer 8 mM. bedraagt. De hoek der wiggen is 15′. Noem dezen ε, dan wordt voor twee stralen met onderlingen afstand x, de verandering in het verschil der wegen in de wig $d_1 - d_0 = \varepsilon x$, dat in de fazeverschillen bepaald door $\delta_1 = \delta_0 (1 + \varepsilon_1 x)$, waarin $\varepsilon_1 = \varepsilon : d_0$. Hierin is d_0 de weg, dien een der stralen in de wig doorloopt. Zij $\alpha = \frac{\pi}{2} + \Delta$. Beschouw ε_1 en Δ als oneindig klein. Noem verder de amplitude van den lichtbundel in het brandvlak van het kijkerobjectief achter de wig 1, zoo de invallende bundel 1 mM. breed is, dan volgt uit de verg. in (4) met verwaarloozing van grootheden der 2de orde:

$$A = -\Delta \sin \delta_0 (1 + \varepsilon_1 x); \quad B = 1 - \tfrac{1}{2} \Delta^2 \sin^2 \delta_0 (1 + \varepsilon_1 x);$$

$$\theta = \Delta \cos \delta_0 (1 + \varepsilon_1 x); \quad \chi = -\tfrac{1}{2} \pi + \delta_0 (1 + \varepsilon_1 x).$$

Uit den Analysator treden lichtbundels met amplituden $A \cos(\psi - \theta) dx$ en $B \sin(\psi - \theta) dx$ en fazen χ en $\frac{1}{2}\pi + \chi$. Om de grootte van den lichtvector in het brandvlak te verkrijgen, moet men deze amplitnden samenstellen en dan over de breedte x van den bundel integreeren. Men kan echter onmiddellijk de componenten der totale amplitude in twee onderling loodrechte richtingen neerschrijven, nl.

$$X = \int_0^x [A \cos(\psi - \theta) \cos \chi - B \sin(\psi - \theta) \sin \chi] \, dx$$

$$Y = \int_0^x [A \cos(\psi - \theta) \sin \chi + B \sin(\psi - \theta) \cos \chi] \, dx.$$

Door substitutie der hier aangegeven waarden A, B, χ en θ en verwaarloozing van grootheden der 2de orde, verkrijgt men voor de lichtsterkte:

$$I = x^2 \left[\Delta^2 + \Delta_0^2 - 2 \Delta \Delta_0 \cos \delta_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_1 x}{2} \right) \right].$$

Hierin is

$$\Delta_0 = \frac{2\psi}{\varepsilon_1 \delta_0 x} \sin \frac{\varepsilon_1 \delta_0 x}{2}.$$

Opdat zwarte strepen optreden, moet $X = Y = 0$ zijn, zoodat

$$\delta_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_1 x}{2} \right) = 2k\pi, \quad \Delta = \Delta_0$$

of

$$\delta_0\left(1+\frac{\varepsilon_1 x}{2}\right)=(2k_1-1)\pi, \quad \Delta=-\Delta_0.$$

Het blijkt alzoo, dat $\frac{1}{2}\pi+\Delta_0$ en $\frac{1}{2}\pi-\Delta_0$ de azimuts der beide polarisatorstanden zijn, waarbij zwarte strepen optreden.

De golflengten, waarvoor bij gegeven polarisatorstanden minima optreden, volgen uit $dI:d\delta_0=0$. Dit levert $\Delta=C\Delta_0:(C\cos\varphi+\varphi\sin\varphi)$, zoo

$$C=1-\frac{\varepsilon_1\delta_0 x}{2}\cot\frac{\varepsilon_1\delta_0 x}{2} \quad ; \quad \varphi=\delta_0\left(1+\frac{\varepsilon_1 x}{2}\right).$$

Daar $\varepsilon_1\delta_0 x$ weinig met de golflengte verandert, is C onafhankelijk hiervan. Het fazeverschil in de kwartswig voor een dikte d_1 bedraagt $d_1(n_g-n_b):\lambda$, waarin $n_g-n_b=0{,}009$, $\lambda=6\times10^{-4}$. Voor $d_1=3$ mM., welke waarde zeker niet overtroffen wordt, bedraagt het fazeverschil $45\times2\pi$. Verder is $\varepsilon=15'$ of in radialen $1:240$, $\varepsilon_1=\varepsilon:d_0$ ongeveer $1:720$, dus voor $x=8$ mM., $\varepsilon_1\delta_0 x$ kleiner dan π. Alzoo is C steeds kleiner dan 1.

Voor $\Delta=\Delta_0$ treden de minima op bij $\varphi=2k\pi$ en zijn, daar alsdan $I=0$, volkomen zwart. Uit het voorgaande blijkt, dat k ongeveer 45 is.

Gaat men uit van volkomen zwarte strepen, $\Delta=\Delta_0$, $\varphi=2k\pi$, $I=0$ en neemt φ toe met $\Delta\varphi$, zoodat $C+\varphi tg\,\varphi=0$, alzoo $\Delta\varphi=-C:2k\pi$, dan is Δ tot een zeer groote waarde gestegen, evenzoo I, die afhangt van Δ^2. Hieruit blijkt, dat de donkere strepen bij het vergrooten van het azimut $\frac{1}{2}\pi+\Delta_0$ van den polarisator zeer verflauwen, doch zich nagenoeg niet verplaatsen. Laat men thans φ toenemen met een zeer klein bedrag $\Delta\varphi=C:2k\pi$, zoodat $\varphi tg\,\varphi=C$, dan is $\Delta=\frac{1}{2}\Delta_0$, $I=\frac{1}{4}\Delta_0^2$. De donkere strepen verplaatsen zich dus zeer weinig, wanneer het azimut van den polarisator van $\frac{1}{2}\pi+\Delta_0$ afneemt tot $\frac{1}{2}\pi+\frac{1}{2}\Delta_0$. Opdat de strepen verschuiven naar plaatsen waarvoor $\varphi=(2k+\frac{1}{2})\pi$, moet Δ afnemen tot $C\Delta_0:(2k+\frac{1}{2})\pi$ of ongeveer $\Delta_0:300$, voor $C=1$, $k=45$. Om dus de minima over een vierde van hun onderlingen afstand te verplaatsen, moet Δ afnemen tot een zeer klein breukdeel van Δ_0. De strepen, die aanvankelijk bij het draaien van den polarisator op hun plaats schenen te blijven, bewegen zich daarna met groote snelheid door het veld. De theorie verklaart alzoo de in 3e aangegeven verschijnselen. Nog is nagegaan, hoe de strepen terecht komen op de plaatsen, waarvoor $\varphi=(2k+1)\pi$ bij $\Delta=-\Delta_0$.

De uitkomsten worden echter niet medegedeeld, daar de ver-

schijnselen zich afspelen bij zulke kleine waarden van Δ, dat deze experimenteel moeilijk zijn waar te nemen.

7. Overeenkomstige verschijnselen als in § 3 voor eene wig zijn beschreven, neemt men waar met beide compensator-wiggen.

a. In het spleetbeeld kunnen bij geschikte Nicolstanden zwarte strepen optreden, doch behoort bij elken stand van den Analysator slechts één stand van den Polarisator. Vergelijk 3*c*.

b. Deze standen der Nicols zijn tot een des te kleiner gebied beperkt, naarmate de hoek tusschen de hoofdvlakken der wiggen minder van 90° afwijkt.

Hieruit volgt een nieuw instellingskenmerk voor den juisten stand der wiggen (hoek 90° tusschen de hoofdvlakken), nl. dat de zwarte strepen bij de minste verplaatsing van den polarisator verdwijnen.

Voor de theoretische verklaring wordt naar een weldra te verschijnen proefschrift van C. A. Reeser, Amsterdam, 1921, verwezen. Hierin zijn de met 3e overeenkomstige verschijnselen, die de eerste van ons met den naam van vervagingsverschijnselen bestempelde, als uiterst samengesteld, buiten beschouwing gelaten. De theorie is dus beperkt tot het optreden van volkomen zwarte strepen.

Natuurkunde. — C. A. Reeser en R. Sissingh: „*Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemings-methode met den compensator van* Babinet."

(Aangeboden door de Heeren H. A. Lorentz en P. Zeeman).

1. Dit onderzoek is verricht met denzelfden toestel, dien Haak gebruikte [1]). Er wordt dus hier alleen aangegeven, welke veranderingen daarin zijn aangebracht. Ten einde eene grootere lichtsterkte te verkrijgen en grootere zekerheid te hebben, dat de golflengte van het gebruikte licht zich niet gedurende de waarnemingen wijzigde, is de voor den goniometer geplaatste monochromater weggelaten. Het zooveel mogelijk eenkleurige licht wordt thans verkregen met behulp van kleurenfilters of eene kwiklamp van Heraeus (3,5 A, 35 V). Als lichtbron is men ten slotte tot de zelfregelende booglamp van 18 Ampère teruggekeerd [2]). De collimatoras staat in de juiste invalsrichting, zoodat de spiegel achter den collimator is vervallen.

2. Zooals bekend is, geven de Nicols met schuine eindvlakken aan den stralenbundel, behalve eene verschuiving, ook eene richtingsverandering, tengevolge van fouten in de constructie. Deze bedraagt bij de gebruikte Nicols ongeveer $^1/_8{}^\circ$. Zij veroorzaakt niet alleen eene verandering in de invalsrichting, doch ook bij gebruik van een monochromator een verplaatsing der compensatorstreep. De collimatorspleet neemt in dit geval uit het spectrum een klein deel, waarvan de golflengte in de richting van de spleetbreedte verandert. Ten gevolge der afwijking valt niet steeds hetzelfde deel tusschen de draadjes van den compensator, dus ook niet licht met dezelfde golflengte. In het ongunstigste geval trad hierdoor in den compensator eene verplaatsing der streep op, beantwoordende aan een fazeverandering van $0{,}02 \times 2\pi$.

Ten einde deze storing op te heffen, heeft de eerste van ons het volgende hulpmiddel toegepast. Voor den Polarisator worden twee glazen wiggen met brekende hoeken van 1° geplaatst, wier standvlakken men elken willekeurigen hoek kan geven. Geeft men hier-

---

[1]) J. J. Haak. Proefschrift, Amsterdam, 1918; Versl. Akad. v. Wetensch., 27, 1918.

[2]) Zie voor meer bizonderheden een weldra verschijnend Proefschrift van C. A. Reeser, Amsterdam 1921.

door aan den op den Polarisator vallenden lichtstraal dezelfde afwijking, als de Polarisator veroorzaakt, doch in tegengestelde richting, dan is de afwijking opgeheven.

3. Bij de waarneming der strepen in den compensator plaatst men voor dezen en de draadjes eene spleet, om het sterke licht, dat ter zijde van de draadjes door den compensator gaat, af te schutten. Eene spleet van 1 mM. is voldoende. Eene nauwere geeft hinderlijke buigingsverschijnselen. Echter geeft eene verschuiving dezer spleet voor den compensator eene verandering in den stand der compensatorstrepen. De spleet moet dus steeds symmetrisch t.o. der draadjes staan. Daar echter spleet en draadjes zich niet in hetzelfde vlak bevinden, wordt deze symmetrische ligging verstoord, zoo de stralen niet meer in de richting der as van den kijker achter den Analysator loopen. Voor elke instelling der compensatorstrepen moet alzoo de kijker zorgvuldig in de richting der teruggekaatste stralen worden gebracht. Wordt deze voorzorg in acht genomen, dan verschillen de standen der compensatorstrepen bij de onderscheidene Polarisatorstanden hoogstens zooveel, als beantwoordt aan een fazeverschil van $0{,}0013 \times 2\pi$, terwijl de grens der waarneembaarheid is $0.0006 \times 2\pi$.

4. Ten slotte heeft de eerste van ons nog de volgende verscherping der waarnemingsmethode aangebracht. Met een voor evenwijdige stralen scherp gestelden kijker achter den compensator ziet men behalve het direkte spleetbeeld nog twee zijbeelden, ontstaan door inwendige terugkaatsing in ieder der wiggen. Bij instelling op de compensatorstrepen, alzoo op de draadjes, vallen echter de zijbeelden met het centrale, direkte samen. Het spreekt van zelf, dat dit voor een nauwkeurige meting van fazeverschil en amplituden-verhouding van het onderzochte elliptisch-gepolariseerde licht niet wenschelijk is. Schut men de stralen dezer zijbeelden af door een spleetscherm in het brandvlak van het kijker-objectief, dan wordt de compensatorstreep volkomen zwart, smaller en scherper begrensd. De nauwkeurigheid van slechts eene instelling op de streep beantwoordt aan $0.0006 \times 2\pi$, terwijl de nauwkeurigheid van het herstelde azimut, die vroeger voor 64 instellingen ongeveer 20′ bedroeg, thans voor 16 instellingen reeds 5′—9′ bedraagt. Het is ons gebleken, dat deze vergroote nauwkeurigheid volstrekt noodig is voor het onderzoek der oppervlakte-lagen.

5. Ten einde het kwikoppervlak meer trilvrij te verkrijgen, wordt het kwikbakje op een kleinen stelvoet, vrij van den Goniometer,

opgesteld. De verplaatsingen van de Nicols en den compensator kunnen dan geschieden, zonder dat men trillingen op het vloeistof-oppervlak heeft te vreezen. Is de Goniometeras eenmaal loodrecht op de normaal van het kwikoppervlak gebracht, dan is dat voor elk nieuw oppervlak het geval. [1]) Voor de zuiverheid van een kwik-oppervlak gelden de beide volgende door DRUDE afgeleide kenmerken: *a.* oppervlaktelagen verhoogen de compensator-instelling, *b.* vergrooten bij niet te kleine invalshoeken het hersteld azimut. [2]) Hieraan kan het volgende experimenteel gevonden kenmerk worden toegevoegd. Voor een zuiver kwikoppervlak, dat alzoo de laagste instelling geeft, zoowel voor het fazeverschil als het hersteld azimut, mag de compensator-instelling in de lucht slechts langzaam veranderen. Zoo het kwik niet volkomen zuiver is, neemt men spoedig na het vormen van het kwikoppervlak, zelfs in eene sterk luchtverdunde ruimte, eene duidelijk merkbare stijging der compensator-aflezing waar, overeenkomende met een fazeverschil van $2\pi : 150$. Dat deze stijging niet door vorming eener adhereerende luchtlaag plaats vindt, blijkt ook daaruit, dat zij onvergelijkelijk veel sneller geschiedt, dan volgens eene door HAAK aangegeven en getoetste betrekking met die door eene zich langzamerhand vormende luchtlaag het geval is. [3]) Er valt slechts te denken aan het komen bovendrijven van onzuiverheden. Het afwrijven van het kwik-oppervlak met watten, zoodat de bovenste laag meegesleept wordt, geeft geene voldoende verbetering. Door schoon kwik er bij te gieten beinvloedt men de aanwezige oppervlakte-laag slechts in zeer geringe mate. Deze ervaring wijst er op, dat de overstortings-methode van RÖNTGEN en die der communiceerende vaten van DRUDE geen voldoend zuiver kwikoppervlak kunnen geven. Beter is de methode, die WERNICKE bij kristallen en glas toepaste, waarbij men eene oplossing van collodium in ether over het oppervlak giet en het vliesje, dat na een half uur ontstaat, van den rand van het kwikbakje losmaakt en over het kwik heenschuift. Echter mislukt ook deze handelwijze verscheidene malen en neemt het welslagen bij herhaald gebruik van hetzelfde glaasje en kwik af. De beste uitkomsten werden verkregen door twee maal gedistilleerd kwik na filtering door een papieren trechter in een glazen bakje met uitgetrokken fijne punt te brengen. Dit bakje past met een geslepen rand in een cilinderglas, dat door de fijne punt ook met kwik gevuld wordt. Het bakje is zelf door eene ingeslepen stop gesloten. Uit dit bakje laat men het kwik

[1]) Zie voor de centreeringen HAAK, t. a. p.

[2]) DRUDE, Wied. Ann., 39, 492. 1892.

[3]) HAAK, Proefschrift, bl. 32.

vloeien in een vooraf goed gereinigd glazen schaaltje met vlakken bodem en geringe randhoogte. Het bakje wordt tusschen filtreerpapier bewaard en nooit aangeraakt. Nooit gebruikt men alkohol voor de reiniging uit vrees voor onzuiverheden en oxydatie van het kwik.

6. De waarnemingen zijn verricht met vier lichtfilters. De golflengten van de maxima der doorgelaten smalle spectraalgebieden bedragen achtereenvolgens 669 $\mu\mu$; 637 $\mu\mu$; 558 $\mu\mu$ en 482 $\mu\mu$. Tevens zijn de gele, groene en blauwe kwiklijn met behulp der kwartskwiklamp gebruikt. Hare golflengten bedragen 578 $\mu\mu$, 546 $\mu\mu$ en 436 $\mu\mu$. Voor de wijze, waarop de invalshoek en de laagste compensatorinstelling wordt verkregen, zie men het proefschrift van den eersten van ons, dat weldra verschijnt. Noem de laagste compensator-instelling voor een kwikspiegel zonder oppervlaktelaag c', de waargenomene c, ψ' en ψ de overeenkomstige waarden van het hersteld azimut. $(\psi'-\psi):(c'-c)$ kan met de formules in § 8 berekend worden, zoodat ψ' uit de waarnemingen is af te leiden.

7. Vooreerst zijn de optische constanten, hoofdinvalshoek I en hoofd-azimut H, evenzoo n_0 en k_0, brekingsaanwijzer en opslorpingscoëfficient in eene richting loodrecht op het grensvlak, bepaald voor een zuiver kwikoppervlak. Met ieder der kleuren (zie 6), worden bij vijf of zes invalshoeken in de nabijheid van I het fazeverschil φ en hersteld azimut ψ bepaald. Hieruit berekent men voor iederen invalshoek $n \cos \alpha$ en k, waarbij n en k brekingsaanwijzer en opslorpingscoëfficient zijn behoorende bij den invalshoek en α den brekingshoek voorstelt. Uit de verschillende waarden van $n \cos \alpha$ en k voor een zelfden invalshoek berekent men het gemiddelde en hiermee I en H volgens de betrekkingen

$$tg\, 2H = \frac{k}{n \cos \alpha} \quad , \quad tg\, I = \frac{n \cos \alpha}{\cos 2H \sin I}$$

De tweede betrekking geeft I door opvolgende benaderingen [1]). Voor een drietal kleuren, n.l. de gele, groene en blauwe kwiklijn volgen hier de waarden van I, H, n_0 en k_0.

gele kwiklijn	$I = 79°28'$	$H = 35°50'$	$n_0 = 1{,}693$	$k_0 = 4{,}934$	$\lambda = 578\ \mu\mu$
groene „	$78°56'$	$36°16'$	1,538	4,696	$= 546$ „
blauwe „	$76°21'$	$38°2'$	0,995	3,754	$= 436$ „

De nauwkeurigheid van I is voor de verschillende kleuren van

[1]) Zie voor meer inlichtingen het weldra verschijnende proefschrift van C. A. Reeser, Amsterdam 1921.

3′ tot 8′, voor H van 6′ tot 8′, voor n_0 van 1°/₀—2°/₀, voor k_0 van ½°/₀ tot 1°/₀. De hier verkregen waarden worden met die van vroegere onderzoekers vergeleken en daarbij aangetoond, dat bij de meeste het kwik eene oppervlaktelaag bezat [1]).

8. Met de verscherpte waarnemingsmethode (zie 2, 3 en 4) zijn oppervlaktelagen van rook, lucht en olie op kwik onderzocht. Voor eene zoo dunne oppervlaktelaag, dat hierin de brekingsaanwijzer als standvastig is te beschouwen, kunnen we uit de theoretische beschouwingen van Drude de volgende betrekkingen afleiden [2]).

$$\frac{\psi_2-\psi_1}{c_2-c_1}=\frac{27}{x}\sin 2\psi\,\frac{a'}{\cos^2 i-a}(1-n^2\cos^2 i)$$

$$c_2-c_1=\frac{400\,x}{\lambda}\cos i\sin^2 i\,\frac{\cos^2 i-a}{(\cos^2 i-a)^2+a'^2}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)(l_2-l_1).$$

Hierin zijn ψ' en ψ de herstelde azimuts voor een schoon kwikoppervlak en een met eene oppervlakte-laag, c' en c de overeenkomstige compensator-instellingen, x de compensator-verplaatsing voor een fazeverschil $\frac{1}{4}$, i de invalshoek, n de brekingsaanwijzer der oppervlakte-laag, l_2-l_1 hare dikte, a en a' worden bepaald door

$$a=\frac{\cos 4H}{\sin^2 I\,tg^2 I}\quad,\quad a'=\frac{\sin 4H}{\sin^2 I\,tg^2 I}.$$

Er zijn zeven oppervlakte-lagen van rook onderzocht. Twee zijn verkregen door meer rook op een reeds bestaande rooklaag te blazen. Men blaast de rook in een pipet, voorzien van een bol, die met een fijne punt boven het kwik uitmondt. De bepalingen van de instellingen met compensator en Polarisator (het azimut van den Analysator is steeds 45°) worden achtereenvolgens op zuiver en berookt kwik verricht onder tot in de kleinste bizonderheden dezelfde omstandigheden. De waarden van l voor de verschillende kleuren bij een zelfde laag verkregen loopen niet te ver uiteen. $10^3 l:\lambda$ wisselde van 3,15 voor de dunste tot 34,4 voor de dikste laag. De waarden van n loopen voor iedere kleur bij toenemende dikte der laag van ongeveer $4\rightarrow 5$ tot $2\rightarrow 2.5$. De grafische voorstellingen wijzen op het bestaan van een maximum voor een bepaalde waarde van l. Bij alle lagen blijft l beneden de grenswaarde, ongeveer 0,03 λ, waarvoor de formule nog toegepast mag worden.

Met lucht zijn twee lagen onderzocht. Bij deze vormde zich de laag op kwik onder een glaasje, zoodat stof- en vetdeeltjes zijn

---

[1]) Zie noot 1, vorige pagina.

[2]) Drude, Wied. Ann., 39. 1890, 488.

uitgesloten. De dikten der lagen waren 2.2×10^{-6} en 3.4×10^{-6} mM., n loopt voor de verschillende kleuren van $2.6 \rightarrow 4.4$ tot $3.4 \rightarrow 5.5$.

Ook is het kwikoppervlak met beenderolie geënt en de uitbreiding der olie nagegaan. De uitkomsten zijn met de waarnemingen van FISCHER [1]) op kwik en DEVAUX [2]) op water vergeleken. Met den compensator kan men aantoonen, wat FISCHER vermoedde, dat eene kleine hoeveelheid olie op kwik zich onmiddellijk over het oppervlak in eene zeer dunne laag uitspreidt. De dikte der zeer dunne laag is 1—2 $\mu\mu$. FISCHER noemt haar de „vorauseilende Schicht".

De dikte der dunste rook-, lucht- en olielagen zijn 1.6 $\mu\mu$; 2.05 $\mu\mu$ en 1.07 $\mu\mu$. De verkregen waarden voor den brekingsaanwijzer bij alle lagen wijzen er op, dat steeds de dichtheid der laag aan het kwik-oppervlak zeer groot is.

Terwijl bij capillaire verschijnselen, als het ophouden van de bewegingen der kamferdeeltjes op water, de dunste aan te toonen laag is 1 $\mu\mu$, blijkt met den compensator zeer goed de aanwezigheid eener laag van 0.3 $\mu\mu$ aan te toonen. De optische methode is dus scherper, wat ook RAYLEIGH vond. Ten slotte wordt er op gewezen, dat bij de berekening van de dikte der lagen uit het aantal milligrammen in den regel de grootere dichtheid der laag aan het oppervlak buiten rekening wordt gelaten.

Alle waarnemingen zijn door den eersten van ons verricht.

---

[1]) FISCHER. Wied. Ann., 68, 436. 1899.

[2]) DEVAUX. Journ. de phys. (5), II, 699, 1912.

Natuurkunde. — H. Groot: „*Graviteit en stralingsdruk*".

(Aangeboden door de Heeren W. H. Julius en E. Hertzsprung).

§ 1. In 1910 gelukte het Lebedew experimenteel stralingsdruk op *gassen* aan te toonen en de grootte van den druk te meten. Na dien heeft het niet aan pogingen ontbroken deze kracht in aanmerking te nemen bij astrophysische onderzoekingen.

Vooral Eddington [1]) en Jeans [2]) hebben hoogst merkwaardige resultaten bereikt, betreffende den bouw van „giant stars", door, naast de graviteit, in hun vergelijkingen ook stralingsdruk op te nemen. Zij komen o. a. tot de conclusie, dat, door het optreden van dezen druk, de graviteit in het inwendige van een ster belangrijk verminderd kan worden en wel des te meer, naarmate de dichtheid geringer is.

Het ligt voor de hand dit onderzoek uit te breiden op toestanden, zooals wij die in nevelvlekken waarschijnlijk zullen aantreffen. En dit des te eerder, waar, door verschillende autoriteiten, de hypothese is opgesteld, dat de wet van Newton niet geldig is gedurende het nevelstadium van een ster, d. i. gedurende den tijd, dat de ster zich vormt uit den oernevel.

Door Kapteyn [3]) en Campbell [4]) werd op deze wijze een verklaring gezocht voor het verwonderlijk feit, dat de E. B. der sterren aangroeit naarmate men een verder gevorderd spectraaltype onderzoekt. Beiden geven eventueelen stralingsdruk op als een kracht, die de graviteit gedeeltelijk zou kunnen opheffen.

Evenzoo roept F. Nölke [5]), bij zijn cosmogonetische beschouwingen op tal van plaatsen de hulp van den stralingsdruk in, om een niet constant zijn der gravitatie aannemelijk te maken.

Men vindt daarbij nergens een schatting over de *grootte van het mogelijk effect*. Maar zoolang deze ontbreekt, blijven alle gevolgtrekkingen, die uitsluitend op kwalitatieve speculaties berusten,

---

[1]) M. N. **77**, (1916—17), p. 16 en p. 596; Astrophys. J. **48**, (1918).

[2]) M. N. **79**, (1919), p. 319.

[3]) J. C. Kapteyn, Astrophys. J. 1910 (April).

[4]) Campbell, Lick-Observ., Bulletin. Vol. VI N⁰. 196.

[5]) „Das Problem d. Entwicklung unseres Planetensystems", 2te Ausgabe (1919) Berlin; A. N. **188**, (4509).

onbetrouwbaar — zooals juist in de verschillende cosmogonieen maar al te zeer blijkt.

In het volgende moge men een poging zien, eenig oordeel te krijgen over de kwantitatieve verhoudingen.

Daarbij doen zich drie verschillende problemen voor, die wij achtereenvolgens zullen bespreken:

A. Welken stralingsdruk ondergaat een nevel van de rondom verspreide sterren (systeem: nevel-ster)?

B. Welken druk ondervindt een absorbeerend lichaam (planeet) van de straling van een nabijgelegen, uitgebreiden nevel?

C. Kunnen de deelen van een nevel door onderlinge bestraling elkander merkbaar afstooten?

§ 2. *Het systeem: nevel-ster.*

Wanneer wij een schatting wenschen te maken over de verhouding der aantrekkingskrachten, die een nevel van de rondom liggende sterren ondergaat en de afstootende krachten, teweeggebracht door de bestraling van deze zelfde sterren, kunnen wij beginnen op te merken, dat deze onafhankelijk is van de verdeeling in de ruimte der beschouwde sterren. Beide krachten toch zijn evenredig met r^{-2}, hun verhouding wordt door den afstand dus niet beïnvloed. Daar niet alle sterren van dezelfde absolute grootte even groote massa hebben, zou men, om de resultante der werkende krachten te bepalen, feitelijk precies bekend moeten zijn met den aard van elk der betrokken sterren. Dit is natuurlijk onmogelijk. Wij zullen bij ons onderzoek aannemen, dat gemiddeld alle sterren even groote massa hebben en even sterk stralen als onze zon. Onder deze vereenvoudigende veronderstelling is de verhouding van de attractie van het geheele sterrensysteem tot de afstooting, die de straling van ditzelfde systeem te weeg brengt, gelijk aan die van dezelfde krachten, uitgeoefend door één ster op elken willekeurigen afstand.

Met het oog op de genoemde hypothese [1]) van Kapteyn en Campbell, zullen wij het volgend geval nader onderzoeken:

Een ster met een massa, gelijk aan die van de zon, moge zich op 1 parsec. afstands bevinden van een bolvormige [2]) nevelmassa met een straal van 15000 astronomische eenheden. Gezien van uit de ster, beslaat de nevel het 0.0014^{ste} deel van den hemel.

---

[1]) Zie ook de meening van H. Shapley, Astrophys. J. **50**, (373), 1919.

[2]) Den bolvorm kies ik alleen om de berekeningen te vereenvoudigen, men denke hier dus niet aan een *planetarischen nevel*, die, zooals bekend is, juist zeer snelle E. B. vertoont.

Nemen wij, om een *bovenste grens* te vinden van den stralingsdruk, dien de nevel ondergaat, aan, dat *al* de door de ster toegezonden straling geabsorbeerd wordt. (Wij weten, dat de geabsorbeerde fractie in werkelijkheid uiterst gering is). De ster zendt evenveel straling uit als onze zon, dus $4{,}2 \,.\, 10^{32}$ erg per secunde. De door den nevel per secunde geabsorbeerde energie bedraagt dan $5{,}1 \,.\, 10^{29}$ erg. De stralingsdruk laat zich in dit geval berekenen met de bekende formule:

$$D = \frac{S}{c} \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

waarin: S = hoeveelheid per secunde opvallende straling in erg, $c = 3 \,.\, 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec.}}$, D = stralingsdruk in dynen.

Dit geeft voor ons geval:

$$D = 1{,}7 \,.\, 10^{19} \, dyne.$$

De massa van den nevel, evenals die van de ster, ongeveer gelijk aan die van de zon, d. i. $2 \,.\, 10^{33}$ gr., stellend, vinden wij voor de maximale versnelling door stralingsdruk:

$$a = 0{,}8 \,.\, 10^{-14} \frac{cm}{sec^2},$$

voor die der attractie:

$$a' = -1{,}4 \;\; 10^{-11} \frac{cm}{sec^2}.$$

Tegenover de attractie valt dus zelfs de onder buitengewoon gunstige veronderstellingen berekende stralingsdruk zoo goed als weg. Daar dezelfde verhouding moet gelden met betrekking tot het geheele sterrensysteem, besluiten wij:

De attractie van het sterrensysteem op een nevelvlek wordt door stralingsdruk niet merkbaar gewijzigd. Eventueele afwijkingen van de wet van Newton op dergelijke nevels, als wij beschouwd hebben, zijn niet te verklaren door de tegenwerking van stralingsdruk.

Natuurlijk geldt deze beschouwing niet meer wanneer de afmetingen van de nevels honderden malen grooter worden. Maar voor het probleem in kwestie moesten wij wel aannemen, dat de nevel, waaruit immers de nieuwe ster ontstaat, reeds tot de besproken afmetingen was samengebald.

§ 3. *Het systeem: nevel-planeet.*

Met het oog op sommige cosmogenetische beschouwingen over het ontstaan van het zonnestelsel, lijkt het van belang te onderzoeken, hoe groot de stralingsdruk is, dien een pas gevormde planeet kan ondervinden van den moedernevel.

Wij beginnen met de vraag op te lossen: hoe groot is de stralingsdruk, dien een bolvormige nevel van *constante* dichtheid ϱ en straal R uitoefent op een planeet P, die alle opvallende straling absorbeert en op een afstand Δ van het middelpunt van den nevel verwijderd is.

Een element $d\tau$ van den nevel zendt in de richting OP een hoeveelheid straling uit, gegeven door:

$$\frac{Se^{-\mu\rho s}\cos\psi}{x^2}\,d\tau$$

als: μ = absorptiecoefficient, x = afstand van $d\tau$ tot planeet, s = lengte van den weg, dien de straling binnen den nevel doorloopt, S de stralingsintensiteit, die wij constant zullen aannemen binnen den nevel, op de plaats van het element $d\tau$ (zie figuur)

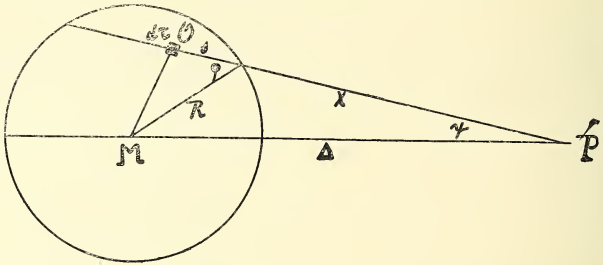


Fig. 1.

Als $d\tau = x^2 dx \sin\psi\, d\psi\, d\omega$ genomen wordt en r_1 = straal van de planeet is, bedraagt de straling van den geheelen nevel op de planeet:

$$A = \pi r_1^2 S \iiint dx\, d\psi\, d\omega \sin\psi \cos\psi\, e^{-\mu\rho s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Voeren wij φ inplaats van ψ in (zie figuur) door:

$$\Delta \sin\psi = R \sin\varphi$$

en merken op dat $dx = ds$, dan gaat (2) over in:

$$A = \frac{\pi r_1^2 S R^2}{\Delta^2} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} d\varphi \int_0^{2R\cos\varphi} ds \int_0^{2\pi} \sin\varphi \cos\varphi\, e^{-\mu\rho s}\, d\omega \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Integratie [1]) geeft:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{\pi r_1^2 . 2\pi R^2 S}{\Delta^2} . \frac{1}{\mu\varrho}\left[\tfrac{1}{2} - P^{-2} + P^{-1} e^{-P} + P^{-2} e^{-P}\right] \\ P &= 2\mu\varrho R \end{aligned}\right\} \quad . \quad (4)$$

[1]) Vergel.: Bottlinger, „Die Gravitationstheorie und die Bewegung des Mondes", Bayerische Akademie, 1912.

Als M = massa van den nevel, m = massa van de planeet, dan kunnen wij, door gebruik te maken van:

$$M = \tfrac{4}{3}\pi R^3 \varrho \quad , \quad m = \tfrac{4}{3}\pi r_1^3 \varrho',$$

(4) schrijven:

$$A = \frac{Mm}{\Delta^2} \cdot \frac{9S}{4\varrho\varrho' r_1} [\tfrac{1}{2} P^{-1} - P^{-3} + (P^{-2} + P^{-3}) e^{-P}] \quad . \quad . \quad (5)$$

De stralingsdruk, dien de planeet ondervindt, wanneer zij alle opvallende straling absorbeert, berekenen wij weer met de formule:

$$D = \frac{A}{c}.$$

Met dit bedrag moet de Newtonsche attractie verminderd worden om de resulteerende kracht K te vinden.

Deze wordt dus:

$$K = f \cdot \frac{Mm}{\Delta^2} \left[1 - \frac{9S}{4fc\varrho\varrho' r_1} (\tfrac{1}{2} P^{-1} \quad P^{-3} + P^{-2} e^{-P} + P^{-3} e^{-P}) \right]. \quad (6)$$

Kan deze vermindering groot genoeg zijn om merkbare storingen te veroorzaken?

Om dit te onderzoeken, beschouwen wij het volgend hypothetisch geval:

Wij nemen aan, dat de zonnenevel, na de vorming van Neptunus, zich teruggetrokken heeft tot binnen de baan van Uranus. Neptunus zelf denken wij ons nog gasvormig, zij 't dan ook aanmerkelijk dichter dan den zonnenevel, en met een 100-maal grooter straal dan tegenwoordig.

Wij zien verder af van het feit, dat de zonnenevel naar alle waarschijnlijkheid reeds een vrij sterke centrale condensatie moet gehad hebben, een omstandigheid, die ongunstig werkt voor een eventueel effect van stralingsdruk.

Wij leggen de volgende getalwaarden aan onze berekening ten grondslag:

Straal van Uranusbaan	R	$= 2{,}868 \,.\, 10^{14}$ (cm.).
Tegenwoordige zonsstraal	R_0	$= 6{,}96 \quad 10^{10}$ (cm.).
„ zonsdichtheid	ϱ_0	$= 1{,}4.$
„ Neptunusstraal	r_0	$= 2{,}8 \quad 10^9$ (cm.).
„ dichtheid van Neptunus	ϱ_0'	$= 1{,}1.$
Gravitatie constante	f	$= 6{,}66 \,.\, 10^{-8}.$
Absorptie exponent[1])	μ	$= 0.0002.$

Hiermede vinden wij:

$$K = f \frac{Mm}{\Delta^2} (1 - 2800\, S).$$

[1]) Vergel.: Emden, „Gaskugeln", p. 285.

De waarde van S is nog een twijfelachtig punt.

Mochten wij aannemen, dat de nevel zwarte straling uitzendt, dan zou reeds bij een gemiddelde temperatuur van nog geen 1500°: $S = \frac{1}{2800}$, dus aantrekking en afstooting ongeveer even groot zijn.

Dit is ongetwijfeld onjuist; de straling is geringer geweest dan men op grond van de wet van STEPHAN-BOLTZMANN berekent. Aan den anderen kant zal de nevel, naast temperatuurstraling, andere straling[1]) hebben uitgezonden, hetgeen het te kort aan temperatuurstraling voor een deel weer vergoedt.

Het komt ons daarom voor, dat het resultaat van dit onderzoek aldus is samen te vatten:

Wegens de onzekerheid, die bestaat over de door den nevel uitgestraalde hoeveelheid energie, is het moeilijk een goede schatting te maken over het bedrag, waarmede de aantrekking van den moedernevel op een pas afgescheiden planeet, tengevolge van den stralingsdruk, moet verminderd worden. Tengevolge van de samentrekking, zoowel van planeet als nevel, zal het bedoeld effect voortdurend afnemen en ook in 't algemeen grooter geweest zijn voor de grootere en verder af gelegen planeten. Het is, alles samengenomen, niet buitengesloten te achten, dat de genoemde vermindering, althans bij de groote planeten, een zeer merkbaar bedrag gehad heeft.

Indien er in ons zonnesysteem dus bijzonderheden mochten voorkomen, die als resultaat van een dergelijke gravitatieverandering verklaard kunnen worden, bestaat er alle reden deze verklaring te aanvaarden. En inderdaad schijnt dit het geval te zijn, o. a. met de kleine hellingen en kleine excentriciteiten der groote planeten. (Zie o. a. NÖLKE l. c.). Hierop in te gaan, ligt buiten ons bestek.

§ 4. *Gravitatie en stralingsdruk in een nevelvlek.*

In afwijking met de vorige §§ zullen wij thans de meer onregelmatige nevelvlekken beschouwen, die twee of meer condensaties vertoonen, zooals bijv. de Dumbbell-nevel.

De meeste nevels hebben afmetingen, die waarschijnlijk in duizenden Neptunusbaanstralen te meten zijn. Over hun massa's weet men niet veel. Maar als wij aannemen, dat uit een dergelijke nevelvlek een veelvoudige ster zal ontstaan, moeten wij elk der deelen van den nevel een massa van dezelfde orde van grootte geven, als onze zon heeft. Om tot een ruwe schatting der optredende

[1]) Het licht van kometenstaarten en, waarschijnlijk, van de meeste nevels ontstaat, behalve door temperatuurstraling, door andere nog niet geheel bekende processen.

krachten te geraken, zullen wij het volgend systeem nader bespreken.

Twee nevelbollen, elk met een massa van 7.10^{33} gr. en een straal van 200 Neptunnsbaanstralen, bevinden zich met hun middelpunten 1000 Neptunusbaanstralen van elkaar verwijderd. De dichtheid, evenals de stralingsintensiteit, beschouwen wij weer als constant binnen den nevel.

De grootheid P, die in de formules (5) en (6) optreedt, kunnen wij schrijven:

$$P = 2\mu\varrho_0 R_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

waarbij μ, ϱ_0 en R_0 dezelfde waarde hebben als in de vorige §, R_0/R echter $\pm$ 300 maal kleiner is. De waarde van P wordt dan zoo gering, dat wij in plaats van (5) mogen schrijven:

$$A = \frac{\pi r_1^2 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 S}{\Delta^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Nemen wij aan, dat van deze hoeveelheid straling, die de eene nevel den anderen toezendt, het n^{de} deel geabsorbeerd wordt door den tweeden bol, dan ondervindt deze een stralingsdruk, die, na eenige herleiding, te schrijven is:

$$D = f\frac{M_1 M_2}{\Delta^2} \cdot \frac{S}{n} \cdot \frac{3R^5}{4fc\varrho_0^2 R_0^6} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Voert men getalwaarden in, dan krijgt men

$$K = f\frac{M_1 M_2}{\Delta^2}\left(1 - 3{,}10^{15}\frac{S}{n}\right).$$

Zelfs als wij aannemen, dat slechts $\frac{1}{100.000.000}$ der opvallende straling geabsorbeerd wordt, behoeft de waarde van S nog niet meer dan $0{,}3.10^{-7}$ te zijn om het effect van den stralingsdruk even groot als dat van de gravitatie te maken. Hebben wij met zwarte straling te maken, dan zou een temperatuur van eenige tientallen graden boven 't absolute nulpunt reeds voldoende zijn om deze te veroorzaken. De ware temperatuur zal gemiddeld zeker hooger zijn, bovendien is er ook in dit geval aanmerkelijke luminiscentie in rekening te brengen; zoodat wij tot 't besluit komen:

Er is alle reden te verwachten, dat in nevelvlekken met eenige condensatie-kernen de graviteit der verschillende deelen op elkaar sterk verzwakt, zoo niet geheel overtroffen wordt, door den wederkeerigen stralingsdruk.

Overigens zij er op gewezen, dat deze gravitatie-verzwakking

alleen op de *inwendige* graviteit betrekking heeft. Naar buiten toe blijft de gewone Newtonsche attractie geldig.

SAMENVATTING:

Na in § 1 eenige gronden aangevoerd te hebben, waarom het wenschelijk schijnt het effect van stralingsdruk bij nevelvlekken te bestudeeren, onderzochten wij in § 2 het *systeem nevelvlek-ster*. In dit geval blijft het bedrag van den stralingsdruk zoo klein, dat wij zelfs onder gunstige condities geen effect mogen verwachten. In § 3, het *systeem nevelvlek-planeet* behandelend, zagen wij, dat het niet buitengesloten is, dat de groote planeten, in den eersten tijd na hun ontstaan uit den zonnenevel, een sterken stralingsdruk hebben ondergaan en deze misschien aansprakelijk gesteld mag worden voor sommige eigenaardigheden in het systeem.

Bij het onderzoek van het *systeem, gevormd door twee of meer nevels*, in § 4, kwamen wij tot het besluit dat, zoo ergens, dan hier, de stralingsdruk zich zal moeten kenbaar maken.

Bussum, April 1921.

Physiologie. — Mej. L. Kaiser: *„Eenvoudige methode ter verkrijging van een kromme van de contractie der m. arrectores pilorum"* [1]).

(Aangeboden door de Heeren G. van Rijnberk en H. Zwaardemaker).

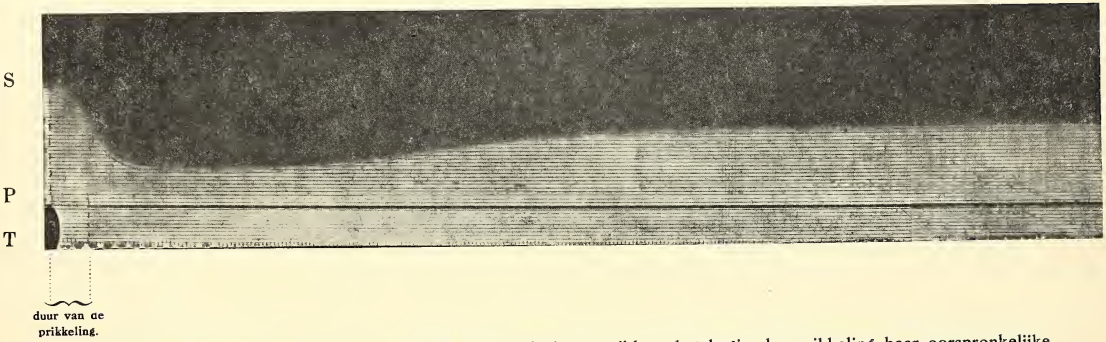
Wanneer men de staart van een kat vóór de spleet van een valapparaat plaatst op zoodanige wijze, dat de dorsale kant van den staart naar het midden van de spleet gericht is, verkrijgt men op de gevoelige plaat een vrij scherp afgeteekende schaduw. Prikkelt men de grensstreng, waardoor de haren oprijzen, dan wordt dit op de plaat vastgelegd als een verbreeding van de schaduw. Daar de buitengrens van deze schaduw inderdaad een vrij scherpe lijn is, heeft men daarin een kromme van de samentrekking der m. arrectores pilorum, waaruit men verschillende eigenschappen van deze samentrekking als: duur van de latente periode, duur en verloop van crescente enz. kan opmaken, zooals in de figuur zichtbaar is.

Volgens deze methode maakte ik een aantal opnamen. De prikkeling geschiedde steeds tetanisch, met behulp van een gewoon inductorium. In de kromme heeft men dus niet het beeld van een enkelvoudige, doch dat van een tetanische verkorting. Nagegaan werd de gemiddelde duur van de latente periode en de beïnvloeding van dezen door veranderde prikkelsterkte, vermoeienis enz. Ook werden nagegaan duur en steilheid van het stijgende gedeelte der kromme in verschillende omstandigheden. Ten slotte werd ook de contractiehoogte bepaald.

Uit de contractiehoogte zou men de werkelijke verkorting der m. arrectores pilorum kunnen afleiden. De Heer Woerdeman verschafte mij eenige daartoe noodige gegevens, welke hij vond door meting in een microscopisch praeparaat van kattehuid. Stelt men den afstand van het aangrijpingspunt der m. arrectores aan het haar tot het draaipunt daarvan op 400 μ, en de lengte van een haar op $2\frac{1}{2}$ cM., dan is aan den top van het haar de verkorting 60 $\times$ vergroot. Door de projectie werd een vergrooting van ongeveer 1.2 veroorzaakt, zoodat de vergrooting in het geheel ongeveer een 75-malige was. Een verbreeding van de schaduw over 2 cM., zooals ik die in mijn curven gemiddeld vond, wijst dus op een verkorting der spiertjes van 250 μ.

---

[1]) Naar proeven uitgevoerd in het Physiologisch Laboratorium der Universiteit van Amsterdam.



S is de schaduw van de staart, welke gedurende korten tijd na het begin der prikkeling haar oorspronkelijke breedte behoudt, hetgeen den duur der latente periode aangeeft, zich vervolgens vrij snel verbreedt om zich daarna zeer langzaam weer te versmallen.

P geeft de prikkeling aan.

T is de tijd in $\frac{1}{5}''$.

In verband met de in het bovengenoemde praeparaat gevonden lengten van m. arrectores, is deze verkorting te beschouwen als gelijk aan ongeveer de helft van de lengte van de spieren in rust.

Natuurlijk verkrijgt men met deze methode evenmin als door het schrijven van een verkortingskromme op een draaienden trommel, een volkomen zuivere afbeelding van hetgeen in werkelijkheid plaats vindt. De fout, welke men op deze wijze maakt, is ten eerste gemakkelijk tot haar kleinste waarde terug te brengen. Bovendien is zij gemakkelijk te berekenen, zoodat uit de verkregen krommen de ware krommen kunnen worden afgeleid.

Waar, voorzoover mij bekend is, alleen door LEWANDOWSKY [1]) curven geschreven zijn van een gladde spier van warmbloedige dieren, in het dier, bij zenuwprikkeling, schijnt het mij toe dat met de bovenuiteengezette methode waardevolle gegevens kunnen worden verkregen.

---

[1]) Archiv van DU BOIS REYMOND 1899.

Scheikunde. — Ernst Cohen en H. R. Bruins: *„Het gebruik van den waterinterferometer van* Zeiss (Rayleigh-Löwe) *voor de analyse van niet-waterige oplossingen."*

1. Onder de methoden ter quantitatieve bepaling van de samenstelling van oplossingen munten in het algemeen de optische uit door nauwkeurigheid en snelheid in uitvoering. Met het meest gebruikelijke meetinstrument, den refraktometer, is het mogelijk, bij zeer zorgvuldige temperatuurregeling (tot op 0°.01 konstant), brekingsindices te bepalen, nauwkeurig tot in 1 à 2 eenheden van de 5de decimaal, hetgeen bij waterige zoutoplossingen ongeveer overeenkomt met een fout in de koncentratiebepaling van 0.02 %.

In sommige gevallen, bijv. voor de analyse van uiterst verdunde oplossingen, is deze nauwkeurigheid echter niet voldoende. Een instrument, dat voor dergelijke bepalingen bizonder geschikt is, is de door de firma Zeiss in den handel gebrachte waterinterferometer volgens Rayleigh-Löwe. Deze stelt ons in staat, den brekingsindex van een oplossing te meten tot op twee eenheden in de 7de decimaal, overeenkomende met een fout in de koncentratiebepaling van ten hoogste 0.0002 %. Deze interferometer is echter, zooals zijn naam reeds aangeeft, gekonstrueerd voor het gebruik van water als oplosmiddel, en alle onderzoekingen, die tot nu toe met behulp er van zijn uitgevoerd, betroffen dan ook waterige of zeer verdund-alkoholische oplossingen.

In verband met een onderzoek, waarover wij binnenkort nadere mededeelingen hopen te doen, was het noodzakelijk, nauwkeurige analyses van uiterst verdunde oplossingen in organische vloeistoffen uit te voeren. Daarbij bleek nu, dat, wil men ook in dit geval van den interferometer gebruik maken, een aantal voorzorgen moeten worden in acht genomen, die hieronder nader zullen worden uiteengezet.

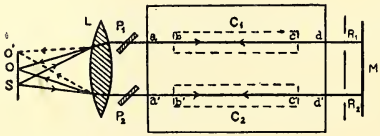


Fig. 1.

Wij zullen echter hieraan

een korte beschrijving van den interferometer aan de hand van fig. 1 en 2 doen voorafgaan [1]).

2. Fig. 1 geeft het instrument schematisch weer. De stralen, uitgaande van een lichtbron S, door lens L tot een evenwijdigen bundel gemaakt, passeeren de met dezelfde vloeistof gevulde, identieke kuvetten C_1 en C_2 en vervolgens een met twee spleten R_1 en R_2 voorzien scherm, worden als twee gescheiden bundels door spiegel M teruggekaatst, en vormen, na weder door lens L vereenigd te zijn, in O een interferentiebeeld. Bij gebruik van wit licht bestaat dit beeld uit een centralen, helderen band, begrensd door twee donkere; de aan weerszijden hierop volgende, heldere banden hebben geklenrde zoomen. Vult men nu kuvet C_1 met een oplossing, die een grooteren brekingsindex heeft dan het zuivere oplosmiddel in C_2, dan wordt dat interferentiebeeld, door vergrooting van de optische weglengte, verschoven, bijv. naar O′. Het kan naar den nulstand O worden teruggebracht

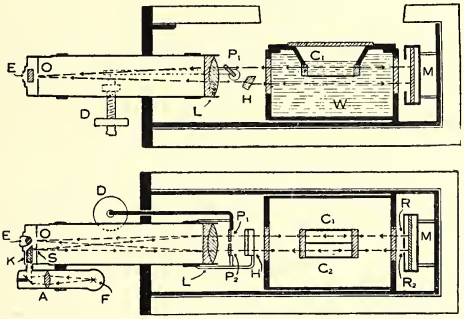


Fig. 2.

door draaiing van de kompensatorplaat P_1 (P_2 is onbewegelijk), waardoor de optische weglengte weer kunstmatig kan worden verkleind. De hoek, waarover P_1 is gedraaid, is een maat voor het indexverschil, en dus indirekt voor de koncentratie der oplossing in C_1.

In fig. 2 zijn een horizontale en een vertikale doorsnede van den interferometer meer in bizonderheden weergegeven. Het witte licht van een Osram-lampje F wordt door lens A en prisma K gekon-

---

[1]) Uitvoeriger beschrijving vindt men bij:

F. Löwe, Zeitschr. für Instrumentenkunde **1910**, 321; F. Löwe, Physikalische Zeitschr. **11**, 1047 (1910).

P. Hirsch, Fermentforschung **1**, 33 (1914).

L. H. Adams, Journ. Amer. Chem. Soc. **37**, 1181 (1915).

centreerd op de zeer smalle spleet S, die de sekundaire lichtbron vormt. De stralengang is verder geheel als in fig. 1. Het onderste gedeelte van den uit de lens L tredenden bundel passeert echter niet de kuvetten, maar gaat, onder deze langs, door het zich in het reservoir W bevindende water, dat als „Temperierbad" van de kuvetten dienst doet. Ook deze lichtstralen interfereeren in O, waar ze een vaststaand beeld vormen, dat beneden het eerste gelegen is, door een smalle streep er van gescheiden, en als „point de repère" van den nulstand dienst doet. Beide beelden worden door het sterk vergrootend cylinderokulair E bekeken. Het draaien van de kompensatorplaat P_1 geschiedt met behulp van een hefboom, die door een mikrometerschroef met trommel D wordt bewogen; op deze trommel is een 100-deelige schaal aangebracht. Bij het door ons gebruikte instrument korrespondeert één interferentieband met 21 schaaldeelen. De onzekerheid bij de instelling op het samenvallen der beide interferentiebeelden bedraagt, na eenige oefening, ongeveer een half schaaldeel.

Ter analyse van oplossingen heeft men nu slechts vooraf een ijkingskromme te konstrueeren, die het gebruikte koncentratiegebied omvat. Over de daarbij optredende, schijnbare verspringing van den centralen band, zie Adams [1]).

3. Indien men nu op deze wijze oplossingen in organische vloeistoffen tracht te analyseeren, (waarvoor natuurlijk het gebruik van geheel uit glas bestaande, zoogen. säurefest verschmolzene kuvetten noodzakelijk is), neemt men in het algemeen in den interferometer de volgende verschijnselen waar: Het bovenste interferentiebeeld is onscherp en ten opzichte van het onderste verschoven. De banden zijn blijvend, of geruimen tijd scheef en gekromd. Wel bevordert schudden van de vloeistof in de kuvet (door tegen den interferometer te tikken) de snelheid, waarmee zich het beeld vormt, maar reproduceerbare uitkomsten zijn niet te verkrijgen, terwijl na eenigen tijd de strepen gewoonlijk weer verschuiven en gekromd worden.

De oorzaken van deze afwijkingen, die een nauwkeurige meting natuurlijk onmogelijk maken, bleken gelegen te zijn in de volgende omstandigheden:

A. den aard van de badvloeistof;

B. den invloed van de temperatuur op den brekingsindex van het oplosmiddel;

C. verdamping en distillatie tegen de dekglaasjes der kuvetten;

D. absorptie van water bij het overbrengen en tijdens het verblijf van de vloeistoffen in de kuvetten.

[1]) Adams, Journ. Amer. Chem. Soc. 37, 1181 (1915).

4. Ad *A. De aard van de badvloeistof.*

Het als badvloeistof gebruikte water bezit, vergeleken met verreweg de meeste organische vloeistoffen, een zeer kleinen brekingsindex. Voor de door ons onderzochte stoffen is bijv. bij 20°.:

tetrachlooraethaan : $n_D = 1.496$
benzol : $n_D = 1.501$
terwijl voor water: $n_D = 1.333$

Men ziet gemakkelijk in, dat bij gebruik van dergelijke oplosmiddelen met sterk afwijkende brekingsindices een uiterst geringe afwijking uit den evenwijdigen stand van den planparallellen voor- en achterwand der kuvetten, een zeer groote verschuiving van het bovenste interferentiebeeld tengevolge heeft. Noemen we den brekingsindex van de badvloeistof n_1, dien van de kuvet-vloeistof n_2; zij verder de door den lichtbundel, welke kuvet C_1 passeert, doorloopen weg in de badvloeistof (a b + c d in fig. 1) l_1, in de kuvet l_2. De optische weglengte is dan bij kuvet C_1, daar de bundel den weg tweemaal doorloopt [1]):

$$2\,(n_1\,l_1 + n_2\,l_2).$$

Bij volkomen evenwijdigheid der planparallelle plaatjes is deze weglengte bij den anderen bundel even groot. Is echter de lengte van kuvet C_2 bijv. δ grooter dan die van C_1, dan is de optische weg hier: $2\,[n_1\,(l_1 - \delta) + n_2\,(l_2 + \delta)]$.

Het verschil in optische weglengte bedraagt dus:

$$\Delta = 2\delta\,(n_2 - n_1),$$

en de hierdoor teweeggebrachte verschuiving van het interferentiebeeld, uitgedrukt in banden:

$$N = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\delta\,(n_2 - n_1)}{\lambda},$$

indien λ de golflengte van het gebruikte licht voorstelt.

In het geval van water en tetrachlooraethaan is $n_2 - n_1 = 0.16$.

Hieruit volgt voor $\lambda = 0.00058$ mm.:

$N = 550\,\delta$, of, in schaaldeelen uitgedrukt:

$N' = 21 \times 550\,\delta = 11550\,\delta$ schaaldeelen.

Is de afwijking uit den evenwijdigen stand δ bijv. 0.001 mm., dan bedraagt de verschuiving dus niet minder dan ± 12 schaaldeelen. De bij de door ons gebruikte kuvet waargenomen verschuiving bleek ongeveer 40 schaaldeelen te bedragen. Behalve deze verplaatsing is ook de onvolkomen vorm van het bovenste beeld ten deele aan de niet-evenwijdigheid van voor- en achterwand der kuvetten te wijten.

[1]) Van de dikte der planparallelle-plaatjes kunnen we afzien, daar het resultaat hierdoor niet wordt veranderd.

5. Ten einde dit bezwaar te ondervangen, zal men als „Temperierbad" een vloeistof moeten kiezen, welker brekingsindex zoo dicht mogelijk bij dien van de te onderzoeken vloeistoffen ligt. Waterige oplossingen met sterk brekend vermogen (bijv. van rietsuiker of kadmiumzouten), welke boven organische stoffen te verkiezen zijn, daar zij de kit, waarmee de vensters in het reservoir W zijn vastgehecht, niet aantasten, bleken wegens hare hooge viskositeit ongeschikt. Nadat ook een aantal mengsels van weinig vluchtige organische vloeistoffen (paraffine-olie-methylsalicylaat en methylnonylketon-methylsalicylaat) waren beproefd, waarbij zich echter eveneens bezwaren voordeden, werd hiervoor het tetrachlooraethaan zelf genomen. Vooraf moesten echter de randen van de venstertjes worden beschermd, waarvoor een laagje van een waterige lijmsoort zeer geschikt bleek, en de verf uit het reservoir worden verwijderd.

6. Ad *B. De invloed van de temperatuur op den brekingsindex van het oplosmiddel.*

De sterke en telkens opnieuw intredende krommingen van de banden vinden ten deele haar oorzaak in de groote waarde van den temperatuurkoëfficiënt van den brekingsindex bij organische vloeistoffen, gepaard gaande met een zeer kleine soortelijke warmte.

Uit de bepalingen van Kanonnikoff [1]) berekent men bv. voor tetrachloor-aethaan bij ± 20°, $\frac{dn}{dt} = -0.0005$.

Benzol bezit een $\frac{dn}{dt} = -0.00065$ bij 20°.

Een temperatuursverandering van 0°.01 veroorzaakt dus een verandering in den brekingsindex van 6 eenheden in de 6de decimaal, hetgeen bij gebruik van een 2 cm.-kuvet overeenkomt met een verschuiving van ± 10 schaaldeelen. Voor water zijn deze getallen ongeveer acht maal kleiner.

Uiterst geringe temperatuurstoringen door warmtetoevoer van buiten, welke vooral bij langdurig verblijf van den waarnemer in de nabijheid van het toestel intreden, geven dus bij dergelijke vloeistoffen veel spoediger aanleiding tot krommingen en verschuivingen van de banden dan bij water.

7. Ter vermijding hiervan werd:

1°. de interferometer omgeven door een grooten, met water gevulden, thermostaat.

2°. een roerder in de badvloeistof aangebracht.

---

[1]) Journ. für prakt. Chemie, 32, 520 (1885).

Door deze laatste verbetering wordt tevens de warmteuitwisseling tusschen kuvet en bad zeer versneld, zoodat meestal reeds na 10 à 15 minuten de aflezing kan geschieden. Om tijdens de meting stroomingen in de vloeistof te vermijden, werd steeds een minuut te voren de roerder stilgezet.

8. Ad *C. Verdamping van de vloeistof in de kuvetten.*

Alleen bij meer gekoncentreerde oplossingen is de fout, die hierdoor wordt teweeggebracht, grooter dan de meetfout. Verdampt bijv. uit 2 cc. van een 0.1 N.-oplossing van $C_2H_2Br_4$ in $C_2H_2Cl_4$ 2 mgr. $C_2H_2Cl_4$, dan heeft dit in ons toestel een fout van 1.6 schaaldeelen tengevolge. Door invetten van den rand van het dekglaasje kan een dergelijke verdamping echter worden tegengegaan. Een andere foutenbron blijft dan evenwel nog bestaan, nl. distillatie tegen het dekglaasje. Dikwijls kan men deze reeds kort na het vullen van de kuvet waarnemen: de overgedistilleerde vloeistof trekt kapillair tusschen dekglas en kuvetrand en tast de vaseline aan. Bij waterige oplossingen is ter vermijding hiervan aanbevolen [1]), de temperatuur van het „Temperierbad" steeds eenige graden lager dan die van het vertrek te houden; bij onderzoek van vluchtiger vloeistoffen is dit evenwel niet afdoende.

9. Het is echter mogelijk, deze foutenbron volkomen te vermijden door, in plaats van de dekglaasjes, ter afsluiting van de kuvet massieve afsluit-lichaampjes te gebruiken, die de geheele dampruimte innemen. Er werden hiervoor geelkoperen, van een platten rand voorziene blokjes gekonstrueerd, welke zeer nauwkeurig in de kuvet passen, en slechts een ruimte van ± 2 cc. voor de vloeistof overlaten. Deze wordt nu in de kuvet gebracht met behulp van een pipet van 2 cc. inhoud, voorzien van een lange kapillair, die door een boring in het afsluitblokje wordt gestoken. De boring wordt na het vullen gesloten met een ingeslepen, koperen stift. Invetten van den rand der kuvet is nu onnoodig: verdamping heeft door de overblijvende kapillaire spleten niet plaats.

10. Ad *D. De invloed van waterabsorptie.*

Droge, organische vloeistoffen absorbeeren uiterst snel sporen waterdamp uit de atmosfeer. Het groote verschil in brekingsindex tusschen water en die stoffen, gevoegd bij de gevoeligheid van de meetmethode, maakt echter, dat de aanwezigheid van minimale hoeveelheden water, reeds fouten in de bepaling veroorzaken, die de meet-

[1]) Hirsch, Fermentforschung 1, 38 (1914).

fout vele malen overtreffen. Ook indien de vloeistoffen niet van te voren opzettelijk op P_2O_5 zijn gedroogd, maar alleen, na voorloopige droging op $CaCl_2$, herhaaldelijk zijn gefraktionneerd (hetgeen bij de door ons gebruikte stoffen het geval was), vertoonen zij reeds een zeer sterke absorptie van waterdamp. Vooral bij $C_2H_2Cl_4$ bleek dit het geval te zijn, maar ook benzol gaf, ofschoon in mindere mate, sterk wisselende waarden.

Voert men de bepalingen met geheel dezelfde voorzorgen uit, die men bij waterige oplossingen in acht neemt, dan leveren, alleen tengevolge van deze foutenbron reeds, twee direkt na elkaar uitgevoerde bepalingen sterk afwijkende waarden, die bv. bij $C_2H_2Cl_4$ soms niet minder dan 40 schaaldeelen onderling kunnen verschillen. Teneinde den invloed van het watergehalte op de interferometer-aflezing nader vast te stellen, werd een vooraf ingewogen oplossing van 5 mgr. water in 35 gr. op phosphorzuur gedroogd $C_2H_2Cl_4$ gemeten tegen ditzelfde $C_2H_2Cl_4$. De verschuiving bedroeg 85 schaaldeelen. Hieruit volgt, dat de aanwezigheid van 0.005 mgr. water in 2 cc. $C_2H_2Cl_4$ reeds een fout van een schaaldeel veroorzaakt.

11. Het behoeft geen betoog, dat bij een dergelijke gevoeligheid, de uiterste zorg moet worden besteed aan het voorkomen van elke aanraking der te onderzoeken vloeistof met waterdamp, wil men een nauwkeurigheid bereiken, vergelijkbaar met die bij oplossingen in water. De vloeistoffen werden daarom steeds bewaard boven phosphorzuur, dat eenige dagen op 160° was verhit geweest. De voorraadflesschen hadden den vorm, als aangegeven in fig. 3. Het overbrengen in de kuvet geschiedde met behulp van met benzol gereinigde, verhitte en met droge lucht gevulde pipetjes J.

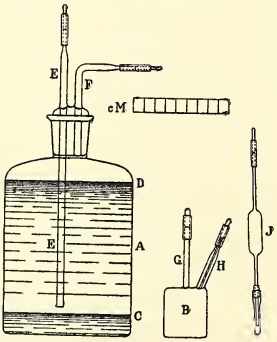


Fig. 3.

Deze werden uit A gevuld, door ze met een caoutchouc buisje op de buis E te bevestigen, en bij F droge lucht in te persen. De oplossingen bereidde men door inweging in fleschjes B, die eveneens vooraf met benzol gespoeld, onder evakueeren verhit, en met droge lucht gevuld waren. De geringe hoeveelheden $C_2H_2Cl_4$ werden hierin gebracht met behulp van een glaskapillair, terwijl het oplosmiddel uit de voorraadflesch direkt in B werd overgeperst, na verbinding van de buizen G en E door een

hevelvormig buisje. Het vullen der pipetten J met de oplossing uit B geschiedde ook door inpersen van droge lucht door buis H, nadat de kapillair van de pipet door G in de oplossing was gedompeld; een caoutchoucringetje, om de kapillair aangebracht, zorgde voor luchtdichte sluiting.

Sluit men de pipet af op de wijze, als uit de figuur zichtbaar, dan is het mogelijk, de vloeistof 12 uur volkomen onveranderd te bewaren.

De kuvetten werden steeds met benzol, in plaats van met alkohol en aether, gereinigd, daar de laatste bij snelle verdamping waterdamp op het glas doet neerslaan. Vóór het vullen met vloeistof werden de kuvetten met droge lucht gevuld.

De koperen afsluitblokjes beschermen de vloeistof tevens voldoende tegen absorptie van waterdamp uit de atmosfeer, zoodat gedurende den tijd, dien een bepaling in beslag neemt, de interferometerstand niet merkbaar verandert. Wel verschuift in den loop van eenige uren de nulstand een weinig, tengevolge van water-opneming door het zuivere oplosmiddel in kuvet C_2; deze verschuiving kan echter gemakkelijk worden bepaald en in rekening gebracht.

12. Slechts bij inachtneming van de hier beschreven voorzorgen, is het mogelijk, een nauwkeurigheid en reproduceerbaarheid te verkrijgen, bijna gelijk aan die, welke bij waterige oplossingen kan worden bereikt.

Ten slotte zij hier een reeks metingen meegedeeld, betrekking hebbende op oplossingen van $C_2H_2Br_4$ en $C_2H_2Cl_4$ van verschillende koncentraties. Aan elke oplossing werden twee onafhankelijke metingen verricht (ook de nulstand werd telkens opnieuw bepaald). De wegingen zijn op het ledig gereduceerd. Evenals vroeger werd een kuvet van 2 cc. gebruikt.

koncentratie in proc. (ingewogen)	waargenomen aantal schaaldeelen		gemiddeld	gekorr.	koncentratie berekend (in proc.)
	1ste meting	2de meting			
0.1256	131.0	129.2	130.1	130.1	0.1262
0.1490	176.3	175.3	175.8	154.8	0.1500
0.2925	346.5	345 1	345.8	303.8	0.2920
0.3208	374.9	375.6	375.3	333.3	0.3199
0.4699	556.9	557.1	557.0	494.0	0.4700
0.5409	655.9	654.9	655.4	571.4	0.5413
0.7166	869.8	869.3	869.6	764.6	0.7166

In deze tabel is de concentratie uitgedrukt in grammen $C_2H_2Br_4$, aanwezig in 100 gr. oplossing. De onder „gekorr." aangegeven waarden zijn de gemiddelden, verminderd met de korrektie voor de verspringing van den centralen band; deze treedt hier telkens na ± 150 schaaldeelen op.

Onder „berekend" zijn de waarden opgegeven, die voldoen aan de interpolatieformule:

$$p = 0.0009772\, n - 0.0000000523\, n^2,$$

welke volgens de methode der kleinste quadraten uit de waarnemingen is berekend. Hierin stelt p de koncentratie voor, (uitgedrukt in procenten), n het gekorrigeerd aantal schaaldeelen.

Er blijkt dus, dat de reproduceerbaarheid der metingen ± 1 schaaldeel bedraagt, overeenkomende met 0.0009 proc.

SAMENVATTING.

De oorzaken van de moeilijkheden, die zich voordoen, indien men den waterinterferometer van Zeiss tracht te gebruiken voor de analyse van oplossingen in organische vloeistoffen, werden besproken, en de voorzorgen aangegeven, welke noodig zijn om de nauwkeurigheid der metingen op te voeren tot dezelfde orde, als bij waterige oplossingen kan worden bereikt.

Utrecht, Juni 1921. van 't Hoff-*Laboratorium.*

Natuurkunde. — H. Kamerlingh Onnes: „*Verdere proeven met vloeibaar helium.*"

Natuurkunde. — H. R. Woltjer en H. Kamerlingh Onnes: „*Over paramagnetisme bij lage temperaturen.*"

(Deze mededeelingen zullen worden opgenomen in het volgende Zittingsverslag).

Bij de rondvraag biedt de Heer P. Ehrenfest, namens den Heer P. Lasareff, voor de boekerij der Akademie ten geschenke aan een exemplaar van diens werk: „*Recherches sur la théorie ionique de l'excitation*" (1e Partie).

De vergadering wordt gesloten.

---

5 Augustus 1921.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP ZATERDAG 24 SEPTEMBER 1921.

DEEL XXX.

N°. 4.

Voorzitter: de Heer F. A. F. C. WENT.
Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 177.
De Correspondent der Afdeeling, de Heer P. C. FLU, door den Voorzitter verwelkomd, p. 179.
Prae-advies van de Heeren H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, H. HAGA, W. H. JULIUS, P. ZEEMAN en H. KAMERLINGH ONNES inzake het verzoek van de Nederlandsche Commissie voor de standaarden om de Nederlandsche standaarden van den Meter No. 19 en No. 27 met den internationalen standaardmeter te vergelijken, p. 180.
C. H. HINS: „Over een veranderlijkheid met de declinatie van de persoonlijke fout bij registreerwaarnemingen". (Aangeboden door de Heeren E. HERTZSPRUNG en W. DE SITTER), p. 189.
W. H. KEESOM: „De berekening der moleculaire quadrupoolmomenten uit de toestandsvergelijking" (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en J. P. KUENEN), p. 199.
M. MINNAERT: „Over spookbeelden bij buigingsroosters". (Aangeboden door de Heeren W. H. JULIUS en E. VAN EVERDINGEN), p. 205.
Aanbieding van boekgeschenken, p. 205.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van de Heeren A. DENJOY, EUG. DUBOIS, S. HOOGEWERFF en W. DE SITTER, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Mededeeling namens het uitvoerend comité, dat in de tweede helft van de maand Augustus 1922 in Belgie een internationaal congres van geologen zal gehouden worden, tot bijwoning van welk congres ook leden onzer Akademie worden uitgenoodigd.

De mededeeling wordt ter kennisneming voor de leden gelegd.

3°. Missive van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen d.d. 12 September 1921 N°. 3960 afd. K.W. als bericht op een schrijven van het Algemeen Bestuur der Akademie d.d. 29 Juli 1921 N°. 56.

In 's Ministers missive wordt medegedeeld dat Zijne Exc. in beginsel bereid is medewerking te verleenen voor het verwezenlijken van de in bovengenoemd Bestuursschrijven gedane voorstellen, waar-

door de mogelijkheid in uitzicht gesteld wordt dat de Akademie zal kunnen deelnemen aan de 2e vergadering der „*Pan Pacific Scientific Union.*"

De Voorzitter zal aangaande deze aangelegenheid nadere mededeelingen doen in de buitengewone vergadering, te houden na afloop van deze gewone vergadering.

4°. Schrijven namens de „*Union des associations internationales*", gedateerd 9 Augustus 1921, met eene uitnoodiging tot het zenden van vertegenwoordigers der Akademie bij het „*Congrès international du travail intellectüel*", dat van 20—22 Augustus 1921 te Brussel gehouden werd.

Met het oog op de late inzending van dit schrijven en gevolgelijk op den korten termijn van voorbereiding, die bovendien midden in de vacantie der Akademie viel, moest bericht worden dat de Akademie zich van officieele deelneming aan dit Congres zou onthouden.

5°. Schrijven namens de *Union géodésique et géophysique internationale*" (onder-afdeeling van den „*International Research Council*") dd. 18 Augustus 1921, kennisgevende dat deze „Union" op 20 April 1922 te Rome haar 1e algemeene vergadering zal houden, tot bijwoning waarvan ook onze Akademie wordt uitgenoodigd. Verzocht wordt vertegenwoordigers aan te wijzen en tevens opgaaf te doen van die onderwerpen, waarvan eventueel eene bespreking gewenscht wordt en zulks vóór den 15en November a.s.

De Voorzitter stelt dit schrijven, waarbij een gedrukt exemplaar van de statuten der „Union" is gevoegd, in handen van de Heeren J. P. van der Stok, G. A. F. Molengraaff en E. van Everdingen met verzoek om de Afdeeling hieromtrent te prae-adviseeren en het prae-advies uit te brengen in de October-vergadering.

6°. Een bij renvooi van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen d.d. 24 Augustus 1921 N°. 4077 Afd. K. W. aan de Afdeeling, met verzoek om bericht en raad, doorgezonden missive van zijn ambtgenoot van Buitenlandsche Zaken d.d. 10 Augustus 1921 N°. 17236 Afd. Juridische Zaken, waarbij deze doet toekomen een schrijven d.d. 28 Juli 1921 N°. 195 van den Amerikaanschen Gezant te 's Gravenhage met eene bijlage, inhoudende eene uitnoodiging van de „*American opthalmological Society*", „*the Section on ophthalmology of the American medical Association*" en „*the American Academy of ophthalmology and Oto Laryngology*" aan de Nederlandsche Regeering om Nederlandsche geleerden te doen deelnemen aan een internationaal congres van ophthalmologen, dat van 25—28 April 1922 te Washington zal bijeenkomen.

De Voorzitter deelt mede, dat het Bestuur der Afdeeling, nadat

het zich in verbinding had gesteld met het Bestuur van het Nederlandsch oogheelkundig Gezelschap, de voldoening heeft gehad dat de Voorzitter van dat Gezelschap, de Heer G. F. Rochat, hoogleeraar aan de Rijks-Universiteit te Groningen, zich bereid verklaard heeft als vertegenwoordiger voor Nederland bovengenoemd congres bij te wonen.

Aan den Minister zal hiervan kennis gegeven worden.

7°. Mededeeling van den Algemeen-Secretaris van den „*International Research Council*", dat de 2e algemeene vergadering van dit Instituut zal gehouden worden te Brussel op 25 Juli 1922 en volgende dagen. Tevens wordt vóór 1 Maart 1922 inzending gevraagd van een opgaaf der onderwerpen, welke onze Afdeeling eventueel daar voor bespreking zou wenschen in aanmerking te doen komen.

De Voorzitter deelt mede dat twee leden van het Bestuur als afgevaardigden onzer Akademie die vergadering zullen bijwonen, en hij verzoekt den leden der Afdeeling aan den Secretaris vóór de a.s. November-vergadering opgaaf te doen van de onderwerpen, welke zij ter bespreking te Brussel wenschen voorgedragen te zien.

8°. Schrijven van den Heer Reinier D. Verbeek te 's-Gravenhage ten geleide van een aantal exemplaren van den 2en druk zijner brochure over de onteigening van duingronden te Wassenaar ten behoeve van de Haagsche watervang en zulks ter distributie dezer exemplaren onder de belangstellende leden der Afdeeling.

De exemplaren worden ter beschikking der leden gesteld.

9°. Schrijven van den Voorzitter van de „*Union astronomique internationale*", waarin de hoop wordt uitgesproken dat, in overeenstemming met den wensch van Nederlandsche astronomen, Nederland binnenkort zal toetreden als lid dier „Union" en waarin tevens aanwijzing gedaan wordt van den weg, die voor die toetreding te volgen zal zijn.

De Voorzitter stelt het schrijven in handen van de Heeren W. de Sitter en E. Hertzsprung ter fine van prae-advies, met verzoek dit uit te brengen in de October-vergadering.

De Voorzitter heet den Correspondent der Afdeeling, den Heer P. C. Flu welkom, die voor het eerst een vergadering der Afdeeling bijwoont.

De Voorzitter deelt daarna mede, dat het prae-advies over de quaestie, waaraan de aanwezigheid van artesisch water in onze duingronden te danken zal zijn, omtrent welke quaestie de Minister van Arbeid de meening der Afdeeling heeft gevraagd, door de Heeren G. A. F. Molengraaff en Eug. Dubois zal worden uitgebracht in de volgende vergadering.

Natuurkunde. — De Heer H. G. van de Sande Bakhuyzen brengt, mede namens de Heeren H. Haga, W. H. Julius, P. Zeeman, en H. Kamerlingh Onnes het volgende prae-advies uit:

Ten einde gevolg te geven aan het verlangen van Uwe Excellentie de meening te kennen van de Akademie van Wetenschappen over de beschouwingen en voorstellen van den Heer Guillaume, directeur van het Bureau International des poids et mesures te Sèvres, naar aanleiding van het verzoek van de Nederlandsche commissie voor de standaarden om de Nederlandsche standaarden van den Meter N°. 19 en N°. 27 met den internationalen standaard M. te vergelijken, heeft de Wis- en Natuurkundige Afdeeling der Akademie de eer Uwe Excellentie de volgende nota toe te zenden.

De Afdeeling heeft daarin eenigszins uitvoerig ook historisch uiteengezet, welke de toestand onzer standaardmeters is, en met welke nauwkeurigheid thans de betrekkingen tusschen die standaarden en den internationalen standaard M. bekend zijn; zij achtte zulks noodig om de beslniten, tot welke zij gekomen is, behoorlijk te motiveeren.

In de eerste plaats zal worden nagegaan of de opmerkingen over den aard der eindstrepen op de Nederlandsche meters gegrond zijn, en of het raadzaam is ze volgens het plan van den directeur van het Bureau des poids et mesures te Sèvres uit te slijpen en door dikkere te vervangen.

In de eerste jaren van het comité des poids et mesures, omstreeks van 1872 tot 1879 of 1880, waren de door de Fransche metercommissie op de platina-iridium meters getrokken eindstrepen zeer fijn, ongeveer 3 mikron breed, en rechts en links daarvan, op ongeveer 20 mikron afstand, van fijne nevenstrepen voorzien.

In de vergadering van het comité van 2 October 1879 (Procès-verbaux pag. 42—44) werd de aard dezer eindstrepen ter sprake gebracht en werd door het lid Herr uit Weenen voorgesteld de fijne strepen te vervangen door dikkere, ten einde de vergelijking mogelijk te maken met andere meetstaven van dikkere eindstrepen voorzien. Aldus werd besloten.

Ditzelfde onderwerp werd behandeld in de zitting van het comité op 28 September 1880 (Procès-verbaux 1880 pag. 25—29), waarin door het lid Foerster uit Berlijn een rapport werd uitgebracht over de metrologische eigenschappen der voorloopige standaarden. Na de

mededeeling van een groot aantal proeven, die de deugdelijke eigenschappen der meetstaven doen kennen, vervolgt hij aldus: de breedte der eindstrepen op de twee onderzochte standaarden is ongeveer drie mikron. Men kan het zeker niet loochenen dat de juiste bepaling van eene lengte door middel van eindstrepen, dat is door de schatting der inhouden van kleine rechthoekjes, afgezien van andere beschouwingen, des te nauwkeuriger is naarmate de strepen fijner zijn. Het zijn voornamelijk de onvermijdelijke veranderingen in de belichting, zoowel wat hare sterkte als wat hare richting betreft, en de verschillen in de optische eigenschappen der mikroskopen die een veel geringeren invloed uitoefenen op de waarneming der fijne dan op die der dikke strepen. Aan den anderen kant worden echter de vergelijkingen van standaarden met fijne strepen met meetstaven met dikkere eindstrepen lastiger en meer onderhevig aan sommige bronnen van fouten. Na eenige discussie werd besloten het gebruik van dikkere strepen voor te schrijven, zooals reeds in de vergadering van 2 Oct. 1879 geschied was.

Uit een en ander blijkt, dat het comité met het oog op de nauwkeurigheid der metingen de voorkeur geeft aan fijne eindstrepen, zooals die op onze meters N°. 19 en N°. 27 zijn getrokken, maar alleen bezwaren vreest bij de vergelijking met meetstaven met dikkere eindstrepen.

De groote juistheid van de mikroskopische instelling op fijne eindstrepen blijkt ook uit al de waarnemingen, die door de Nederlandsche Commissie (Bosscha, Oudemans, Stamkart) te Parijs verricht zijn, ter bepaling van het lengteverschil van den mètre des Archives met de Nederlandsche standaarden N°. 19 en N°. 27.

Een ander bezwaar tegen de eindstrepen, zooals die op de eerste standaarden en ook op de onze zijn aangebracht, is de aanwezigheid der nevenstrepen op ongeveer 20 mikron rechts en links van de eindstreep. Dit bezwaar is in de vergaderingen van het comité besproken en wordt ook vermeld in de brieven van den Heer Guillaume. In den brief van 15 April schrijft hij: Le premier tracé avait été rejeté comme susceptible de fausser les pointés. En effet si les trois traits ne sont pas rigoureusement équidistants, un observateur même habile et prévenu, ne pourra manquer d'être influencé dans son pointé par les deux traits situés extérieurement à la paire des fils, mais tout près des fils. En fait il n'est pas possible de dissocier, dans le pointé, le trait central des deux traits latéraux.

In den brief van 30 Mei schrijft Guillaume nogmaals over den invloed der nevenstrepen en vermeldt dat twee geoefende waar-

nemers instellingen op de eindstrepen van N°. 19 en N°. 27 hebben verricht; hunne verschillen waren:

N°. 19 0.4 mikron,
N°. 27 0.6 mikron.

Hij laat daarop volgen: „L'explication en est évidente et elle a été donnée d'avance: vos trois traits ne sont pas équidistants, et l'un des observateurs est influencé plus par eux qne l'autre".

Niettegenstaande de vele duizenden metingen door de Nederlandsche Commissie te Parijs op de meters N°. 19 en N°. 27 verricht, vindt men nergens in de uitvoerige verslagen door Bosscha opgesteld gewag gemaakt van eenigen hinderlijken invloed der nevenstrepen. Hetzelfde kan gezegd worden van de metingen door twee ingenieurs der Rijkscommissie van graadmeting met den Heer H. G. v. d. Sande Bakhuyzen in 1913 en 1914 te Delft verricht ter vergelijking van de meetstaaf in den franschen toestel voor basismeting met den standaard N°. 27, waarvan een verslag is uitgebracht in de verslagen der Kon. Akademie van Wetenschappen Deel XXIII pag. 311.

Naar aanleiding van deze metingen is een afzonderlijk onderzoek ingesteld omtrent de mogelijke systematische verschillen tusschen de uitkomsten der drie waarnemers. Uitdrukkelijk zij hier vermeld dat de gewone persoonlijke fout, die men altijd begaat als met een mikroskoop, voorzien van een evenwijdig dradenpaar, op een streep wordt ingesteld, door eene behoorlijke samenstelling der waarnemingen was geëlimineerd. Men heeft dus getracht te vinden of er, buiten deze persoonlijke fout, nog andere systematische fouten, verschillend voor de drie waarnemers, overgebleven waren, b.v. door de aanwezigheid der nevenstrepen, ongelijke dikte der eindstrepen van den meter en de meetstaaf, enz.

Te dien einde heeft men de middelbare fout van een metingsresultaat opgemaakt door de vergelijking der uitkomsten op verschillende dagen door een zelfden waarnemer verkregen; hierbij speelt dus de bovengenoemde systematische fout geen rol. Die middelbare fouten waren voor den waarnemer W. ± 0.14, waarnemer D. ± 0.10, waarnemer B. ± 0.18, dus gemiddeld ± 0.14 mikron.

Daarna is diezelfde middelbare fout berekend door vergelijking der uitkomsten van de drie waarnemers onderling, waarbij de systematische fout dus wel een rol speelt en de middelbare fout zal vergrooten. Het bleek nu dat volgens deze tweede berekening het bedrag van die middelbare fout ± 0.18 mikron was. Er is dus aanwijzing van een mogelijke systematische fout, maar haar bedrag is klein, zeker niet veel grooter dan 0.1 mikron.

Ter beantwoording van de vraag in hoever de dikte der eind-

strepen invloed heeft op de vergelijking van meetstaven, is het van belang te weten, hoe groot het verschil in dikte is van de strepen op onzen standaard N°. 27 en op de meetstaaf in den Franschen basistoestel. Bij de metingen te Delft is op dit verschil niet gelet, doch daarna is aan den chef der geodetische afdeeling van den Service géographique de l'armée te Parijs verzocht de dikte van de strepen op de meetstaaf van het basisapparaat te bepalen. Tot zijn spijt kon hij deze bepaling eerst in October of November verrichten, zoodat de uitkomsten in deze nota niet kunnen worden medegedeeld.

Met het oog op deze uitkomsten aarzelt men, om zonder nader onderzoek, de verklaring der groote te Parijs gevonden verschillen, welke door Guillaume in zijn brief van 30 Mei wordt gegeven, als volkomen juist aan te nemen. Dat die aarzeling geheel gerechtvaardigd was, bleek uit het antwoord van den Heer Guillaume d.d. 2 Juli 1921 op een brief van den Heer v. d. Sande Bakhuyzen, waarin deze voorstelde dat te Parijs zou onderzocht worden of men hier niet met een gewone persoonlijke fout te doen heeft. De Heer Guillaume schrijft in den hier in copy bijgaanden brief: Mais lorsqu'ils ont exécuté des comparaisons de vos règles, ils n'avaient pas encore adopté cette méthode (namelijk om de persoonlijke fout te elimineeren) et leur équation personnelle, tenant à la fois à la difference de largeur des traits, et à la différence d'écartement des fils était restée en entier dans les valeurs qu'ils ont trouvées l'un et l'autre pour vos étalons. Hij laat daar verder aan het einde van de 2e alinea op volgen: Autant qu'on puisse le voir l'action des traits latéraux sur les pointés est très faible.

Zoo we dit alles samenvatten blijkt:

1°. dat door fijne deelstrepen de nauwkeurigheid der metingen in het algemeen wordt verhoogd, en dat dikke strepen alleen dan eenig voordeel kunnen opleveren als de meter moet vergeleken worden met meetstaven met dikke eindstrepen, zooals die gewoonlijk bij grovere meetstaven voorkomen:

2°. dat, noch bij de metingen der Nederlandsche Commissie te Parijs, noch bij de vergelijking van de meetstaaf in den Franschen basistoestel met den standaard N°. 27 te Delft eenig bezwaar is ondervonden van de fijnheid der eindstrepen of van de aanwezigheid der nevenstrepen;

3°. dat ook volgens den Heer Guillaume, in tegenstelling met wat hij aanvankelijk meende, de groote verschillen der twee Parijsche waarnemers eenvoudig een gevolg waren van de gewone persoonlijke fouten, die men gemakkelijk op verschillende wijze kan elimineeren, en dat de invloed der nevenstrepen op de metingen zeer gering is.

Voor het gebruik onzer beide meters N°. 19 en N°. 27 is het van belang dat niet alleen hun lengte met betrekking tot den internationalen meter, maar ook hunne uitzettingscoëfficienten nauwkeurig bekend zijn. Het is dus van belang na te gaan of het noodig is deze opnieuw te bepalen.

In het rapport door de H.H. Bosscha en Oudemans in 1886 aan de Regeering uitgebracht worden de uitzettingen per meter, in mikrons uitgedrukt, opgegeven als volgt:

Meter 19 $8{,}5032 + 0{,}00587\ t$,
Meter 27 $8{,}4327 + 0{,}00802\ t$.

Deze waarden waren verkregen door het onderzoek van een klein stukje metaal van elk dier meters volgens de methode van Fizeau. Behalve deze waarden deelt Bosscha in zijne nota: La dilatation des nouveaux étalons (Archives neerlandaises Tome XXV) de uitkomsten mede verkregen door vergelijking der lengten van de meters bij verschillende temperaturen met een nauwkeurigen comparator. Hij stelt deze uitkomsten, terecht, boven die welke verkregen waren volgens de methode van Fizeau, en in zijne verdere beschouwingen vermeldt hij ze dan ook alleen.

Uit de waarden van de zoo bepaalde uitzettingscoëfficienten van 30 meters, alle vervaardigd uit het platina-iridium metaal van Matthey, blijkt duidelijk dat, afgezien van toevallige fouten, deze uitzettingscoëfficienten alle aan elkaar gelijk zijn en dat dus hun nauwkeurigste waarde gevonden wordt door hun gemiddelde te vormen; dit gemiddelde is volgens de metingen van Benoit en Guillaume gelijk aan $8{,}593 + 0{,}00242\ t$.

Met betrekking tot de 4 meters, die evenals onze standaarden N°. 19 en N°. 27 uit eenzelfde gietblok in het Conservatoire des arts et métiers zijn vervaardigd, komt Bosscha tot het besluit dat ook hunne uitzettingscoëfficienten onderling gelijk zijn, en dat zij tusschen 0° en 20° 0,02 mikron kleiner zijn dan die van de meters van het metaal van Matthey.

Deze beschouwingen worden geheel gedeeld door Guillaume, die in zijn brief van 2 Juli schrijft: Pour la dilatation de vos règles, voici ce que je puis vous dire: dans une même coulée de platine iridié l'homogénéité de dilatabilité est très grande. En effet les mesures très précises que nous avons faites récemment sur les règles présentant les plus grands écarts dans la coulée principale ont montré que ces écarts sont en grande partie, si non en totalité inopérants, et nous serons probablement conduits par la suite de notre étude de cette question à admettre pour toutes les règles la même formule de dilatation. Or nous avons déterminé avec précision

la dilatabilité de quatre règles dans la grande coulée de 1874, et je pense que le mieux serait d'admettre pour vos deux règles la valeur moyenne qui était trouvée alors; l'erreur possible faite en partant de cette hypothèse paraît devoir être insignifiante.

Een goede controle op deze beschouwingen wordt opgeleverd door de lengten van de meetstaaf van den franschen basistoestel in internationale meters, verkregen door metingen verricht te Parijs en te Delft. De op die beide plaatsen gevolgde methoden, gebruikte toestellen en vergelijkingsmeters en de daar aanwezige waarnemers waren alle verschillend.

Volgens de nota van v. D. Sande Bakhuyzen: Vergelijking van den Nederlandschen platina-iridiummeter .... enz. (Verslag van de vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling der Akademie Deel XXIII pag. 323), was de te Parijs bepaalde lengte van de fransche meetstaaf bij 0°, als M_0 de lengte van den internationalen meter bij 0° is, in mikrons:

$$L_0 = 4\,M_0 - 348{,}5.$$

De metingen zijn verricht bij een gemiddelde temperatuur van 15° en de gebruikte uitzettingscoëfficient tusschen 0° en 15° was 8,662 (door een drukfout is hiervoor in de nota 1,662 gedrukt). Volgens de betere, door Benoit en Guillaume gevonden formule, zou de uitzettingscoëfficient tusschen 0° en 15° hebben moeten zijn 8,611, en zoo men van deze waarde uitgaat, is de juistere waarde van de te Parijs vergeleken meetstaaf:

$$L_0 = 4\,M_0 - 348{,}5 - 4 \times 15 \times 0{,}051 = 4\,M_0 - 351{,}6.$$

Uit de metingen te Delft verricht volgde:

$$L_0 = 4\,M_0 - 357{,}2.$$

Deze metingen zijn ook verricht bij een gemiddelde temperatuur van 15° en de gebruikte uitzettingscoëfficient tusschen 0° en 15° was 8,493 (door een drukfout in de nota is hiervoor 1,493 gedrukt), terwijl, volgens het voorgaande, de juistere uitzettingscoëfficient 0,02 kleiner is dan die van het metaal van Matthey dus 8,591. De juistere uitkomst van de te Delft verrichte metingen wordt dan:

$$L_0 = 4\,M_0 - 357{,}2 + 4\,(8{,}591 - 8{,}493) \times 15 = 4\,M_0 - 351{,}3.$$

De uitkomsten der metingen te Parijs en te Delft volbracht zijn dus volkomen in overeenstemming en wettigen de juistheid van het besluit dat de gebruikte uitzettingscoëfficienten weinig van de waarheid zullen verschillen.

Uit de voorafgaande beschouwingen kan men de volgende conclusies afleiden.

1°. De uitkomsten door Bosscha uit de metingen der Nederlandsche commissie afgeleid, welke hij in zijn rapport aan de regeering in

1886 en in verschillende nota's heeft medegedeeld verdienen groot vertrouwen, en de door hem berekende numerieke gegevens zijn zeer nauwkeurig; nieuwe bepalingen van de lengten en uitzettingscoëfficienten der meters N°. 19 en N°. 27, hoewel altijd wenschelijk, vooral een directe vergelijking met den internationalen meter, worden door het voorhanden zijnde waarnemingsmateriaal geenszins gevorderd.

2°. De wijze, waarop de eindstrepen en nevenstrepen op de meters zijn aangebracht, heeft in geenerlei opzicht tot bezwaren aanleiding gegeven; integendeel, zij veroorlooft zeer nauwkeurige metingen. Het uitslijpen der strepen is dan ook *volkomen ontoelaatbaar*; daardoor zouden voor een goed deel de uitkomsten van een groot wetenschappelijk onderzoek van hooge waarde verloren gaan, de grondslag van ons maatstelsel zou daardoor vernietigd worden, en tevens zou men den meter verliezen waarop ten deele de lengte van de basis van het driehoeknet van Nederland berust.

3°. Wellicht zou, met behoud van de bestaande eindstrepen, op eenigen afstand van deze een stel dikkere strepen kunnen worden getrokken en deze zouden kunnen dienst doen bij vergelijking van meetstaven met dikke eindstrepen. De Afdeeling ziet echter het nut van deze strepen niet in, daar ongetwijfeld met de bestaande strepen eene vergelijking met de in zulke gevallen voldoende nauwkeurigheid van een paar duizendste deelen van een millimeter kan worden volbracht.

In geen geval mag echter besloten worden tot het trekken van zulke nieuwe strepen, indien er eenig vermoeden bestaat dat hierdoor, in hoe geringe mate dan ook, eenige verandering in de meetstaven zou kunnen worden veroorzaakt. Deze operatie mag dan ook, als er toe besloten is, alleen worden verricht onder voortdurende tegenwoordigheid en toezicht van een door de Nederlandsche regeering te benoemen volkomen deskundige.

De Akademie wijst ten slotte op de groote wenschelijkheid het vervoer der meetstaven van Parijs naar Nederland te doen geschieden onder persoonlijk geleide van een deskundige, zooals in der tijd is geschied, toen de meters door de H.H. Bosscha en Oudemans in hun spoortreincoupé uit Frankrijk naar Nederland zijn gebracht.

H. Kamerlingh Onnes.
H. Haga.
W. H. Julius.
P. Zeeman.
H. G. van de Sande Bakhuyzen.

De vergadering hecht hare goedkeuring aan dit prae-advies, dat ongewijzigd door haar wordt overgenomen als het advies der Afdeeling, aan den Minister ten antwoord te geven.

Afschrift van een brief van den Heer Guillaume, directeur van het Bureau international des poids et mesures aan den Heer H. G. v. d. Sande Bakhuyzen.

Sèvres le 2 Juillet 1921.

Cher et très honoré Collègue.

Dans les récentes comparaisons, deux observateurs, M. Perard et M. Maudet, se sont astreints à faire, dans chaque série, la moitié des lectures en se plaçant d'un côté du microscope, l'autre moitié en se plaçant de l'autre côté. Ils ont, ainsi, éliminé l'équation personnelle sur chaque trait séparément. Mais, lorsqu'ils ont exécuté des comparaisons de vos règles, ils n'avaient pas encore adopté cette méthode, et leur équation personnelle, tenant à la fois à la différence de largeur des traits et à la différence d'écartement des fils, était restée en entier dans les valeurs qu'ils ont trouvées l'un et l'autre pour vos étalons.

Il leur reste, maintenant, à achever une assez grosse série de mesures sur les étalons nationaux, puis viendra notre dispersion pour les vacances, de telle sorte que le travail sur vos étalons, par le procédé pointé avant et arrière, ne pourra être entrepris que plus tard. Je pense même que nous ne pourrons y songer qu'après la Conférence, c'est à dire vers le milieu d'octobre. Si vous pouviez nous laisser vos étalons jusqu'à ce moment, ce serait pour le mieux. En attendant, je ne puis guère vous faire de communications autres que celles contenues dans ma lettre du 30 mai, car les mesures de l'écartement des trois traits de chacune de vos règles, faites par les deux observateurs, n'ont pas conduit à des résultats très nets. Il s'agissait essentiellement, dans la mesure de ces traits, de savoir si la différence dans les équations tenait aux causes indiquées ci-dessus, ou si les pointés sur le trait central étaient influencés par la légère dissymétrie des deux traits latéraux. Autant qu'on puisse le voir, l'action des traits latéraux sur les pointés est très faible.

Pour la dilatation de vos règles, voici ce que je puis vous dire : dans une même coulée de platine iridié, l'homogénéité de dilatabilité est très grande. En effet, les mesures très précises que nous avons faites récemment sur les règles présentant les plus grands écarts dans la coulée principale ont montré que ces écarts sont en grande partie, sinon en totalité, inopérants, et nous serons probablement conduits par la suite de notre étude de cette question, à admettre pour toutes les règles la même formule de dilatation.

Or, nous avons déterminé avec précision la dilatabilité de quatre règles dans la grande coulée de 1874, et je pense que le mieux serait d'admettre, pour vos deux règles, la valeur moyenne qui était trouvée alors; l'erreur possible faite, en partant de cette hypothèse, parait devoir être insignifiante.

Au sujet d'un nouveau tracé, dont je vous avais fait la proposition, j'estime que la question n'est pas encore parfaitement au point. La société Génevoise a fait, il est vrai, sur la règle danoise, des traits nettement meilleurs que ceux de la plupart des prototypes; pourtant, la surface étant moins plane, on est un peu dépendant du mode d'éclairage. Il faudrait, à mon sens, avant d'envisager la possibilité d'un nouveau tracé, s'assurer que l'expérience gagnée par la Société Génevoise puisse amener à une perfection encore plus grande.

J'espère qu'il me sera possible de vous envoyer, dans le courant de novembre, des résultats satisfaisants des études sur vos étalons.

Je vous prie d'agréer, cher et très honoré collègue l'expression de mes sentiments très sincèrement dévoués.

Le directeur du Bureau
(signé) Ch. Ed. Guillaume.

Sterrekunde. — C. H. Hins. *„Over een veranderlijkheid met de declinatie van de persoonlijke fout bij registreer-waarnemingen."*

(Aangeboden door de Heeren E. Hertzsprung en W. de Sitter.)

Bij de reductie der R.K. van het in gang zijnde programma aan den Leidschen Meridiaancirkel deed zich de vraag voor, op welke wijze rekening te houden met den gang der klokfout.

De eerste complicatie, die zich daarbij voordoet is een gevolg van de in Leiden reeds sedert jaren bestaande inrichting, dat de registreerende pendule, Knoblich, een andere is dan de hoofdpendule der Sterrewacht, Hohwü 17.

In het kort zij hierom aangegeven, hoe de reductie bij vroegere waarnemingsreeksen haar loop had.

Voor het begin en aan het slot der waarnemingen werden gedurende anderhalve minuut met tusschenruimten van drie seconden de tikken der pendule Hohwü 17 geregistreerd op de papierstrook, waarop de pendule Knoblich iedere twee seconden aangeeft. Op deze wijze werden dus op twee tijdstippen verkregen de waarden van het tijdverschil Kn.—H. 17. Ook indien deze vergelijkingswaarnemingen drie of meermalen zijn gedaan, zijn zij toch altijd gedurende den avond door een rechte lijn voorgesteld. Zie Pannekoek Deel X 1ste stuk Annalen Leiden.

Met geregelde tusschenpoozen van ongeveer tien dagen worden tijdswaarnemingen verricht, die een dag. gang der pendule H. 17 opleveren. Deze waargenomen gang in het tijdsverloop tusschen twee tijdsbepalingen wordt met behulp van de formule:

$$p = dag.\ gang - 0^s{,}0153\,(b^s - 760^s) + 0^s{,}0263\,(t^\circ - 10^\circ) - 0^s{,}37\,(t - t')$$

herleid tot den zoogenaamden gered. dag. gang p bij $t = 10^\circ$, $b = 760''$ en $t - t' = 0$.

In bovenstaande formule stelt voor:

b den over het tijdvak tusschen de tijdswaarnemingen gemidd. barometerstand.

t de over het tijdvak tusschen de tijdswaarnemingen gemidd. temperatuur.

$t - t'$ het over het tijdvak tusschen de tijdswaarnemingen gemidd. verschil der temperatuuraflezingen onder en boven in de kast der pendule.

dag. gang: de uit de tijdsbepalingen gevonden ruwe gang.

Voor een waarnemingsavond werd nu omgekeerd, uit den gereduceerden gang p van het tijdvak, waarin de waarnemingsavond ligt, met de gedurende den avond waargenomen b, t en $t—t'$ de gang der H. 17 gedurende de waarnemingen afgeleid.

Alle sterdoorgangen, die op de strook in Kn. tijd gegeven zijn, zoowel van fund. als van programsterren konden door het geinterpoleerde verschil Kn.—H. 17 omgezet worden in H. 17 tijd, of wat op het zelfde neerkomt: uit den relatieven gang Kn.—H. 17 en den gang H. 17 werd afgeleid de absolute gang Kn.

De fund. sterren leverden bij deze methode dus slechts de gemiddelde klokfout op een gemiddelden sterretijd en droegen niet bij tot de afleiding van den klokgang.

De vraag deed zich nu voor of het niet mogelijk was met uitsluiting der pendule H. 17, uit de geregistreerde doorgangen der fund. sterren af te leiden zoowel de gemiddelde klokfout als den klokgang gedurende den avond, alles dan uitgedrukt in Kn. tijd.

Om tot een beantwoording dezer vraag te geraken stel ik naast elkaar de postulaten, die bij beide methoden moeten worden aangenomen.

Methode I (door bemiddeling van H. 17).

1. De sterdoorgangstijden der fund. sterren moeten voldoende goed zijn om in hun gemiddelde een nauwkeurige klokfout op te leveren.

2. De verkregen rel. gang Kn.-H 17 moet juist zijn, waaruit de onderpostulaten volgen:

2*a*. De gang der Kn.-pendule gedurende den avond moet gelijkmatig zijn.

2*b*. Het registreeren der tikken der H 17-pendule moet juist zijn.

2*c*. Er mag geen systematisch verschil bestaan tusschen het registreeren der H. 17-seconden tikken vóór de waarnemingen en na een 3 à 4-urig waarnemen.

3. De gang der H. 17 moet niet alleen in het gemiddelde voor meerdere dagen de vroeger genoemde formule volgen, doch moet dit doen zonder eenige vertraging of m. a. w. de pendule H. 17 moet op iedere temp. en barometerverandering direct reageeren.

Methode II (met uitschakeling van de pendule H. 17).

1. De sterdoorgangstijden der fund. sterren moeten voldoenden graad van nauwkeurigheid bezitten om in hun gemiddelde op te leveren een betrouwbare klokfout en daarnaast een betrouwbaren klokgang.

2. De gang der Kn. pendule moet gedurende den waarnemingstijd gelijkmatig zijn.

Wanneer we beide groepen postulaten vergelijken blijkt postulaat II, 2 identiek te zijn met I, 2*a*.

Postulaat II, 1 en I, 1 verschillen slechts in zooverre, dat aan de waarnemingen bij de tweede methode grootere eischen worden gesteld en de vraag reduceert zich dus tot de volgende:

Welke eischen moeten aan de waarnemingen worden gesteld opdat zij geschikt zijn voor het afleiden van een klokgang?

Daarvoor is het allereerst wenschelijk, dat de programsterren alle ingesloten zijn tusschen fund. sterren, zoodat dus nergens extrapolatie van den klokgang plaats vindt, in tijden, waar geen fund. sterren zijn waargenomen (dus steeds aanvangen met en steeds eindigen met een aantal fund. sterren).

Ten tweede is daarvoor noodzakelijk, dat de fund. sterren, of liever de groepen van fund. sterren voldoende ver van elkaar liggen, opdat de toevallige fouten in de doorgangstijden gedeeld door hun tijdsafstand onderling, kleine grootheden opleveren.

Deze vereischten kunnen theoretisch steeds vervuld worden door een doelmatige opstelling van het waarnemingsprogramma.

Slechts bij avonden, die ontijdig onderbroken worden door opkomende bewolking kan buiten de macht van den waarnemer hierin gefaald worden.

Het is dus noodig de nauwkeurigheid der verkregen doorgangstijden nader te beschouwen.

De doorgangstijden der fund. sterren worden beïnvloed door twee soorten fouten:

1°. toevallige,

2°. systematische.

Omtrent den invloed der eerste kan een indruk verkregen worden uit de middelbare fout van den doorgangstijd, afgeleid uit de afzonderlijke draadsdoorgangen (in het Leidsche geval elf). Deze middelbare fout zal in het algemeen $0^s.024$ niet overschrijden. Hadden we dus twee groepen van vier fund. sterren elk, uit elkaar liggende twee uur, dan zou als middelbare fout van den klokgang volgen:

$$\pm \frac{\sqrt{0.012^2 + 0.012^2}}{120} = \pm\, 0.00014.$$

De tweede categorie fouten speelt echter een minstens even groote rol en het moet daarom een eerste werk zijn de doorgangstijden daarvan te zuiveren.

Onder deze systematische fouten zou ik willen rangschikken:

1°. helderheidsfout.

Door zooveel mogelijk gebruik te maken van gazen, kan deze

fout allereerst ingeperkt worden tusschen nauwe grenzen. Het overblijvende moet echter zooveel mogelijk opgeheven worden door de helderheidsfout der verschillende waarnemers te bepalen en in rekening te brengen.

2°. de fouten, die de aangenomen plaatsen der fund. sterren aankleven. Waar het bij een eenigszins uitgebreid programma bijna onmogelijk is zich bij de keuze der fund. sterren te beperken tot het kleine aantal zeer goed bekende, en het daarom onvermijdelijk is sterren als fundamentalen te gebruiken, die van twijfelachtige waarde zijn, moeten deze fouten een grooten invloed hebben èn op de gemiddelde klokfout maar vooral op den klokgang, (zie de groote waarschijnlijke fouten, die Boss' P. G. C. voor verschillende sterren reeds voor de epoche 1910,0 aangeeft.)

3°. persoonlijke fouten der verschillende waarnemers.

Aannemende, dat de onder 1°. genoemde fout ter zijde gesteld is wil ik een poging wagen, de onder 2°. en 3°. genoemde zooveel mogelijk te ontgaan en daarbij aanvangen met 3°.

Uit het complex van waarnemingen der verschillende waarnemers, gezuiverd van hun individueele fouten, is het dan misschien mogelijk een schatting te maken van de onder 2°. genoemde.

Een korte uiteenzetting van het Leidsche werkprogramma moge voorafgaan. De programsterren zijn zooveel mogelijk ingedeeld in zones, waarbij in verband met het niet al te talrijke materiaal (1600 sterren verdeeld over 24 uren rechte klimming en decl. —2° tot 52°, en de verdeeling in R.K. nog zeer onregelmatig) de zones niet heel smal konden genomen worden.

Ofschoon in groote trekken werd vastgehouden aan de zones 0—20, 20—30, 30—40 en 40—Zenith, was het toch menigmaal noodig, sterren van iets verschillende declinatie in een zone onder te brengen.

De fund. sterren werden zoo gekozen, dat zij lagen onder, in of boven de zone, zoodat de zone zooveel mogelijk was ingesloten.

Waar het dus voorkomt, dat op een zelfden avond fund. sterren worden waargenomen met declinaties, die 25° uiteenloopen, deed zich de vraag voor of de verschillende waarnemers sterren met zulke uiteenloopende decl., dus veldsnelheden, op dezelfde wijze registreerden.

Bleek zulk een systematisch verschil te bestaan, dan was het wenschelijk de doorgangstijden der afzonderlijke sterren te corrigeeren op een denkbeeldige ster met declinatie gelijk aan de gemiddelde decl. der gebruikte fund. sterren.

De doorgangstijden der programsterren konden dan ook herleid

worden op deze denkbeeldige ster en door de zuivere differentieele reductie zouden de uitkomsten der programsterren bevrijd worden van deze systematische fout.

Tot dit doel zijn de afzonderlijke avonden der waarnemers op de volgende wijze behandeld.

Laten door waarnemer X. op een avond waargenomen zijn n fund. sterren, die doorgangstijden in Kn. tijd hebben opgeleverd $T_1 \ldots T_n$ gemiddeld T, laten haar declinaties zijn $\delta_1 \ldots \delta_n$ gemiddeld δ, en de klokfouten, die zij opgeleverd hebben $a_1 \ldots a_n$ gemiddeld a.

Als onbekenden zijn aangenomen de klokgang $= x^s$ per minuut en de eventueele invloed der decl. op den doorgangstijd $= + y^s$ per 1° afwijking van de gemiddelde declinatie.

Voor zulk een avond zijn dan opgesteld de n vergelijkingen:

$$(T - T_i)\, x + (\delta - \delta_i)\, y = (a^s - a_i^s) \qquad i = 1 \ldots\ldots n$$

en uit deze n vergelijkingen zijn met de methode der kleinste kwadraten opgelost de waarden der onbekenden x en y.

De op deze wijze verkregen klokgang x kan beschouwd worden als een eerste benadering van den uit de avondwaarnemingen afgeleiden klokgang.

De vraag is echter, hoe gedragen zich deze y's, verkregen uit de verschillende avonden van een en den zelfden waarnemer?

Waarnemer H.

Hieronder volgt een lijst van uitkomsten voor de y's uit 39 avonden, verdeeld over de jaren 1920 en 1921. De lijst is gerangschikt naar de opklimmende gemiddelde declinatie der op iederen avond gebruikte fund. sterren.

De 1ste kolom geeft den datum der waarnemingen.
De 2de kolom geeft de gemiddelde decl. der gebruikte fund. sterren.
De 3de kolom geeft de uit de oplossing gevonden waarde van y.

21 Maart 1920	3°.9	$+0^s.00147$	8 Febr. 1920	21°.8	$+0^s.00065$
29 „ „	3°.9	+0.00123	15 „ „	23°.9	+0.00274
23 Mei „	10°.0	+0.00263	21 Maart „	27°.6	+0.00151
13 „ „	11°.8	−0.00160	21 Febr. „	29°.3	+0.00304
23 Febr. 1921	13°.2	+0.00235	3 Maart 1921	29°.4	+0.00319
14 „ 1920	14°.4	−0.00163	11 Febr. 1920	29°.9	+0.00268
14 Juli „	16°.3	+0.00250			
15 „ „	16°.3	+0.00307			
18 Mei „	18°.8	−0.00030			

21 Jan. 1920	30°.6	+0s.00181	16 Mei 1920	40°.4	+0s.00312
20 Febr. 1921	30°.7	+0.00283	13 „ „	41°.0	+0.00387
17 „ 1920	32°.5	+0.00544	15 Dec. 1919	41°.6	+0.00863
10 Maart 1921	32°.8	+0.00169	25 Jan. 1920	41°.8	+0.00597
14 Aug. 1920	34°.4	+0.00162	21 Maart „	43°.0	+0.00519
14 Febr. 1921	34°.8	+0.00317	23 Febr. „	43°.2	+0.00620
23 April 1920	35°.9	+0.00430	14 Jan. „	43°.5	+0.00642
6 Febr. „	35°.9	+0.00343	20 Febr. „	43°.6	+0.00638
3 Mei „	35°.9	+0.00145			
21 „ „	36°.5	+0.00149			
16 April „	37°.9	+0.00247			
29 Maart „	38°.4	+0.00356			
18 „ „	38°.9	+0.00203			
10 April „	39°.2	+0.00322			
26 Febr. „	39°.7	+0.00465			
19 „ „	39°.9	+0.00504			

Direct valt in het oog, dat de gezochte systematische fout bestaat, door het overwegen der positieve teekens: maar ook treft, dat de invloed niet constant is bij de verschillende declinaties, doch een duidelijke toeneming vertoont bij toenemende declinaties.

Om dit sprekender te maken zijn de verkregen waarden der y's gemiddeld naar dezelfde zones, als waarnaar de waarnemingen verdeeld zijn. Dan ontstaat de volgende tabel:

Zône	0°—20°	12°,1	0 ,00108 ± 61
„	20°—30°	27°,0	0 ,00230 ± 42
„	30°—40°	35°,9	0 ,00301 ± 33
„	40°—hooger	42°,3	0 ,00572 60

Daar de veldsnelheid evenredig is met sec. δ, heb ik getracht de gevonden afwijking voor te stellen door een waarde evenredig met de verandering van sec. δ dus door een formule:

$$y = A \frac{d}{d\delta} sec\, \delta = A\, tg\, \delta\, sec\, \delta.$$

De vier bovenstaande gemiddelden geven vier conditievergelijkingen voor de onbekende A. Aan iedere verg. is een gewicht toegekend gelijk aan het aantal avonden, dat tot de verg. heeft bijgedragen.

De y kan dan voorgesteld worden door de formule:

$$y = + 0^s.00401 \; tg \, \delta \, sec \, \delta.$$

De verschillen tusschen de volgens deze formule berekende waarden der y's en de waargenomen y's zijn dan voor de vier zones:

$-0^s,00020$, $-0^s,00001$, $+0^s,00057$. $-0^s,00079$

De correctie, aan te brengen aan den doorgangstijd van een ster met decl. δ_i als de gemiddelde decl. van den avond is δ wordt dan:

$$z = \frac{0.00401}{bg\,1^\circ} \int_{\delta}^{\delta_i} tg \, \delta \, sec \, \delta \, d\delta = 0^s.230 \, (sec \, \delta_i - sec \, \delta)$$

Indien $\delta_i > \delta$ moet aan den doorgangstijd een pos. correctie worden aangebracht.

Indien dus $\delta_i < \delta$ moet aan den doorgangstijd een neg. correctie worden aangebracht of wat hetzelfde is:

Hooge sterren worden te vroeg geregistreerd.

Lage „ „ „ laat „

Waarnemer Z.

Hieronder volgt wederom een lijst van uitkomsten der y's, gerangschikt op dezelfde wijze als bij waarnemer H.

22 Maart 1920	5°.0	$+0^s.00159$	10 Juni 1920	31°.2	$+0^s.00339$
23 Febr. „	11°.1	+0.00167	3 Febr. „	32°.2	+0.00222
12 Mei „	11°.3	−0.00013	8 Juni „	32°.5	+0.00314
18 Febr. „	14°.0	+0.00077	27 Aug. „	32°.6	+0.00547
15 Mei „	18°.4	+0.00095	24 Febr. „	34°.3	−0.00017
21 „ „	18°.4	+0.00041	23 „ „	36°.8	+0.00535
12 Febr. 1920	22°.4	−0.00275	21 Juni 1920	40°.0	+0.00132
5 „ „	23°.6	+0.00377	17 Aug. „	42°.0	+0.00315
28 Oct. „	25°.6	+0.00288	9 Jan. „	42°.2	+0.01195
19 Nov. „	28°.0	+0.00209	19 Febr. „	43°.2	+0.01142
8 „ „	28°.6	+0.00505			

De afzonderlijke uitkomsten zijn wederom gemiddeld in dezelfde zones:

Zone	0°—20°	13°,0	$+0^s,00088$	± 28
„	20°—30°	25°,6	$+0^s,00221$	± 133
„	30°—40°	33°,3	$+0^s,00324$	± 86
„	40°—hooger	41°,8	$+0^s,00696$	± 276

Door het geringere aantal waarnemingsavonden liggen deze ge-

middelden niet zoo vast als bij waarnemer H., ofschoon hetzelfde verschijnsel zich duidelijk voordoet.

Op dezelfde wijze behandeld, kan de y voorgesteld worden door de formule:

$$y = + 0^s,00497 \; tg \; \delta \; sec \; \delta.$$

De residuen zijn daarbij achtereenvolgens voor de vier zones:

$$-0^s,00030, \quad -0^s,00043, \quad -0^s,00068, \quad + 0^s,00100$$

Voor de correctie z aan te brengen aan de doorgangstijden volgt dan:

$$z = + 0^s.285 \; (sec \; \delta_i - sec \; \delta).$$

Ook bij dezen waarnemer derhalve het verschijnsel, dat hooge sterren te vroeg, lage sterren te laat worden geregistreerd.

Waarnemer G.

Hieronder volgt de lijst van afzonderlijke uitkomsten gerangschikt als te voren:

17 Febr. 1920	4°.9	$+0^s.00022$
14 Jan. 1921	6°.7	−0.00158
4 Maart 1920	9°.6	+0.00260
26 „ „	9°.7	−0.00018
6 Febr. „	11°.3	−0.00261
15 „ „	11°.9	+0.00070
24 „ 1921	13°.3	+0.00090
26 „ „	13°.3	+0.00143
14 Mei 1920	13°.4	−0.00075
18 Febr. 1920	22°.4	+0.00113
28 Mei „	27°.2	−0.00174
9 Juni „	30°.1	+0.00068
15 Maart 1921	30°.7	−0.00461
22 Febr. „	31°.2	−0.00201
3 „ 1920	32°.0	−0.00269
19 Mei „	33°.8	−0.00072
11 Maart 1921	34°.2	−0.00263
23 Jan. 1920	33°.9	+0.00297
17 Juli „	34°.4	−0.00043
18 Maart „	34°.9	+0.00036
7 Febr. 1920	35°.7	$+0^s.00123$
26 „ „	35°.9	+0.00095
19 „ 1921	36°.2	−0.00207
10 Mei 1920	36°.7	+0.00105
9 „ „	40°.3	+0.00285
15 Juni „	41°.0	$+0^s.00012$

Wegens de onregelmatiger verdeeling over de verschillende declinaties heb ik deze waarden tot iets andere groepen vereenigd, n.l.

Zone 0°—20°	10°,5	+ 0s.00008 ± 53
„ 20°—35°	31°.3	— 0s.00088 ± 64
„ 35°— hooger	37°.6	+ 0s.00069 ± 50

Daar deze drie groepsgemiddelden alle ongeveer gelijk aan of kleiner zijn dan hun m.f., komen wij voor waarnemer G. tot de conclusie, dat voor hem een declinatieinvloed op de doorgangstijden niet bestaat.

De verklaring voor het gevonden verschijnsel mag misschien hierin gezocht worden, dat de beide waarnemers H. en Z. volgens eigen verklaring als waarnemingsmethode volgen, te trachten het contact van den seinsleutel te doen plaats hebben op het oogenblik, dat de ster een draad passeert, terwijl de waarnemer G. eerst met de registreerbeweging aanvangt op het oogenblik, dat hij meent, dat de ster door den draad wordt gehalveerd.

Dat inderdaad tusschen de waarnemers G. en Z. dit verschil van methode bestaat blijkt ook uit de gedane waarnemingen van hun personeel verschil, dat positief is in den zin G.—Z.

De waarnemers H. en Z. zullen zich dus bij hun registreeren laten beïnvloeden door de snelheid c.sec. δ, waarmede de ster den

Gemidd. decl. fund. sterren	Decl. programst.	Correctie aan den doorg. tijd	
		Waarnemer H.	Waarnemer Z.
20°	10°	—0s.011	—0s.014
20°	15°	— 0.007	— 0.008
20°	25°	+ 0.009	+ 0.011
20°	30°	+ 0.021	+ 0.026
30°	20°	— 0.021	— 0.026
30°	25°	— 0.012	— 0.016
30°	35°	+ 0.015	+ 0.019
30°	40°	+ 0.035	+ 0.043
40°	30°	— 0.035	— 0.043
40°	35°	— 0.019	— 0.024
40°	45°	+ 0.025	+ 0.031
40°	50°	+ 0.058	+ 0.071

draad *nadert*, de waarnemer G. zal daarvan onafhankelijk zijn.

Waar het altijd mogelijk is bij zonewaarnemingen met differentieele reductie de helderheidsfout te beperken binnen zeer nauwe grenzen door het aanwenden van verschillende gazen, terwijl de praktijk dikwijls de noodzakelijkheid met zich brengt de breedte der zones vrij belangrijk te nemen, zal het voor waarnemers, die van zich weten de eerste waarnemingsmethode te volgen, steeds wenschelijk zijn hun doorgangswaarnemingen op een decl. invloed te onderzoeken.

Misschien is het een aanbeveling te meer voor den onpersoonlijken micrometer.

Nevenstaande tabel geeft eenige getalwaarden ten bewijze, dat de correctie bedragen bereikt, die niet te verwaarloozen zijn.

Juli 1921. *Sterrewacht te Leiden.*

Natuurkunde. — W. H. Keesom. „*De berekening der moleculaire quadrupoolmomenten uit de toestandsvergelijking.*" (Mededeeling N°. 9 uit het Laboratorium voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool.)

(Aangeboden door de Heeren H. Kamerlingh Onnes en J. P. Kuenen).

§ 1. *Inleiding.* De eerste term, die in de ontwikkeling van den potentiaal in het veld van de electrische ladingen in een omwentelingssymmetrisch homopolair molecuul bij de ontwikkeling naar machten van r^{-1} optreedt, kan opgevat worden als afkomstig van een zonalen quadrupool.

De moleculaire attractie in tweeatomige homopolaire gassen is, althans voor zoover dat uit het onderzoek van de toestandsvergelijking, in het bijzonder voor waterstof, blijkt, bij de hoogere temperaturen en in verdunden gastoestand, in eerste benadering te beschouwen als te danken aan een zoodanigen quadrupoolterm in het krachtveld van het molecuul. Dat daarbij ten slotte gemiddeld eene attractie optreedt is toe te schrijven aan 2 oorzaken: 1°. dat twee moleculen bij onderlinge nadering elkander zullen trachten te richten zoodanig dat zij elkander aantrekken, en 2°. dat bij onderlinge nadering van twee moleculen de ladingen in het eene onder de werking van die in het andere zich zoodanig verplaatsen, dat ten gevolge hiervan eene attractie ontstaat.

Tot zoover zijn Debije[1]) en schrijver dezes[2]) het eens. Verschil van meening heerscht er echter omtrent de grootten der quadrupool-

---

[1]) P. Debije. Physik. ZS. 22, p. 302, 1921. Interessant is de toepassing door Debije van deze beschouwingen op eenatomige gassen, waar het onder 1° genoemde onderling richten der moleculen wegvalt en alleen de attractie tengevolge van de sub 2° genoemde polarisatie der moleculen overblijft. Zie hiervoor ook F. Zwicky, Physik. ZS. 22, p. 449, 1921. Intusschen zij hierbij opgemerkt, dat bij deze toepassing een quadrupoolterm in het veld van het eenatomige molecuul leidt tot een gemiddelde waarde van de potentieele energie van twee zoodanige moleculen evenredig aan r^{-8} (een bipoolterm zou leiden tot r^{-6}), terwijl daarentegen de waarnemingen voor argon meer spreken ten gunste van r^{-4} of r^{-5} (waterstof beneden het Boyle-punt r^{-4}), zie Leiden Suppl. No. 26 § 3, deze Versl. Oct. 1912, p. 678.

[2]) Meded. N°. 6*b*. Deze Versl. 29, p. 722, 1920. Physik. ZS. 22, p. 129, 1921.

momenten [1]), die aan de moleculen der beschouwde gassen (waterstof, zuurstof en stikstof) op grond van de gegevens der toestandsvergelijking moeten worden toegeschreven.

Door schrijver dezes werden die quadrupoolmomenten afgeleid [2]) uit de experimenteel gevonden tweede viriaalcoëfficienten voor genoemde gassen bij geschikte temperaturen, door vergelijking met de voor vaste quadrupolen, dus bij niet inachtneming van de onder 2°. genoemde verplaatsing der ladingen, afgeleide afhankelijkheid van den tweeden viriaalcoëfficient van de temperatuur. Later [3]) werd aangetoond, dat de invloed van de verplaatsbaarheid der ladingen bij die temperaturen slechts gering is vergeleken met die van de aan de vaste quadrupolen te danken attractie. Daarmit volgt dan, dat de waarden, die men uit de experimenteele gegevens voor de quadrupoolmomenten afleidt, door het rekening houden met de verplaatsbaarheid der ladingen, geen belangrijke wijzigingen zullen ondergaan.

Daarentegen komt Debije volgens eene andere wijze van berekeking voor zuurstof en stikstof tot aanmerkelijk hoogere waarden voor de quadrupoolmomenten en meent hij op verschillende gronden aan deze hoogere waarden de voorkeur te moeten geven.

In deze mededeeling zal nader blijken dat schrijver dezes zich bij deze meening niet kan aansluiten, en zal door verdere berekeningen nagegaan worden welken invloed het in rekening brengen van de polariseerbaarheid der moleculen heeft op de waarde, die voor het quadrupoolmoment gevonden wordt. Daarbij zal blijken, dat die invloed inderdaad, zooals verwacht werd, gering is.

§ 2. *Rectificatie.* Allereerst zij hier vermeld, dat mij nu gebleken is dat bij mijne vroegere berekening van het quadrupoolmoment van waterstof op het laatste oogenblik een rekenfout is ingeslopen. Uit de in Leiden Suppl. N°. 39*a* § 5 genoemde waarden voor σ en v volgt voor het quadrupoolmoment van het waterstofmolecuul:

$$\mu_2 = 1{,}17 \times 10^{-26} \quad [\text{e.s.e.} \times \text{cm.}^2],$$

in plaats van de aldaar gegeven waarde [4]).

[1]) Bij een molecuul, dat niet omwentelingssymmetrisch is (en geen bipoolmoment heeft), treedt in de plaats hiervan een gemiddeld quadrupoolmoment, vergel. Debije l. c.

[2]) Leiden Suppl. N°. 39*a*. Deze Versl. Sept. 1915, p. 614. Deze Meded. N°. 6*a*, deze Versl. 29, p. 718, 1920.

[3]) l.c. p. 000, noot 2.

[4]) In noot 1 p. 15 aldaar leze men dus $0{,}70 \times 10^{-8}$ in plaats van $0{,}92 \times 10^{-8}$. Verder verliest de opmerking in § 1 van Meded. N°. 6*a*, deze Versl. 29, p. 718, 1920, betreffende de overeenstemming van de waarden voor het quadrupoolmoment, die volgen uit de toestandsvergelijking en uit het model van Bohr-Debije, haar zin.

Waar nu DEBIJE bij zijne berekening van het quadrupoolmoment van waterstof kwam tot de waarde

$$\mu_2 = 2{,}14 \times 10^{-26},$$

blijkt dat ook voor waterstof de beide wijzen van berekening tot belangrijk verschillende uitkomsten leiden.

§ 3. DEBIJE baseert zijne meening, dat de polarisatie, die de moleculen onder elkanders werking ondergaan, een belangrijke rol speelt, voornamelijk op de waarden der coëfficienten der *gemiddelde* gereduceerde toestandsvergelijking. Reeds toen KAMERLINGH ONNES ten behoeve van eene systematische samenvatting en discussie van het waarnemingsmateriaal en van de afwijkingen van de wet der overeenstemmende toestanden deze gemiddelde toestandsvergelijking opstelde, wees hij er echter tevens nadrukkelijk op [1]), dat zij voor geen enkele stof met de werkelijke gereduceerde toestandsvergelijking zal samenvallen. Zij zou dit slechts dan doen, als de stoffen, die de gegevens voor de afleiding van de gemiddelde gereduceerde toestandsvergelijking geleverd hebben, nauwkeurig aan de wet van de overeenstemmende toestanden gehoorzaamden. Nu is dit, in het bijzonder wat betreft waterstof in vergelijking met stikstof en zuurstof, welke gassen juist de gegevens geleverd hebben voor de hoogere gereduceerde temperaturen, die voor ons vraagstuk van het meeste belang zijn, geenszins het geval. Dit wordt o.a. zeer duidelijk gedemonstreerd door het feit, dat men, teneinde voor de groote volumes en voor het gebied van gereduceerde temperaturen dat beantwoordt aan het temperatuurgebied, waarvoor door AMAGAT metingen met O_2 en N_2 zijn verricht, de gereduceerde toestandsvergelijkingen van H_2 te doen correspondeeren met die van O_2 en N_2, als kritische reductietemperatuur voor H_2 moet kiezen [2]) 43, terwijl daarentegen de kritische temperatuur van H_2 33 is. Het is nu zonder meer duidelijk, dat de temperatuurfunctie, die den gereduceerden tweeden viriaal-coëfficient $\mathfrak{B}$ voorstelt als functie van de gereduceerde temperatuur t, wanneer zij, zooals dat bij de gemiddelde gereduceerde toestandsvergelijking het geval is, verkregen is door de waarden ontleend aan H_2 met die van O_2, N^2 enz. te verbinden, en daarbij voor H_2 evenals voor O_2 en N_2 met experimenteele waarden van T_k gereduceerd is, een belangrijk ander verloop kan vertoonen, dan beantwoordt aan het gedrag van een enkele dier stoffen.

---

[1]) Zie b.v. Leiden Comm. N°. 74 § 4, 1901.

[2]) H. KAMERLINGH ONNES en C. BRAAK. Leiden Comm. N°. 97*b*, p. 39.
H. KAMERLINGH ONNES en W. H. KEESOM. Die Zustandsgleichung. Math. Enz. V 10. Leiden Suppl. N°. 23, noot 399.

Voor de behandeling van quaesties als de hier in bespreking zijnde is de gemiddelde gereduceerde toestandsvergelijking dus minder geschikt.

Beter ware het uit te gaan van de *speciale* gereduceerde toestandsvergelijking van waterstof[1]). Intusschen zou bij het onderhavige vraagstuk de speciale toestandsvergelijking ook slechts dan tot betrouwbare resultaten leiden, als zij in het bijzonder aan hooge temperaturen zou zijn aangesloten. Dit is echter niet het geval. De aan de metingen van Kamerlingh Onnes en Braak aangesloten speciale toestandsvergelijking geeft bv.

$$B_\infty = 0{,}000893,$$

eene waarde, die hooger is dan men uit directe grafische extrapolatie van de individueele waarden van B volgende uit de metingen van Kamerlingh Onnes en Braak mag verwachten. Daaruit volgt, dat ook deze speciale toestandsvergelijking bij de methode van berekening, die door Debije gevolgd wordt, eene te groote waarde voor het quadrupoolmoment moet leveren.

Beter acht ik te handelen zooals door mij in vorige mededeelingen is geschied: de theoretisch afgeleide ontwikkeling voor B zoover uit te werken[2]), totdat een voldoende groot gebied, waarin metingen zijn verricht, omvat wordt, dan die ontwikkeling met de experimenteele gegevens te vergelijken, en aldus b.v. de waarde van het quadrupoolmoment af te leiden.

§ 4. *Verdere ontwikkeling van den tweeden viriaalcoëfficient voor bolvormige poliseerbare quadrupoolmoleculen.* Ten einde bij de afleiding van het quadrupoolmoment den invloed van de polariseerbaarheid der moleculen in rekening te kunnen brengen, is de in Meded. N°. 6*b* § 3 begonnen ontwikkeling met een paar termen uitgebreid. Daarbij kan men met vrucht gebruik maken van de formules gege-

---

[1]) Zie Leiden Comm. N°. 109*a*, § 7, 1909.

[2]) Het spreekt vanzelf, dat ik de bezwaren, door Debije in § 5 van zijn aangehaald artikel hiertegen naar voren gebracht, als juist erken. Zij toonen aan, dat de zoo verkregen uitkomsten slechts onder voorbehoud kunnen worden aanvaard, gelijk dit in het bijzonder in Meded. N°. 6*a* § 4 door mij uitdrukkelijk naar voren werd gebracht. Dit alles maakt nauwkeurige metingen betreffende den tweeden viriaalcoëfficient bij hoogere temperaturen dringend gewenscht. Intusschen schijnt het mij niet geheel van belang ontbloot, dat met de hier gemaakte vereenvoudigende onderstellingen (quadrupolaire werking, nog geen quanta-afwijkingen, botsingen als van harde bollen) in het beschouwde temperatuurgebied eene zoo goede aansluiting aan de voorhanden experimenteele gegevens verkregen wordt.

ven in Leiden Suppl. N°. 39*a* § 2. Door verg. (11) aldaar te vermenigvuldigen met

$$\chi = sin^4\,\theta_1 + sin^4\,\theta_2 + 4\,cos^4\,\theta_1 + 4\,cos^4\,\theta_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

(Meded. N°. 6*a* verg. (10)), verkrijgt men, de notaties van Leiden Suppl. N°. 39*a* volgend:

$$[\psi^n\chi] = 2\pi\,[A^n\chi] + \binom{n}{2}[A^{n-2}B^2\chi][cos^2\varphi] + \binom{n}{2}[A^{n-2}C^2\chi][cos^2 2\varphi] +$$
$$+ \binom{n}{3}\binom{3}{1}[A^{n-3}B^2C\chi][cos^2\varphi\,cos\,2\varphi] \text{ enz.} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Met

$$sin^4\,\theta_1 + 4\,cos^4\,\theta_1 = A_1^2 + 4B_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

(zie Leiden Suppl. N°. 39*a* verg. (9)), vindt men:

$$[A^p\,B^{2q}\,C^r\chi] = 2^{p+8q+1}\,[A_1^p\,B_1^{2q}\,C_1^r]\,\{[A_1^{p+2}\,B_1^{2q}\,C_1^r] +$$
$$+ 4\,[A_1^p\,B_1^{2q+2}\,C_1^r]\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Daarna verg. (14), (15) en (16) van Leiden Suppl. N°. 39*a* toepassend, en de verkregen waarden substitueerend in verg. (16) van Meded. N°. 6*b*, volgt ten slotte:

$$B = \tfrac{1}{2}\,n\,.\,\tfrac{4}{3}\,\pi\sigma^3\Big\{1 - 1.0667\,(hv)^2 + 0.1741\,(hv)^3 - 0.4738(hv)^4 + 0.6252\,(hv)^5 \ldots$$
$$- 2{,}4\,\frac{\alpha}{\sigma^3}\,hv\,[1 + 1\;0667\,(hv)^2 - 0.3641\,(hv)^3 + 0.2267\,(hv)^4 \ldots]\Big\} \quad . \quad . \quad (5)$$

§ 5. *Waterstof.* Voor waterstof $\frac{\alpha}{\sigma^3} = 0{,}0640$ (Meded. N°. 6*b* § 4) substitueerende, wordt:

$$B = \tfrac{1}{2}\,n\,.\,\tfrac{4}{3}\,\pi\sigma^3\,\{1 - 0.1536\,hv - 1.0667\,(hv)^2 + 0.0103\,(hv)^3 -$$
$$- 0.4179\,(hv)^4 + 0.5904\,(hv)^5 - 0.2360\,(hv)^6 +$$
$$+ 0.1355\,(hv)^7 - 0.1079\,(hv)^8 + 0.0593\,(hv)^9 \ldots\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Voor het JOULE-KELVIN-inversiepunt voor kleine dichtheden wordt hieruit gevonden (vergelijk Leiden Suppl. N°. 39*a* § 4):

$$hv_{inv\,(\rho=0)} = 0.503 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Hiermede omrekenende op $t_{(inv)}$:

$$B = B_\infty\,\{1 - 0.0773\,t_{(inv)}^{-1} - 0.2699\,t_{(inv)}^{-2} + 0.01311\,t_{(inv)}^{-3} -$$
$$- 0.02675\,t_{(inv)}^{-4} - 0.01901\,t_{(inv)}^{-5} - 0.00382\,t_{(inv)}^{-6} +$$
$$+ 0.00110\,t_{(inv)}^{-7} - 0.00042\,t_{(inv)}^{-8} + 0.00011\,t_{(inv)}^{-9} \ldots\} \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$\frac{T}{T_{inv(\rho=0)}}$	$\frac{B}{B_\infty}$	$\frac{B}{B_{inv}}$
0.6	0.160	0.246
0.75	0.426	0.650
1	0.655	1
1.5	0.829	1.266
2	0.895	1.366
3	0.944	1.411
4	0.963	1.470

Hiermede wordt bij $T = 0{,}6\ T_{inv(\rho=0)}$ eene nauwkeurigheid van ongeveer $1\,^0/_0$ (van B_∞) verkregen. De voorgaande tabel geeft eenige hieruit berekende waarden.

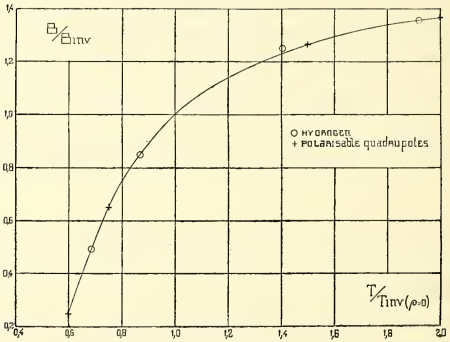


Fig. 1.

In Fig. 1 zijn deze waarden tegelijk met de experimenteele gegevens volgens Kamerlingh Onnes en Braak uitgezet. Over het geheele beschouwde temperatuurgebied blijkt de overeenstemming zeer goed te zijn.

Als in Leiden Suppl. N°. 39*a* § 5 krijgen we verder:

voor σ dezelfde waarde als daar gegeven is, daarentegen

$$v = 1.34 \times 10^{-14}$$

en het quadrupoolmoment:

$$\mu_2 = 1.10 \times 10^{-26} \quad [\text{e.s.e.} \times \text{cm.}^2].$$

Wat het quadrupoolmoment van H_2 betreft, vinden we dus inderdaad, als in Meded. N°. 6*b* § 4 werd verwacht, eene waarde, die slechts weinig van de uit de berekeningen van Leiden Suppl. N°. 39*a* volgende (zie deze Meded. § 2) afwijkt.

Men leidt verder voor μ_2 nog gemakkelijk de volgende betrekking af:

$$\mu_2^2 = 9.19 \times 10^{-17} \,.\, \sigma^5 \, T_{inv\,(\tau=0)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Om de redenen uiteengezet in § 3 moet ik aan deze vergelijking boven verg. (6) van Debije l.c. de voorkeur geven.

§ 6. *Zuurstof en stikstof.* Voor zuurstof zal verg. (8) ook toegepast kunnen worden. Voor stikstof zullen de coefficiënten iets verschillen.

We zien echter voorloopig van eene nadere berekening van de quadrupoolmomenten van deze gassen af, omdat deze, mede met het oog op het betrekkelijk kleine temperatuurgebied, waarover voor deze gassen gegevens betreffende *B* voorhanden zijn (Meded. N°. 6*a* § 2), toch nog slechts met vrij groote onzekerheid af te leiden zijn, en dus de betrekkelijk geringe wijziging, die het in rekening brengen van de polariseerbaarheid der moleculen zou veroorzaken, van geen groot belang is.

Natuurkunde. — M. Minnaert: *„Over spookbeelden bij buigingsroosters".*

(Deze mededeeling zal in het Verslag der volgende vergadering verschijnen).

Voor de boekerij der Akademie wordt ten geschenke aangeboden:

1. door den Heer R. Magnus, namens den Heer D. J. Jonkhoff, een exemplaar van diens dissertatie: *„De invloed van eenige geneesmiddelen op de labyrinthreflexen van konijnen, caviae en katten".*

2. door den Heer J. Boeke, namens den Heer A. M. Frederikse, een exemplaar van diens dissertatie: *„Onderzoekingen betreffende de ovogenese der Dytiscidae".*

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

OP ZATERDAG 29 OCTOBER 1921.

DEEL XXX.

N°. 5.

Voorzitter: de Heer F. A. F. C. WENT.

Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 207.

Prae-advies van de Heeren G. A. F. MOLENGRAAF en EUG. DUBOIS over de vraag van den Minister van arbeid waaraan de aanwezigheid van artesisch grondwater in de duingronden te danken is, p. 208.

De Voorzitter heet den Heer IRVING LANGMUIR welkom, die als gast de vergadering bijwoont, p. 215.

J. BÖESEKEN: „De bewegingstoestand van de molekulen in de ruimte", p. 216.

F. ZERNIKE: „Een nieuwe, zeer gevoelige galvanometer met bewegelijken draadklos". (Medegedeeld door den Heer H. HAGA), p. 223.

W. VAN DER WOUDE: „Over den weg van een lichtstraal in 't gravitatieveld van een enkel materieel centrum". (Aangeboden door de Heeren J. C. KLUYVER en H. A. LORENTZ), p. 230.

J. H. GERVER: „Eene voorloopige mededeeling over gechloorde saccharinen". (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en P. VAN ROMBURGH), p. 236.

C. E. B. BREMEKAMP: „Over het optreden van antiphototrope krommingen bij de coleoptilen van Avena". (Aangeboden door de Heeren G. VAN ITERSON JR. en F. A. F. C. WENT), p. 238.

J. W. N. LE HEUX: „Verklaring van eenige interferentie-figuren van Een- en Twee-assige Kristallen door Superpositie van Ellipsenbundels" (2e mededeeling). (Aangeboden door de Heeren HENDRIK DE VRIES en P. ZEEMAN), p. 246.

ARN. DENJOY: „Recherches récentes sur les séries trigonométriques", p. 250.

M. MINNAERT: „Over spookbeelden bij buigingsroosters". (Aangeboden door de Heeren W. H. JULIUS en E. VAN EVERDINGEN), p. 257.

S. DE BOER: „Over de werking van novocaïne op den skeletspiertonus". (Aangeboden door de Heeren J. K. A. WERTHEIM SALOMONSON en A. A. HIJMANS VAN DEN BERGH), p 296.

P. G. RAHM: „Weitere physiologische Versuche mit niederen Temperaturen". (Aangeboden door de Heeren J. P. KUENEN en H. KAMERLINGH ONNES), p. 299.

J. J. VAN LAAR: „Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. III. Over de krachtswerking tusschen de moleculen van éenatomige stoffen". (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en F. A. H. SCHREINEMAKERS), p. 302.

J. A. SCHOUTEN en D. J. STRUIK: „On curvature and invariants of deformation of a *Vm* in *Vn*". (Aangeboden door de Heeren JAN DE VRIES en J. CARDINAAL), p. 302.

Aanbieding door den Heer C. PH. SLUITER van het manuscript eener verhandeling van Mejuffrouw A. G. VORSTMAN: „*Ueber die Anordnung und Entwickelung der Zähne bei Teleostiern*" ter uitgave in de Werken der Akademie, p. 302.

Aanbieding van boekgeschenken, p. 302.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Een schrijven namens het Bestuur voor den industrieelen eigendom en van den Octrooiraad te 's-Gravenhage dd. 15 October j.l. met bericht dat aldaar eene vergadering gehouden is, ten doel hebbend het oprichten van eene vereeniging voor documentatie en registratuur met gebruikmaking van het decimaal systeem. Door deze vergadering is aan eene commissie opgedragen personen te assumeeren uit verschillende vereenigingen, die geacht kunnen worden in deze zaak belang te stellen, welke commissie statuten zal ontwerpen en tevens zal trachten een finantieelen grondslag voor het te verrichten werk te scheppen. De commissie zal het op hoogen prijs stellen als de Kon. Akademie van Wetenschappen een vertegenwoordiger zal willen aanwijzen om zitting te nemen in die commissie.

Op voorstel van den Voorzitter wordt de Onder-Voorzitter der Afdeeling, de Heer A. F. Holleman, als vertegenwoordiger aangezocht. Deze verklaart zich bereid die vertegenwoordiging op zich te nemen. Aan de commissie zal hiervan kennis gegeven worden.

2°. Een schrijven van Zijne Exc. den Minister van Arbeid dd. 20 October j.l. N°. 851 B Afd. V met verzoek te willen bevorderen dat de toezending van het advies der Afdeeling, door Zijne Exc. gevraagd over de kwestie waaraan de aanwezigheid van artesisch water in onze duingronden te danken is, zooveel mogelijk bespoedigd zal worden met het oog op het dringende belang dat de gemeente 's-Gravenhage bij een spoedige beslissing heeft.

Den Minister werd hierop bereids geantwoord bij schrijven namens de Afdeeling dd. 22 October j.l. dat het prae-advies over deze aangelegenheid zou worden uitgebracht in deze vergadering en dat daarna het advies zoo spoedig mogelijk ter kennis van Zijne Exc. zou worden gebracht.

3°. Bericht van den Correspondent der Afdeeling, den Heer J. C. Koningsberger, dat hij als zoodanig defungeert nu, na zijn terugkeer in Nederland, twee jaren verloopen zijn. Hij betuigt zijne erkentelijkheid voor de welwillendheid, waarmede, gedurende dat tijdsverloop, hem alle voorrechten, aan het Correspondentschap verbonden, bleven toegestaan en voegt daaraan toe zijne beste wenschen voor den voortdurenden voorspoed en den bloei der Akademie.

Aangenomen voor kennisgeving.

4°. Bericht van het rustend lid der Afdeeling, den Heer C. E. A. Wichmann te Utrecht, dat hij, op het punt staande om naar 't buitenland te verhuizen, daardoor niet in de gelegenheid is deze vergadering bij te wonen en daarin persoonlijk afscheid te nemen van zijn medeleden. Hij verzoekt den Voorzitter hiervan aan de vergadering mededeeling te willen doen.

Aan dit verzoek wordt door den Voorzitter voldaan.

Geologie. — De Heer G. A. F. Molengraaff brengt, mede namens den Heer Eug. Dubois, het volgende prae-advies uit.

Naar aanleiding van het schrijven van Uwe Excellentie aan de Koninklijke Akademie van Wetenschappen dd. 7 Juni 1921 N°. 528 B, afdeeling V, betreffende voorkomen van artesisch water in duingronden, heeft de Wis- en Natuurkundige Afdeeling dier Akademie de eer, met terugzending der bijlagen, als volgt te adviseeren:

Door hen, die zich, hetzij theoretisch hetzij praktisch, hebben bezig gehouden met de studie van de wijze van voorkomen en de herkomst van het zoete water in en onder de duinen wordt aangenomen, dat al dat zoete water afkomstig is van regenwater, dat op de duingebieden zelve is gevallen. Het zoete water, dat als neerslag op die duingebieden valt, dringt voor een groot gedeelte in den bodem, stroomt daar ten deele naar alle kanten naar lagere plaatsen, zooals naar de zee en vooral naar de diepe polders ten Oosten der duinen, af en dringt verder tot een bepaalde diepte in den min of meer water doorlatenden bodem door. Het zoete water rust of drijft op zout water (in samenstelling nagenoeg met Noordzeewater overeenkomend) waarmede verder tot op nog niet bekende diepte de bodem is doordrongen. Overal is het zoete water van het zoute door een meng- of overgangszone van brak water gescheiden. Het proces van menging, dat in open water snel zou verloopen, heeft in den bodem zeer langzaam plaats, omdat de fijne deeltjes of korrels, waaruit de bodem bestaat, een grooten weerstand aan de voor de menging noodzakelijke beweging van het water bieden.

Het zoete water in den bodem, waarvan de hoeveelheid door regen- of smeltwater wordt aangevuld en dat omgekeerd door zijdelingsche wegvloeiing en, in veel mindere mate, door menging met zout water voortdurend vermindert, bevindt zich in *hydrodynamisch evenwicht* met het omringende zoute water.

Deze voorstelling, die thans vrijwel algemeen is aangenomen omtrent de wijze van voorkomen en de herkomst van het zoete water in en onder de duinen, is geheel in overeenstemming met de volgende feiten, die achtereenvolgens door proefnemingen in de duinterreinen zijn vastgesteld, welke feiten, zonder de hier boven gegeven voorstelling te aanvaarden, onverklaarbaar zouden zijn:

a. De diepte, tot waar het zoete water reikt, is afhankelijk van de hoogte, waarop de vrije grondwaterspiegel van het zoete water in de duinterreinen ligt en houdt overal gelijken tred met de uit-

gebreidheid van de terreinen, waaronder het zoete water zich bevindt.

Zoo reikt het zoete water in den bodem onder de hooge, breede duingebieden van Noord-Holland tot 128 M. beneden A.P., in de duingebieden van Zuid-Holland bij 's-Gravenhage tot 106 M. beneden A.P., in de Texelsche duinen tot 47 M. beneden A.P., in de duinen van Goeree tot 41 M. beneden A.P. en in de duinen van Walcheren slechts tot 20 M. beneden A.P.

b. Overal wordt in de duingebieden onder het zoete water zout water aangetroffen.

c. Het doordringen naar de diepte van het zoete water is onafhankelijk van de geologische formaties van verschillenden ouderdom (niet van den aard der bodemlagen: klei, zand, veen enz.), die onder de duingebieden worden aangetroffen. Zoo is onder de kleine duingebieden van Hoek van Holland en onder de duinen van Noord-Holland benoorden Petten het zoete water tot de jongste of alluviale afzettingen beperkt; op Texel, in het grootste gedeelte der duinterreinen van Noord- en Zuid-Holland en op Goedereede reikt het zoete water tot in diluviale afzettingen, terwijl op Schouwen het zoete water tot diep (± 45 M.) in tertiaire gronden doordringt.

d. De snelheid, waarmede en de wijze, waarop het zoete water in den bodem onder de duinen doordringt, worden telkens beheerscht door en zijn verklaarbaar uit den plaatselijken geologischen bouw van de duinterreinen en worden vooral beinvloed door de verschillende weerstanden, die de aldaar voorkomende grondsoorten, die in lagen van zeer afwisselende uitgestrektheid op elkaar volgen, aan de indringing van het zoete water in den bodem bieden.

e. Het zoete water, zoowel in de duinlichamen zelve en hun zandige basis als daar beneden, dus zoowel het oppervlakkig duinwater als het diepe duinwater, beweegt zich naar alle richtingen van uit de duingebieden, in het algemeen dus naar West, zeewaarts, en naar Oost, naar het polderland. Op enkele punten zijn uitzonderingen op den algemeenen regel waargenomen, maar die konden telkens uit bijzonderheden in den plaatselijken bouw van den bodem of in verband met den waterstand van de zee bevredigend worden verklaard.

Uit deze voorstelling, die thans ook in dit advies als de juiste wordt aangenomen, volgt, dat het zoete water, dat in en onder de duinen voor gebruik als duinwater etc. in waterleidingen kan worden gewonnen, uitsluitend afkomstig is van den neerslag, in de duingebieden zelve gevallen. Alleen dus neerslag, in die terreinen gevallen, kan aan de duinwaterleidingen ten goede komen. Daaruit volgt dwingend, dat zoo ergens een bestaande duinwaterleiding door de bevolkingstoename van de stad of van de streek, die zij van water

voorziet, haar debiet moet vergrooten en zij uit het haar toekomende duingebied inderdaad al het zoete water haalt, dat daaruit zonder gevaar kan worden ontnomen, het, *bij de allengs zeer aanzienlijk geworden eischen, aan het geheele duingebied voor wateronttrekking gesteld,* voor zulk een waterleiding noodig zal zijn haar winningsgebied in de duinen uit te breiden. In zulk een geval verkeert thans de Haagsche Waterleiding en het is daarom noodzakelijk, dat zij op den duur over meer terreinen in de duinen, waaraan zij water kan onttrekken, zal kunnen beschikken dan thans het geval is. Wordt zij niet in staat gesteld, haar winningsgebied in de duinen uit te breiden en moet zij dientengevolge haar toevlucht er toe nemen den voorraad van duinwater in haar tegenwoordig winningsgebied in toenemende mate sterker aan te spreken, dan bestaat er gevaar dat zij het bedrijf van aangrenzende duinwaterleidingen zal benadeelen en dat tenslotte wellicht de watervang langzamerhand zal beginnen te verzilten.

Met de hierboven geschetste verklaring van het voorkomen en de herkomst van het duinwater onder de duingebieden is de Heer Reinier D. Verbeek het niet eens.

De Heer Verbeek betoogt als volgt:

„Beneden het oppervlakkige duinwater met open waterspiegel ligt, daarvan door een doorloopende waterdichte laag (waterdicht schot) gescheiden, water dat artesisch is. Omdat het artesisch is, is dat water ander water dan het oppervlakkige duinwater en is het niet afkomstig uit de duinterreinen. Het komt van grooten afstand uit het Oosten of Zuidoosten en stroomt tusschen twee waterkeerende lagen of waterdichte schotten, die zwak zeewaarts hellen, in het algemeen van Oost naar West, dus van hoogere gronden op grooten afstand naar zee. Dit artesisch water is dus geheel onafhankelijk van de duingebieden."

Wat het thans aanhangige geval betreft, maakt de Heer Verbeek uit het bovenstaande betoog deze gevolgtrekking: „Onteigening van nieuwe duincomplexen om door uitbreiding van het bestaande winningsgebied voor de Haagsche waterleiding meer water te verkrijgen, is onnoodig. Zoo men slechts het artesische water, dat met de duinterreinen niets te maken heeft, voldoende in gebruik neemt, zal men in alle behoeften nu en later kunnen voorzien."

Het betoog van den Heer Verbeek is, naar het de Afdeeling der Akademie voorkomt, onjuist, en wel op de volgende gronden:

1. Het diepe duinwater vertoont wel in zijn voorkomen zekere eigenschappen, die voor artesisch water kenmerkend zijn, maar het behoeft daarom niet van verre te komen: het is in werkelijkheid even goed als het oppervlakkige duinwater uit de duingebieden afkomstig.

De aangehechte bijlage geeft een verklaring van het ontstaan van dit artesische water, zooals dat veelvuldig bij de exploitatie der duinterreinen is aangetroffen.

2. Een doorloopende waterkeerende laag, een waterdicht schot, dat het oppervlakkige duinwater van het diepe duinwater (VERBEEK's artesisch water) zou scheiden, bestaat niet. De water slecht doorlatende lagen in en onder de duinen zijn allerminst waterdichte schotten. Geologisch onderzoek heeft dat op tal van plaatsen bewezen. De waterkeerende lagen bleken steeds onderbroken te zijn, wat hun kleigehalte en dikte betreft veel afwisseling aan te bieden en water overal in meerdere of mindere mate door te laten. Het water in de duinen zelve vloeit dan ook niet geheel, zelfs niet hoofdzakelijk, zijdelings, dus boven zulk een waterkeerende laag of schot, die veelal even beneden A.P. of iets dieper wordt aangetroffen, weg, maar dit bovenwater kan den allicht duizendmaal korteren vertikalen weg door de veel weerstand biedende, maar niet volkomen waterafsluitende kleilaag, over het geheel, in korteren tijd afleggen dan den veel langeren, nagenoeg horizontalen weg naar de randen der duinen door weinig weerstand biedende zandlagen; op deze wijze kan het oppervlakkige duinwater het diepe duinwater voeden.

De scherpe scheiding, die VERBEEK aanneemt tusschen bovenduinwater met open waterspiegel (nappe libre) en artesisch water of diepduinwater met besloten waterspiegel (nappe captive), bestaat in werkelijkheid niet. Oppervlakkig en diep duinwater staan in nauw verband met elkaar. De stijghoogte van het diepe of artesische water verandert met de wisselingen in regenval en aan den anderen kant stijgt en daalt water van gewone welputten nabij het strand en zelfs in gegraven kuilen, op een paar honderd meter afstand daarvan in duinpannen gelegen, met de wisseling der getijden.

3. Hoewel op vele plaatsen, zooals bijv. in de duingebieden der Amsterdamsche waterleiding, het diepe duinwater gewonnen wordt uit de goed water doorlatende lagen, die onder een slecht doorlatende kleihoudende laag liggen en hoewel daar beneden, bij 78 M. beneden A.P., weder een min of meer waterkeerende laag volgt, is het onjuist te zeggen, dat het artesische water onder de duinen tusschen twee waterkeerende lagen als tusschen twee waterdichte schotten is opgesloten.

4. Goed vastgestelde hydrologische feiten, in alle onderzochte duingebieden waargenomen, welke feiten de heer VERBEEK geheel voorbijziet, zijn volstrekt onvereenigbaar met zijn voorstelling van *uit het Oosten naar het duingebied gerichte artesische stroomen.* Vooral voor de duinen van den Amsterdamschen watervang tusschen

Vogelenzang en Zandvoort, waaraan de heer VERBEEK juist bewijzen voor zijn meening meent te kunnen ontleenen, voor het duingebied nabij Schoorl en voor dat nabij Castricum is met volkomen zekerheid aangetoond, dat het zoete artesische duinwater onder de alluviale en diluviale afsluitende lagen van het middenduin zoowel naar het Oosten, d.i. naar het polderland, als naar het Westen, d.i. naar de Noordzee, afstroomt. Die afstrooming van het diepe duinwater naar het Oosten is ook voor andere duingebieden geconstateerd o.a. voor den watervang der Leidsche duinwaterleiding, welke onmiddellijk grenst aan dien van 's-Gravenhage. Zij geldt voor alle tot nu toe onderzochte diepten (tot 300 M.) ook voor het onder het zoete water voorkomende zoute water. Het laatste stroomt onder de geheele duinbreedte, van de zee naar het polderland.

De bedoelde stroomrichtingen van het „artesisch" duinwater bleken met volkomen zekerheid uit de drukverhangen (potentiaalverhangen) welke aan in bepaalde lagen geplaatste, op elkaar volgende peilbuizen werden waargenomen.

VERBEEK's onderstelling, dat het artesisch water of diepe duinwater van verre uit het Oosten of Zuidoosten van ons land zou worden gevoed en voortdurend westwaarts zou afstroomen, wordt dus door geen enkel der tot nu toe waargenomen feiten bevestigd. Indien het zoo ware, zou het voorkomen van dat water uit den aard der zaak niets met de duinen te maken hebben, en zou men dat artesische water overal elders in het lage land tusschen de duinen en de hoogere streken in het Oosten of Zuidoosten moeten kunnen aantappen en het tot het in het algemeen nog hooger piëzometrisch niveau kunnen doen opwellen. In geen enkele der talrijke boringen heeft men dat kunnen aantoonen. Wel is bekend, dat van de hooger gelegen diluviale gronden, zooals bijv. die van het Gooi, zoowel oppervlakkig als in de diepte evenals van de duingebieden naar alle richtingen naar lagere terreinen water afvloeit, wat bijv. de kwel tengevolge heeft, die het droog houden van sommige polders, o.a. van de Naardermeer polder, onmogelijk heeft gemaakt, maar nergens is er een aanduiding van gevonden, dat dit van uit de hoogere diluviale gronden afstroomend water zijn weg onder het geheele lage land door en verder op geringe diepte onder de duinen door naar zee zou nemen.

5. De gelijkheid in oorsprong van het oppervlakkige water en het diepere, artesische water in de duinen volgt nog uit de volgende chemische eigenschappen van dat water:

a. van boven naar beneden in en onder de duinlichamen neemt het zwavelzuurgehalte van het water af, in verhouding met de totale

dikte en het gehalte van de kleilagen, die daarin voorkomen, d.w.z. naarmate de hoeveelheid kleibodem, waardoor het water op zijn weg van boven naar beneden is gedrongen, toeneemt. Dit verschijnsel is het gevolg van het vermogen van kleihoudenden bodem om zwavelzuur om te zetten en dan vast te houden;

b. van boven naar beneden neemt in dezelfde terreinen het chloorgehalte niet af en dit gehalte blijkt in het oppervlakkige en in het diepe duinwater hetzelfde of nagenoeg hetzelfde te zijn. Dit feit is gemakkelijk verklaarbaar doordat de kleihoudende bodem het Chloor uit het water niet vasthoudt.

Bij de algemeen aangenomen opvatting omtrent de herkomst van het diepe duinwater zijn deze feiten logisch te verwachten; zij zijn echter onvereenigbaar met VERBEEK's opvatting, volgens welke het diepe duinwater in de artesische laag een geheel andere herkomst zou hebben dan het oppervlakkige duinwater in de phreatische laag. Ook uit de chemische samenstelling van het water in en onder de duinen volgt dus, dat, in tegenstelling met de meening van VERBEEK, het diepe duinwater even goed als het oppervlakkige in zijn herkomst aan de duingebieden gebonden is, want het is niet anders dan regenwater, oorspronkelijk op de duinen gevallen, dat eerst door de hoogere deelen der duinlichamen is gezonken en daarna, dus thans, zich als diep duinwater tot op een zekere diepte onder de duinlichamen en tot op eenigen afstand daarvan zijdelings bevindt. Er is dus, naar den oorsprong, geen onderscheid tusschen oppervlakkig duinwater en diep duinwater (VERBEEK's artesisch water).

Resumeerend, verwerpt de Afdeeling der Akademie de opvatting van den Heer VERBEEK, spreekt als haar meening uit, dat het zoogenaamde artesische water of diep duinwater in de duinen zijn aanwezigheid niet heeft te danken aan en niet gevoed wordt door grondwaterstroomen, die van uit het Oosten van ons land naar de duingebieden gericht zijn en sluit zich dus in beginsel aan bij de adviezen, met name bij die van den Directeur van het Rijks Bureau voor Drinkwatervoorziening, welke omtrent deze kwestie aan Uwe Excellentie reeds zijn uitgebracht en aan haar door Uwe Excellentie ter kennismaking werden toegezonden.

(get.) G. A. F. MOLENGRAAFF.
,, EUG. DUBOIS.

De vergadering hecht hare goedkeuring aan de conclusies van dit prae-advies en neemt het ongewijzigd over met het besluit om een afschrift daarvan als het advies der Afdeeling ter kennis van den Minister van Arbeid te brengen.

BIJLAGE.

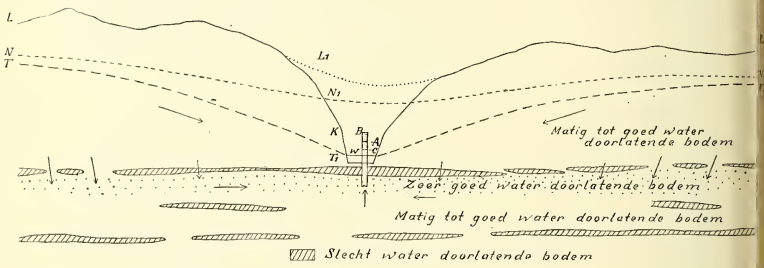
Verklaring van het voorkomen van artesisch water in de duinen.

In de bijgaande figuur wordt schematisch een verklaring gegeven van het voorkomen van opspuitend artesisch water, zooals dat veelvuldig bij de exploitatie der duinterreinen is aangetroffen.

LL_1L_2 geeft aan de vroegere landoppervlakte der duinen, voordat open kanalen voor drainéering waren gegraven.

NN_1N_2 stelt de open grondwaterspiegel (nappe libre) voor van het zoete water in de duinen, voordat eenige drainéering of aftapping had plaats gehad.

K is een open kanaal voor diepe drainéering in het duingebied gegraven.



TT_1T_2 stelt de open grondwaterspiegel van het zoete water in de duinen voor, nadat het kanaal voltooid is en de drainéering zoo lang is voortgezet, totdat een nieuwe stabiele toestand met verlaagden grondwaterspiegel is tot stand gekomen.

In het kanaal staat dan het water tot het peil $W = T_1$.

Onder het duinlichaam komen op vele plaatsen slecht water doorlatende of waterkeerende gronden, in de figuur gearceerd, voor, als vrijwel horizontale lagen van afwisselende dikte en afwisselende uitgestrektheid. Waterkeerende lagen, die zich door het geheele duin-

gebied of nog verder ononderbroken[1]) uitstrekken, komen niet voor.

In de figuur is voorgesteld, dat juist onder het draineer-kanaal *K* zich zulk een waterkeerende laag bevindt en dat daaronder een laag grof zand ligt, die het water gemakkelijker laat doorstroomen dan het zand boven de waterkeerende laag. Zoo men nu in het kanaal K een buis B door de waterkeerende laag aanbrengt (dit is het beginsel der zoogenaamde winning van het diepe duinwater), zal daarin het water hooger stijgen, dan het daaromheen in het open kanaal K staat, bijv. tot aan het peil A, d.i. het piëzometrisch niveau van het diepe duinwater. Door pijltjes zijn in de figuur de stroomrichtingen na het inbrengen van de buis B in het ondergrondsche water aangegeven. Kleine pijltjes bedniden sterk belemmerde strooming door water slecht doorlatende lagen.

Het water, dat door de bronbuis B opstijgt gedraagt zich dan als artesisch water ten opzichte van het water in het kanaal K. Schroeft men de buis bij C (dus beneden het piëzometrisch niveau A) af, dan zal het water boven uit de buis voortdurend blijven stroomen of zelfs opspuiten en zich in het kanaal K ontlasten.

Indien evenwel in dit kanaal zooveel water werd aangevoerd, dat de waterspiegel er van tot boven het niveau A zou stijgen, dan zou daarentegen voortdurend afstrooming van uit het kanaal in de tot het niveau C afgeschroefde buis plaats hebben.

Het water in het kanaal en het water in de buis zijn beide afkomstig uit dezelfde samenhangende onderaardsche watermassa, maar zij verschillen daardoor, dat onder de slecht water doorlatende laag de beweging (dus toestrooming of afvloeiing) gemakkelijker is dan daarboven, waardoor de stijghoogte in de buis (piëzometrisch niveau) niet door den plaatselijken toestand doch door den hydrologischen toestand van een uitgestrekt gebied bepaald wordt.

[1]) In den ondergrond der Noord-Hollandsche duinen heeft de waterkeerende keileem een groote horizontale uitgebreidheid.

Daarna verwelkomt de Voorzitter den Heer Dr. Irving Lanhmuir, die door de Heeren P. Ehrenfest en W. H. Julius in deze vergadering als gast geïntroduceerd is. In het Engelsch wordt door den Heer Langmuir, in aansluiting met de mededeeling van den Heer Böeseken, aangetoond dat zijne proeven over vloeistoflaagjes van een molekuul dikte ook de deformabiliteit van de molekulen van verschillende organische verbindingen bewijzen.

Scheikunde. — J. Böeseken: „*De bewegingstoestand van de molekulen in de ruimte*".

(Mede namens de HH. Chr. van Loon, Derx en Hermans).

In een verhandeling over de configuratie der wijnsteenzuren (Böeseken en J. Coops)[1]) was uit het gedrag dezer zuren en hunne esters ten opzichte van boorzuur het besluit getrokken, dat de al of niet gesubstitueerde carboxylgroepen zoo ver mogelijk van elkander verwijderd waren.

De amiden en aethylamiden vertoonden echter afwijkingen, zoodat wij met deze eenvoudige aanname niet konden volstaan. De groote invloed, die deze stoffen op het geleidingsvermogen van het boorzuur uitoefenen, wijst op een gunstige ligging der hydroxylgroepen ten opzichte van elkander, die alleen goed verklaard kan worden, wanneer er *aantrekkende* werkingen bestaan tusschen deze groepen en de al of niet gesubstitueerde amidgroepen.

Verder was bij een betrekkelijk groot aantal α-glycolen geen invloed op het geleidingsvermogen van het boorzuur vastgesteld en moeten deze OH-groepen dus ver uiteenliggen, hetgeen wederom door onderlinge afstooting kon worden verklaard. In ieder geval bleek uit deze onderzoekingen, dat atomen, die niet onmiddellijk aan elkander gebonden zijn, ook een werking op elkander uitoefenen en mogen wij verwachten, dat de evenwichtsstand van een molekuul het resultaat zal zijn van alle zoowel aantrekkende als afstootende krachten in dat molekuul.

Ik heb er reeds de aandacht op gevestigd[2]), dat door elke wijziging van de ligging der atomen, hoe gering ook, verschikkingen moeten optreden, waardoor de stand van *alle* moleknuldeelen niet meer geheel gelijk zal blijven.

In de molekuul-helften van actief- en inactief wijnsteenzuur bijv. zullen de vergelijkbare groepen niet meer volkomen identiek zijn en kan derhalve het beginsel der optische superpositie ook niet juist zijn.

Tengevolge van het spel dezer krachten zullen molekulen, die tot

[1]) Versl. Kon. Ak. Wet. **29**, 368 (1920).
[2]) „ „ „ „ **29**, 562 (1920).

nog toe als symmetrisch zijn beschouwd, zooals het antiwijnsteenzuur, in hun stabielen toestand niet meer met hunne spiegelbeelden dekbaar zijn, hetgeen gemakkelijk aan de bekende koolstof-modellen kan worden gedemonstreerd.

Van het antiwijnsteenzuur zijn slechts twee standen symmetrisch n.l., die, waarbij de gelijke groepen aan dezelfde zijde van de as der centrale C-atomen liggen, zoo dicht mogelijk bij elkaar en die, waarbij zij ter weerszijde liggen, zoo ver mogelijk van elkander verwijderd. Het ware zeer toevallig, dat een dezer standen onder alle omstandigheden de meest stabiele evenwichtsstand zoude zijn.

Dit schijnt in tegenspraak met de ervaring. Wij moeten hierbij echter het volgende bedenken. Er wordt reeds lang met het oog op het beperkt aantal isomeren, aangenomen, dat de molekuulhelften om de enkelvoudige bindingen als assen zich in tegengestelden zin of met verschillende snelheden kunnen bewegen.

Vullen wij deze noodzakelijke voorwaarde aan met de hypothese, dat deze bewegingen ook voortdurend geschieden, in dien zin, dat de meest stabiele stand van alle nu mogelijke standen het meest zal worden ingenomen en het molekuul dus om dien stand ongelijkmatige rotaties of schommelingen volvoert, dan is de tegenstrijdigheid met de ervaring opgeheven.

Beschouwen wij deze rotaties om de binding der centrale koolstofatomen bij het antiwijnsteenzuur, dan zal bij één enkele geheele draaiing van het ééne deel ten opzichte van het andere, het molekuul twee keer een symmetrischen stand passeeren.

Op die momenten is het molekuul optisch inactief en aangezien nu de kans even groot is geworden, dat de stabiele asymmetrische stand door een beweging in den zin van de wijzers van een nurwerk of in tegenovergestelden zin zal worden bereikt, zal een voortdurende racematie plaats vinden.

Hoewel de evenwichtsstand asymmetrisch is, zullen wij de optische activiteit in vloeibaren of opgelosten toestand wel nimmer waarnemen.

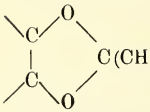
Deze dynamische voorstelling, die ons opgedrongen wordt door de inactiviteit van het antiwijnsteenzuur, geldt natuurlijk voor alle verzadigde molekulen. Onze waarnemingen over het gedrag van de α-glycolen ten opzichte van boorzuur en van aceton kunnen hiermede het eenvoudigst worden verklaard.

De verzadigde niet-cyclische α-glycolen verhoogen het geleidingsvermogen van het boorzuur niet, wij hebben daaruit het besluit getrokken, dat de hydroxylgroepen niet gunstig kunnen gelegen zijn en hebben dit verklaard door aan te nemen, dat de OH-groepen

elkander afstooten, waardoor zij wegens de bewegelijkheid van het molekuul zoo ver mogelijk uiteen kunnen komen te liggen.

Volgens de dynamische voorstelling zal deze stand de meest stabiele toestand van het molekuul zijn, maar zullen toch ook alle andere standen, zij het ook minder dikwijls worden ingenomen en dit te minder, naarmate de stand meer van den meest stabielen afwijkt.

Er zijn nu van de α-glycolen cyclische aceton-verbindingen bekend,



die ontstaan met overmaat aceton, waaraan een weinig HCl of H_2SO_4 is toegevoegd en die bestendig zijn, als er geen spoor van deze laatste katalysatoren aanwezig is.

Het ligt voor de hand om aan te nemen, dat deze verbindingen de meeste kans hebben te ontstaan als de OH-groepen gelegen zijn in het vlak met en aan dezelfde zijde van de C-atomen, waaraan zij gebonden zijn. Dit zal, wanneer de OH-groepen elkander afstooten zelden plaats vinden, maar door een zeer groote overmaat aceton te nemen, zullen wij toch een vrij groote hoeveelheid van de cyclische verbinding kunnen verkrijgen en deze door wegname van den katalysator vasthouden en van het aceton kunnen bevrijden.

Kunnen de OH-groepen niet in of dichtbij de gunstige positie komen, zooals in sommige cyclische trans 1. 2. diolen, waar de vrije rotatie door den ring belet wordt, dan zullen er geen aceton-verbindingen worden gevormd. Dit nu is gevonden en daarmede is groote steun verleend aan deze dynamische voorstelling. (z.o.)

De verzadigde glycolen zullen echter steeds den gunstigen stand kunnen innemen, zij het ook zelden; de relatieve veelvuldigheid dezer gebeurtenis zal kunnen worden beoordeeld, naar den stand van het evenwicht:

$$\text{glycol} + \text{aceton} \gtrless \text{acetonverbinding} + \text{water}.$$

Door bepaling van de evenwichts constante

$$K_t = \frac{C_{\text{glycol}} \times C_{\text{aceton}}}{C_{\text{verb.}} \times C_{H_2O}}$$

heeft men een maat voor deze frequentie en daarmede een maat voor de ligging der hydroxylgroepen in den meest stabielen stand van het molecuul.

Wij geven hier een overzicht van de evenwichts-constanten van enkele glycolen: [1])

[1]) De heer Chr. van Loon heeft in zijn proefschrift (Delft 1919, pag. 59) „over de Stereochemie der cyclopentaandiolen 1.2 en hydrindeendiolen 1.2" er

	$K_{18°}$
aethyleenglycol	0.14
propaandiol 1.2	0.44
„ 1.3	0.026
α-monochloorhydrine	0.28
glycerine	0.77
cis-cyclohexaandiol 1.2	0.15
trans- „ 1.2	0.000

De studie der cyclische glycolen heeft nu een belangrijken steun gegeven aan de doeltreffendheid van de dynamische voorstelling.

Bij de cyclopentaan-diolen liggen de vijf koolstofatomen bijna zonder spanning in één vlak, wanneer wij aannemen, dat de affeniteitsrichtingen een hoek van 109°28′ met elkander maken. In de cis-isomeren liggen de OH-groepen met de C-atomen, waaraan zij gebonden zijn, ten naasten bij in één vlak, dus zeer gunstig voor boorzuur en aceton, zooals dan ook uit het onderzoek van VAN LOON gebleken is.

Bij de trans-diolen liggen ze zeer ongunstig. Tengevolge van den vijfring kunnen deze OH-groepen ook nimmer gunstig komen te liggen, zonder dat de ring verbroken wordt. Inderdaad was van de vorming van een aceton-verbinding geen sprake.

Het uitblijven van de aceton-verbinding bij dit trans-diol en bij het trans-hydrindeendiol 1.2 is tevens het bewijs, dat, wanneer den OH-groepen belet wordt van tijd tot tijd met de C-atomen, waaraan zij gebonden zijn in of bijna in één vlak te komen, er zich geen vijfring vormt. (z. b.).

Bij het cis-cyclohexaandiol 1.2 was indertijd gevonden, dat het geen invloed uitoefende op het geleidingsvermogen van het boorzuur. Dit had mij toen reeds doen besluiten, dat in dien zesring een zekere soepelheid moet worden aangenomen, waardoor de hydroxylgroepen verder niteen zouden gaan staan, dan men zoude verwachten, indien de zes atomen van den ring blijvend in een plat vlak lagen.

---

het eerst de aandacht op gevestigd, dat de studie dezer evenwichten waarschijnlijk fijnere verschillen in de configuratie der molekulen aan het licht zoude brengen dan de boorzuurmethode. De metingen zijn uitgevoerd door den heer P. HERMANS.

Het evenwicht: glycol + aceton $\gtrless$ aceton-verbinding + water bevestigde eenerzijds deze voorstelling, daar het bijna even ongunstig ligt als bij het aethyleenglycol. (z. b.).

Anderzijds bevestigde het onze dynamische voorstelling: De aceton-verbinding vormt zich; de hydroxylgroepen moeten derhalve van tijd tot tijd met de aanliggende C-atomen in of bijna in hetzelfde vlak komen te liggen.

Een volledige rotatie, zooals bij de verzadigde niet-cyclische glycolen is hier niet mogelijk, daar dit een voortdurende overgang van cis- in trans-diol en vice-versa zou beteekenen, welke niet plaats vindt; daarenboven geeft het trans-diol geen spoor van een aceton-verbinding.

Hoe kunnen wij ons nu een voorstelling maken van de beweging in het cyclohexaandiol?

In 1890 is door Sachse [1]) een uitvoerige studie gepubliceerd over den stand der C-atomen in de verzadigde ringsystemen onder voor-opstelling, dat de affiniteitsrichtingen hoeken van 109°28′ met elkander maken. Voor de drie-, vier- en vijfringen bewijst hij, dat de atomen in één vlak moeten gelegen zijn en dat een spanning onvermijdelijk is, die echter bij den vijfring onbeteekenend is (Von Baeyer'sche ringspanning). Voor den zesring toont hij aan, dat het molekuul op twee wijzen aan een spanning kan ontkomen. Ten eerste kunnen de C-atomen drie aan drie in twee vlakken liggen, zoodat de bindingen tusschen de C-atomen een zig-zag lijn vormen. Er kunnen echter ook vier atomen in één vlak liggen en twee (bijv. 1 en 4, 2 en 5 of 3 en 6) daar buiten.

Uit den eersten stand kan het molekuul niet worden verwijderd, zonder dat er een zekere weerstand moet worden overwonnen; de tweede stand is plooibaar.

Van verschillende zijden werd er op attent gemaakt, dat deze standen van het molekuul niet het beeld konden vormen van de stabiele ligging der atomen, aangezien het aantal isomeren en vooral der optische isomeren dan veel grooter zou moeten zijn.

Aschan [2]) merkt echter op, dat deze standen wel mogelijk zijn, indien men hen beschouwt als de opeenvolgende phasen van een in beweging zijnd systeem.

Deze opvatting is nu door onze boorzuurmetingen en de studie der aceton-verbindingen bevestigd.

Wanneer wij aanvaarden, dat de molekulen der zesringen zich als golvende oppervlakken door de ruimte bewegen, dan komen de

---

[1]) Berichte **23**, 1363 (1890). Zeitschr. f. physik. Chemie **10**, 228 (1890).

[2]) „Chemie der Alicyclischen Verbindungen", pag. 328—331.

OH-groepen van het cis-diol van tijd tot tijd in hetzelfde vlak met en aan dezelfde zijde van de C-atomen, waaraan zij bevestigd zijn en de frequentie van deze gebeurtenis zal afhankelijk zijn van den meest stabielen toestand van het molekuul.

Het is duidelijk, dat bij deze undulaties telkens een symmetrische stand wordt gepasseerd, zoodat, al is de meest stabiele ligging een asymmetrische, de afzondering van optische isomeren in vloeibaren toestand niet wel mogelijk is; er zal toch om dezelfde reden als bij de bewegingen van het antiwijnsteenzuur, voortdurend racematie intreden. Bij het trans-cyclohexaandiol blijven de OH-groepen steeds ver uitelkander, inderdaad hebben wij geen aceton-verbinding kunnen verkrijgen en is een invloed op het geleidingsvermogen van het boorzuur niet waargenomen.

Een nadere bevestiging hebben de cis- en transcycloheptaandiolen gegeven.

Passen wij hierop de berekeningen van Sachse toe, dan komen, zoowel bij het cis- als bij het transdiol de OH-groepen bij haar bewegingen in of bijna in het zelfde vlak met en aan dezelfde zijde van de C-atomen, waaraan zij gelegen zijn. Er zijn nu inderdaad aceton-verbindingen verkregen en verhoogingen van het geleidingsvermogen van boorzuur waargenomen, *zoowel bij het cis- als bij het trans-diol*, zoodat onze metingen in volkomen overeenstemming zijn met hetgeen bij de bewegingen van dit systeem als golvend oppervlak te verwachten is.

Volgens deze opvatting is er dus geen spanning in de zes- en zevenringsystemen zelfs nog minder dan in den vijfring en eigenlijk wisten wij dit reeds uit de metingen van de verbrandingswarmten van de cyclo-paraffinen. De zeer nauwkeurige bepalingen van Stohmann, Roth en Zubow, laten geen twijfel, dat de toename der verbrandingswarmte per CH_2-groep van C_5H_{10}, C_6H_{12} en C_7H_{14} niet meer bedraagt dan bij de paraffinen gevonden is, hetgeen bij toenemende spanning wèl het geval had moeten zijn.

Dit resultaat schijnt nu in strijd te zijn met de bevindingen over de ringsluitingen. Wanneer er in de hoogere verzadigde ringen geen ringspanning aanwezig is, waarom vormen zij zich dan niet even gemakkelijk als de vijfringen en waarom is hun verspreiding in de natuur ook kennelijk minder?

Deze minder gemakkelijke vorming wordt bij onze proeven inderdaad treffend geïllustreerd door de zeer lage evenwichtsconstante van het stelsel propaandiol 1.3 + aceton vooral vergeleken met het overeenkomstige propaandiol 1.2 + aceton, waarvan het verschil juist berust op zesring- contra vijfring-sluiting. (z. b.)

Een antwoord is hier ook gemakkelijk te geven:

De kans, dat de beide OH-groepen in het propyleenglycol 1.2 gunstig komen te liggen tegenover het aceton-molekuul is zooveel grooter dan bij het 1.3 isomeer. Bij het propaandiol 1.2 is een wenteling der molekuuldeelen om één enkele binding voldoende, terwijl in het propaandiol 1.3 de banen der OH-groepen veel omvangrijker en ingewikkelder zijn, zoodat zij in dezelfde spanne tijds zeker heel wat minder keeren in een gunstige positie komen te liggen.

Het resultaat van deze studie kunnen wij aldus samenvatten:

1°. Ook atomen, die niet direkt aan elkander gebonden zijn, oefenen in eenzelfde molekuul een werking op elkander uit.

2°. De verzadigde niet cyclische molekulen voeren o. a. bewegingen uit, waarbij de molekuuldeelen in tegengestelden zin of met verschillende snelheden draaien om de enkelvoudige bindingen als assen.

Bij ongelijkmatige belasting, zooals in de allermeeste molekulen het geval is (uitgezonderd zijn alleen H_2, O_2, N_2 enz. C_2H_6, C_2Cl_6, wellicht oxaalzuur, enz.) zijn de bewegingen ongelijkmatig, omdat de meest stabiele stand der atomen het meest zal worden gepasseerd.

3°. In de verzadigde ringvormige molekulen met zes en zeven koolstofatomen zijn de ringvormende atomen niet in één vlak vastgelegd, maar liggen zij spanningsloos in een gebogen oppervlak, dat in golvende bewegingen zich door de ruimte voortspoedt.

Delft, October 1921.

Natuurkunde. — Prof. F. ZERNIKE: *„Een nieuwe, zeer gevoelige galvanometer met bewegelijken draadklos"*.

(Aangeboden door den Heer H. HAGA).

Inleiding. Het vraagstuk, de omstandigheden te bepalen waaronder een galvanometer van dit tegenwoordig meest gebruikte type zoo gevoelig mogelijk wordt, is in de literatuur herhaaldelijk behandeld [1]). Men is in 't kort tot dit resultaat gekomen: bij bepaalden slingertijd is de gevoeligheid omgekeerd evenredig met den wortel uit het *traagheidsmoment* K van het bewegelijk systeem. Het kleiner maken van K vond vroeger zijn grens doordat de *richtkracht* D van de ophanging, die daarmee evenredig verkleind moet worden, gebonden was aan de uiterst bereikte afmetingen van den ophangband, waardoor D hoogstens tot 0,2 cgs. daalde.

In de laatste jaren zijn verschillende galvanometers geconstrueerd met veel kleinere richtkrachten. Indien men eens aan geen grens voor D gebonden was, dan zou de bereikbare gevoeligheid beperkt worden, omdat K niet willekeurig verkleind kan worden door de aanwezigheid van den *galvanometerspiegel.* Het is opmerkelijk, dat met dit belangrijke onderdeel van het instrument bij de boven aangehaalde beschouwingen zoo goed als geen rekening gehouden is. Alleen EINTHOVEN [2]) heeft er nadrukkelijk op gewezen, dat bij het beoordeelen van de gevoeligheid van galvanometers met de grootte van den spiegel rekening gehouden moet worden. Zijn beschouwingen leidden, zooals bekend is, tot het construeeren van een ander type, den snaargalvanometer, en geven dus geen antwoord op de hier gestelde vraag: *een galvanometer met draaibare klos en spiegelaflezing zoo gevoelig mogelijk te maken.*

Om deze vraag te beantwoorden zal ik daarom den spiegel gegeven denken. Tognogtoe beschouwde men den spiegel als een wel noodzakelijke, maar schadelijke toevoeging, omdat hij het traagheidsmoment grooter maakt. Bij verschillende instrumenten uit den handel vindt men dan ook dat het traagheidsmoment van het spiegeltje

[1]) O. a. W. JAEGER, Z f. Instrumentenk. **23,** 261 en 533 (1903).
W. P. WHITE, Phys. Rev. **19,** 305 (1904).
W. J. H. MOLL, deze Versl. **22,** 206 (1913).
Uitvoerige bespreking bij W. JAEGER, Elektrische Messtechnik, Leipzig 1917, pg. 204 en vlgg.

[2]) W. EINTHOVEN, Ann. d. Physik **12,** 1062 (1903).

1—3% van het geheel uitmaakt. Ik zou dit willen omkeeren en zeggen: het klosje is een wel noodzakelijk, maar schadelijke toevoeging aan den spiegel en men moet zorgen, dat het totale traagheidsmoment niet veel grooter wordt dan dat van den spiegel.

Uit de volgende formules moge blijken hoever men daarin gaan moet. Daarna zal ik laten zien, dat men bij de technische uitvoering volgens deze beginselen de constructie-details stuk voor stuk kan berekenen, ongeveer zooals een ingenieur een dynamo berekent, en daarbij de gegevens van werkelijk uitgevoerde galvanometers, zooals zij door de N.V. vh. Kipp en Zonen te Delft in den handel gebracht worden, vermelden.

Berekening. Voor de spanningsgevoeligheid heeft men

$$P = \frac{Hf}{Dr} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

als voorwaarde voor den aperiodischen grenstoestand

$$\frac{H^2 f^2}{2r} = \sqrt{DK} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

en voor de ongedempte slingeringen

$$D = \frac{4\pi^2}{T^2} K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Hier en verderop hebben de letters de volgende beteekenis:

P draaiing tengevolge van een E.M.K. één in de keten,

H magnetische veldsterkte (ter plaatse van de verticale draden van het klosje),

f windingsvlak van het klosje,

D richtkracht,

K traagheidsmoment van het geheele systeem,

K_0 traagheidsmoment van het klosje alleen,

r weerstand van de geheele keten,

r_0 weerstand van het klosje,

T periode van de ongedempte slingeringen,

$m = H/H_{min}$,

waarbij de grootheden gemeten gedacht worden in electromagnetische cgs-eenheden.

Wanneer men uit (1), (2) en (3) Hf en D elimineert, vindt men

$$P^2 = \frac{T^3}{4\pi^3 Kr} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

voor de spanningsgevoeligheid. Zooals bekend is wordt bij iederen galvanometer de stroomgevoeligheid evenredig met $\sqrt{r}$, de spannings-

gevoeligheid omgekeerd evenredig daarmee gevonden. De effektgevoeligheid (Wattgevoeligheid) is daardoor onafhankelijk van den weerstand, en uit (4) volgt, dat men deze slechts kan verhoogen door verkleinen van K of door vergrooten van T. Dit laatste middel maakt den galvanometer spoedig minder bruikbaar, zoodat het beter is de grootste waarde, die T in eenig bepaald geval hebben mag, voorop te stellen. We zoeken dus de maximale waarde van (4) bij gegeven T, spiegel, en uitwendigen weerstand. Bovendien denk ik H gegeven. Het blijkt dan vanzelf, hoe de bereikte gevoeligheid van H afhangt. Uit (2) en (3) vindt men

$$H^2 = \frac{4\pi}{T} \cdot \frac{Kr}{f^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Veronderstel eens, dat het klosje kortgesloten werd en de spiegel afgenomen, zoodat $Kr = K_0 r_0$ werd, en daarmee zoo klein mogelijk voor een bepaald klosje. Uit (5) vindt men dan de kleinste waarde van H, waarmee de galvanometer aperiodisch gemaakt kan worden. Belangrijk is daarbij, dat deze kleinste veldsterkte, die ik door H_{min} zal aangeven, niet van de afmetingen, draaddikte enz. van het klosje blijkt af te hangen. Men vindt gemakkelijk, als men alleen de verticale deelen van de windingen in aanmerking neemt, dat

$$\frac{K_0 r_0}{f^2} = s\sigma$$

is, d.w.z. gelijk aan het product van dichtheid en specifieken weerstand van het metaal. De horizontale draadstukken van het klosje, de isolatie enz. kunnen de berekende grootheid, en daarmee H_{min}, alleen *grooter* maken. We vinden dus

$$H_{min} = \frac{4\pi}{T} \frac{K_0 r_0}{f^2} = \frac{4\pi s\sigma}{T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

zoodat H_{min} bij het bepalen van de maximale gevoeligheid als gegeven beschouwd moet worden.

(5) en (6) geven

$$\frac{H^2}{H_{min}^2} = \frac{Kr}{K_0 r_0} = m^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6a)$$

waarin dus m een gegeven getal > 1 is. Stel K/K_0 voor door k, dan is dus $r/r_0 = m^2/k$. Voor (4) kan men schrijven

$$P^2 = \frac{T^2}{4\pi^3 (K - K_0)(r - r_0)} \cdot \frac{1}{m^2} (k-1) \left(\frac{m^2}{k} - 1 \right)$$

waarin alleen de laatste twee factoren veranderlijk zijn. Hun product is een maximum voor $k = m$. De voorwaarden voor maximale gevoeligheid zijn dus

$$\frac{K}{K_0} = \frac{r}{r_0} = \frac{H}{H_{min}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

en de daarmee bereikte gevoeligheid

$$P^2 = \frac{T^2}{4\pi^2 (K - K_0)(r - r_0)} \cdot \frac{(m-1)^2}{m^2}.$$

Hieruit volgt verder dat men m zoo groot mogelijk moet maken. $K - K_0$ is het traagheidsmoment van den spiegel, $r - r_0$ de gegeven uitwendige weerstand (eigenlijk + de weerstand van den bewegelijken stroomtoevoer naar het klosje, die bij een bepaalde constructie ook als gegeven te beschouwen is). De grootste, practisch onbereikbare, gevoeligheid is dus

$$P_{max}^2 = \frac{T^2}{4\pi^2 K_{sp}\, r_{uitw}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

en de verhouding P/P_{max} kan men het nuttig effekt van den galvanometer noemen. Algemeen vindt men daarvoor dus

$$\frac{P}{P_{max}} = \frac{1}{m}\sqrt{(k-1)\left(\frac{m^2}{k} - 1\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Daar m bijv. 10 kan zijn, beteekenen de voorwaarden (7) dat men niet alleen, zooals bekend is uit vroegere onderzoekingen, den weerstand van den galvanometer klein moet maken t.o.v. den uitwendigen weerstand, maar dat ook *het traagheidsmoment van het klosje klein t. o. v. dat van den spiegel zijn moet.*

Technische uitvoering. Bovenstaande formules gaan we gebruiken voor het nader berekenen van galvanometers met twee verschillende perioden, 3 resp. 8 sec. Voor de te gebruiken ronde spiegeltjes heeft men:

doorsnede	12	10	8	millimeter
traagheidsmoment	0,0055	0,0026	0,0011	

bij een dikte van 0,20 mm. Nog dunnere spiegels zijn meestal onvoldoende vlak, en verbuigen ook al te gemakkelijk door de bevestiging.

De bereikbare waarde van H hangt van de grootte van den gebruikten staalmagneet, maar ook van de afmetingen van het interferrum af. Bij verschillende bestaande galvanometers vond ik voor H circa 700, bij één 1100. De kleine klosjes met weinig windingen, die volgens het bovenstaande noodig zijn, maken het mogelijk H belangrijk grooter te maken, mits men een ijzeren kern binnen het klosje plaatst. Ik gebruik bijv. een kern van 6,8 mm. door-

snede en 15 mm. hoogte, daaromheen een luchtspleet van 1,2 mm. Het klosje bestaat dan uit rechthoekige draadwindingen van 8×16 mm. Met een eenvoudigen staalmagneet blijkt dan

$$H = 2000$$

te worden. Deze waarden zal ik voor 't vervolg aannemen. Uit (6) vinden we voor koper bij $T = 3$ resp. 8 voor H_{min} 250 resp. 150. Neemt men echter de horizontale draden in aanmerking, dan wordt de weerstand 3/2 maal, het traagheidsmoment 7/6 maal zoo groot, en daardoor

$$H_{min} = 330 \text{ resp. } 200$$
$$m = 6 \quad ,, \quad 10$$

Om het klosje niet al te dun en mechanisch te zwak te doen worden neem ik nu niet volgens (7) $K/K_0 = m$, maar $= 3$. Daardoor zal het nuttig effekt volgens (9) toch nog 78 resp. 80 °/₀ zijn, tegenover 83 en 90 °/₀ in het gunstigste geval.

Kiezen we voor den snelsten galvanometer den spiegel van 8 mm., voor den anderen dien van 10 mm., dan wordt dus

$$K_0 = 0{,}0005 \text{ resp. } 0.0013$$

en daarmee

$$D = 0{,}0070 \quad ,, \quad 0{,}0025$$

We hebben hier reeds vrijwel het uiterst bereikbare voor ons, zoodat kleinere spiegels bijna geen grooter gevoeligheid meer zouden geven. In de berekeningen is n.l. nog geen rekening gehouden met de *luchtdemping*. Deze blijkt hier reeds zeer merkbaar te zijn. Belangrijk verder verkleinen van het product KD, dat hier 10.10^{-6} is, zou veroorzaken dat de galvanometer bij geopende keten reeds aperiodisch gedempt werd. Door een smaller klosje te nemen zou men wat verder kunnen komen.

Voor de verdere berekening moet nu de weerstand gegeven zijn. Als voorbeeld kies ik 100 Ω voor den totalen weerstand. Uit (6a) vinden we

$$\frac{r}{r_0} = 12 \text{ resp. } 33 \quad \text{en} \quad r_0 = 8{,}3 \text{ resp. } 3{,}0\ \Omega$$

en verder f uit

$$\frac{K_0 r_0}{f^2} = \frac{7}{4} s\sigma = 2{,}6 \,.\, 10^{-5}$$
$$f = 13 \text{ in beide gevallen.}$$

Daar één winding een oppervlak van 1,2 cm² heeft, moet men dus 11 windingen nemen, en een draadlengte van 51 cm. Uit weerstand en lengte volgt voor den diameter van den draad 0,035 resp. 0,06 mm. De eerste van deze waarden is al te klein. Men kan

daaraan tegemoet komen: 1° Door het klosje kleiner, bijv. 5×12 mm. te nemen, daardoor het aantal windingen en de draadlengte grooter makend. Dan wordt de draaddikte 0,043 mm. 2°. Door niet $k = 3$ maar bijv. $k = 2$ te nemen. Daarmee wordt $K_0 = 0.0011$, $r_0 = 5{,}6\Omega$ $f = 15{,}3$ diameter 0,046. Combinatie van beide middelen geeft de bruikbare dikte 0,055 mm.

De spanningsgevoeligheid vindt men uit (4). Voor den uitslag P' per microvolt in schaaldeelen op 1000 schaaldeelen afstand wordt algemeen

$$P' = 0{,}57\ T^{3/2}\ K^{-1/2}\ r^{-1/2}$$

en in de twee berekende gevallen $T = 3$ en 8, $r = 100\ \Omega$

$$P' = 8 \text{ resp. } 21 \text{ mm}/\mu\text{V}$$

Dergelijke gevoeligheden heb ik inderdaad bereikt, ook de 3 maal grootere bij 10 Ω totalen weerstand. Door een magnetische shunt aan te brengen, die met een schroef versteld kan worden, bleek het mij mogelijk H continu veranderlijk te maken tusschen de genoemde grootste waarde en 1/3 daarvan. Door dit hulpmiddel kan men één instrument gebruiken voor weerstanden van bijv. 11 tot 100 Ω, en voor elke waarde binnen die grenzen onmiddellijk den aperiodischen grenstoestand instellen. Voor de zoo bereikte zwakkere velden zal m afnemen tot 2 à 3. Dit is een reden te meer om K/K_0 niet grooter dan 3 te nemen.

Een zeer belangrijk punt moet nog vermeld worden, n.l. hoe het mogelijk is de vereischte zeer kleine richtkracht te verwezenlijken. Voor een band met rechthoekige doorsnede met zijden a en b, en lengte l, die gewrongen wordt, heeft men

$$D = \frac{G}{3l}\, ab^3$$

wanneer b klein t. o. v. a is. G is de torsie-modulus.

Men zou eraan kunnen denken, smalle strooken van bladmetaal te snijden, om b zeer klein te krijgen. Het gewone bladzilver bijv. is 0,2 μ dik. Het bleek mij echter, dat dergelijke bandjes een vele malen grootere richtkracht geven dan de berekende. Blijkbaar is het geslagen metaal al te weinig vlak. Ik heb daarom door electrolyse bladzilver van 0,4 tot 0,7 μ dikte gemaakt, door het metaal bijv. op zink neer te slaan, en later het zink in verdund zuur op te lossen. Met behulp van een scheermes, dat aan een verdeelmachine bevestigd is, gelukt het verder van dit bladmetaal smalle strookjes, zoo noodig zelfs van 0,02 mm. breed, te snijden.

Voor een zilverbandje van 0,5 μ dik, 0,1 mm. breed en 10 mm. lang geeft de formule $D = 0{,}00012$. Twee zulke bandjes zouden

dus slechts één tiende van de kleinste boven berekende richtkracht geven. Met veel zorg bereikt men met dergelijke bandjes blijkens herhaalde proeven een richtkracht die 2 à 3 maal de berekende is. Uit de genoemde afmetingen berekent men verder voor den weerstand 3 Ω, wat zelfs voor galvanometers met kleinen weerstand niet te hoog is, terwijl men natuurlijk de bandjes ook breeder kan maken.

Voor de ophanging is het niet mogelijk deze dunne bandjes te gebruiken, want ze vertoonen de geringe richtkracht bij torsie alleen in ongespannen toestand. Daarom gebruik ik een *kwartsdraad* als ophangdraad en zorg dat deze 80 of 90 °/₀ van de richtkracht geeft. De elastische nawerking van de bandjes, die groot is, heeft daardoor weinig of geen invloed. De metaalbandjes — wellicht is koper daarvoor in verschillende opzichten te verkiezen boven zilver — hangen slap aan weerszijden van den kwartsdraad.

Ten slotte zij vermeld, dat de zeer lichte bewegelijke systemen bijzonder rustig blijken te hangen. Dit is zeker voor een deel toe te schrijven aan de betrekkelijk sterke luchtdemping, waardoor ook slingeringen om horizontale assen vrij snel gedempt worden.

Groningen. *Natuurkundig Laboratorium der Rijks-Universiteit.*

Wiskunde. — W. VAN DER WOUDE: *„Over den weg van een lichtstraal in 't gravitatieveld van een enkel materieel centrum".*

(Aangeboden door de Heeren J. C. KLUYVER en H. A. LORENTZ).

1. In deze verhandeling wensch ik, uitgaande van het tegelijkertijd door SCHWARZSCHILD[1]) en DROSTE[2]) voorgestelde lijnelement van het gravitatieveld van een enkel materieel centrum aan te toonen:

1°. de weg van elken lichtstraal is (met toelaatbare verwaarloozing) een hyperbool, waarvan de zon een der brandpunten is; al deze lichtwegen hebben gelijke groote as;

2°. door deze meetkundige gegevens zijn 8 hyperbolen bepaald, die door 2 gegeven punten gaan; op physische gronden blijkt echter gemakkelijk, dat van de 8 hyperbolen, die aldus de aarde met een willekeurige ster verbinden, ér slechts één weg is, waarlangs 't licht, uitgaande van de ster, de aarde bereikt.

Hieraan voeg ik nog een enkele opmerking over de bepaling van de grootte der afwijking toe[3]).

2. 't Lijnelement van SCHWARZSCHILD—DROSTE heeft de volgende uitdrukking:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\mu}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{\mu}{r}} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta \, d\varphi^2), \quad . \quad . \quad (1)$$

of, na de substitutie

$$r = \varrho \left(1 + \frac{\mu}{4\varrho}\right)^2,$$

$$ds^2 = \left\{1 - \frac{\mu}{\varrho\left(1 + \frac{\mu}{4\varrho}\right)^2}\right\} dt^2 - \left(1 + \frac{\mu}{4\varrho}\right)^4 \{d\varrho^2 + \varrho^2(\sin^2\theta \, d\varphi^2 + d\theta^2)\} \quad (1')$$

---

[1]) K. SCHWARZSCHILD: Sitzungsberichte der Kön. Preuss. Akad. der Wissenschaften, 1916.

[2]) J. DROSTE: Het zwaarteveld van een of meer lichamen volgens de theorie van EINSTEIN. Proefschrift, Leiden, 1916.

[3]) Voor vroegere behandeling van den lichtweg in dit veld zie: W. DE SITTER: On EINSTEIN's Theory of Gravitation (Monthly Notices R. A. S., vol. LXXVI, p. 717).

A. S. EDDINGTON: Report on the Relativity Theory of Gravitation (p. 53—56).

H. VAN DER LINDEN: La Trajectoire d'un rayon lumineux dans le champ de gravitation d'EINSTEIN-SCHWARZSCHILD (Académie royale de Belgique, Bulletin, t. VI, 1920, p. 90—97).

Hierin is μ de massa van 't graviteerend centrum C.

Wat de „ruimtecoördinaten" r (of ϱ), θ, φ betreft, aangenomen wordt, dat de grootheden θ en φ dezelfde waarden hebben als aan haar worden toegekend door een waarnemer, die zijn waarnemingen en berekeningen verricht in de overtuiging, dat de ruimte Euclidisch is; verder behoeft noch r noch ϱ geheel gelijk te zijn aan den van uit C Euclidisch gemeten afstand R, maar wel wordt verondersteld, dat r en R of ϱ en R eenwaardige functies van elkaar zijn, zoodat $\frac{r}{R}$ en $\frac{\varrho}{R}$ zoo weinig van 1 verschillen, dat, tenminste voor niet te kleine waarden van R, $\left(\frac{r}{R}\right)^2$ en $\left(\frac{\varrho}{R}\right)^2$ t. o. v. de eenheid verwaarloosd kunnen worden.

De eenheden van lengte en tijd zijn zoo aangenomen, dat 't licht de eenheid van lengte in de eenheid van tijd aflegt, zoodat wij b.v. 1 KM. en $\frac{1}{3.10^5}$ sec. als die eenheden kunnen beschouwen; tenslotte is de massa μ in gravitatie-eenheden uitgedrukt. Beschouwen wij b.v. 't middelpunt van de zon als 't graviteerend centrum, dan is $\mu = 1{,}47$ en dan zal $\frac{\mu}{\varrho}$ reeds dadelijk buiten 't oppervlak der zon zeer klein zijn; in 't veld buiten de zon kunnen wij dus als eerste benadering de tweede en hoogere machten van $\frac{\mu}{\varrho}$ verwaarloozen en (1') vervangen door

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\mu}{\varrho}\right) dt^2 - \left(1 + \frac{\mu}{\varrho}\right) \{d\varrho^2 + \varrho^2 (\sin^2 \theta \, d\varphi^2 + d\theta^2)\} \quad . \quad (2)$$

3. In de ruimte (2) zal nu de voortplanting van 't licht geschieden volgens een minimaallijn, d. w. z. volgens een lijn, waarvoor

$$ds = 0,$$

of waarvoor

$$\left(1 - \frac{\mu}{\varrho}\right) dt^2 = \left(1 + \frac{\mu}{\varrho}\right) \{d\varrho^2 + \varrho^2 (\sin^2 \theta \, d\varphi^2 + d\theta^2)\};$$

daar de aard van 't veld dadelijk doet inzien, dat de baan in een „vlak" door C zal liggen, kunnen wij hierin $\theta = \frac{1}{2}\pi$ stellen, dan geldt voor den lichtweg:

$$\left(1 - \frac{\mu}{\varrho}\right) dt^2 = \left(1 + \frac{\mu}{\varrho}\right) (d\varrho^2 + \varrho^2 \, d\varphi^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Aangenomen wordt nu, dat ook nu nog de weg tusschen 2 punten

A en B in de driedimensionale ruimte bepaald mag worden door de eisch te stellen, dat de eerste variatie van de integraal:

$$I = \int_A^B dt = \int_A^B \sqrt{\frac{1+\frac{\mu}{\varrho}}{1-\frac{\mu}{\varrho}}(d\varrho^2 + \varrho^2\, d\varphi^2)}$$

gelijk nul moet zijn. Met dezelfde verwaarloozing als te voren kunnen wij dus zeggen, dat wij φ zoo als een functie van ϱ moeten bepalen, dat

$$\delta \int_A^B \sqrt{\left(1+\frac{2\mu}{\varrho}\right)\left[1+\varrho^2\left(\frac{d\varphi}{d\varrho}\right)^2\right]}\, d\varrho = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Om deze opgaaf op te lossen, wijzen wij op een ander vraagstuk, dat uit een zuiver analytisch oogpunt gezien, hiermee gelijkwaardig is. Beweegt zich in de nu Euclidisch-gedachte ruimte een planeet met de eenheid van massa volgens de wet van NEWTON in 't zwaarteveld der zon, dan wordt volgens 't principe der kleinste werking haar baan gegeven door

$$\delta \int \sqrt{2\left(\frac{\mu}{\varrho}+h\right)\left[1+\varrho^2\left(\frac{d\varphi}{d\varrho}\right)^2\right]}\, d\varrho = 0,$$

waarin h de constante van de levende kracht is.

Hieruit blijkt dat de oplossing van (4)

$$\varphi = f(\varrho)$$

tevens de baan van een planeet om de zon voorstelt, waarbij $h = \frac{1}{2}$, en dat ook 't omgekeerde waar is.

Nu is elk dezer planetenbanen een kegelsnede. 't Zou evenwel niet *geheel* juist zijn te zeggen, dat de lichtweg in de drie-dimensionale ruimte een kegelsnee is (tenzij wij als een kegelsnee in een niet-Euclidisch vlak definieeren een kromme, die dezelfde poolvergelijking heeft als een kegelsnee; de naam ellips of hyperbool wordt echter in de differentiaal-meetkunde reeds aan andere krommen gegeven); zij wordt door

$$\varphi = \varphi_1 \quad , \quad \varrho = \varrho_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

door een kegelsnee afgebeeld in een Euclidisch vlak, waarin ϱ_1 en φ_1 poolcoördinaten zijn.

't Is nu van eenig belang op te merken, dat de formules (5) 't vlak met 't lijnelement:

$$ds^2 = \left(1+\frac{\mu}{\varrho}\right)(d\varrho^2 + \varrho^2\, d\varphi^2)$$

conform afbeelden op 't Euclidisch vlak, daar de coëfficiënten van beide fundamentaalvormen evenredig zijn.

Wanneer dus blijkt, dat in 't beeldvlak de raaklijn in B aan den lichtweg AB met de voerstraal CB een grooteren of kleineren hoek maakt dan de rechte lijn AB, dan volgt hieruit niet alleen, dat inderdaad volgens de theorie van EINSTEIN 't punt A in een andere richting van uit B gezien zal worden, als volgens de vroegere opvattingen verwacht kon worden, maar ook dat de numerieke grootte van deze afwijking direkt uit 't beeld valt af te lezen.

In weerwil van 't pas genoemde bezwaar zullen wij in 't vervolg, daar verwarring uitgesloten is, niet schromen de kromme $\varphi = f(\varrho)$ in 't EINSTEIN-vlak een kegelsnede te noemen; wij wilden er slechts op wijzen, dat voor 't trekken van de eindconclusie een beroep op 't kenmerk der conforme afbeelding noodig is.

4. Beschouwen wij nu eerst nogmaals de banen van materieele punten, die zich met de eenheid van massa volgens de wet van NEWTON in 't Euclidisch-gedachte gravitatieveld van de zon C bewegen, terwijl voor al die banen de constante h een zelfde waarde heeft, dan staat 't reeds vast, dat al deze banen een kegelsnedenstelsel vormen met een gemeenschappelijk brandpunt C. Verder is 't bekend, dat de halve groote as van zoo'n kegelsnee bepaald wordt door:

$$a = -\frac{\mu}{h}.$$ [1]

De kegelsneden hebben dus ook alle dezelfde groote as; 't teeken der as geeft aan, of wij met een ellips, een hyperbool of een parabool te doen hebben.

Toegepast op de vraag, die ons bezig houdt, beteekent dit:

De weg van elken lichtstraal is een hyperbool, waarvan de zon een der brandpunten is; de lengte van de halve groote as is steeds gelijk aan 2μ ($= \pm 3$ K.M.).

5. Wij bepalen nu den lichtweg tusschen 2 gegeven punten A en B.

Daarvoor beschrijven wij een cirkel γ uit C met een straal 2μ en uit A en B beide cirkels, die γ raken; de snijpunten van γ met AC en 't verlengde van AC heeten respectievelijk A'' en A', B'' en B' zijn op dezelfde wijze bepaald. Elk snijpunt van een der cirkels met 't middelpunt A en een der cirkels met 't middelpunt

[1]) Zie b.v. P. APPELL: Traité de Mécanique rationale, I p. 393).

B vormt met C de brandpunten van een hyperbool door A en B, wier groote as 4μ is. Voorloopig vinden wij dus 8 hyperbolen; gaan wij nog na, welke een mogelijken lichtweg tusschen A en B geven.

Laat S_4 een snijpunt zijn der cirkels AA'' en BB', dan is

$$AC - AS_4 = 4\mu = BS_4 - BC,$$

d. w. z. A en B liggen op verschillende takken van de hyperbool, die C en S_4 tot brandpunten heeft. Deze hyperbool is dus wel een lichtweg, maar niet van A naar B; evenmin is dit 't geval met de beide hyperbolen, die een brandpunt hebben in een der snijpunten van de cirkels AA' en BB''.

De beide cirkels AA'' en BB'' kunnen onbestaanbare snijpunten hebben; 't kan echter ook zijn, dat deze snijpunten bestaanbaar zijn. Is in de laatste veronderstelling S_3 zoo'n punt, dan is

$$AC - AS_3 = 4\mu = BC - BS_3,$$

d. w. z. A en B liggen beide op dien tak van de hyperbool, die C en S_3 tot brandpunten heeft, die niet naar de zon gekromd is, dus juist op dien tak, die geen lichtweg is.

Zijn echter S_1 en S_2 de snijpunten der cirkels AA' en BB', dan zijn zoowel C en S_1 als C en S_2 de brandpunten van een hyperbool, waarvan dezelfde tak, en wel de naar C gekromde tak, door A en B gaat.

Van de 8 hyperbolen door A en B, die C als brandpunt hebben en waarvan de halve groote as gelijk 2μ is, zijn er stechts twee, die een mogelijken lichtweg geven; inderdaad zijn beide lichtwegen, als de tak, waarop A en B liggen, de zon slechts niet snijdt.

Hierbij rijst dus de vraag:

Laat B een punt zijn van de aardbaan en C 't middelpunt van de zon, kunnen wij A dan zoo plaatsen, dat B door 2 lichtstralen uit A bereikt wordt?

Wij noemen S_2 dat snijpunt der cirkels AA' en BB', dat aan denzelfden kant van AB ligt als C; wij stellen $\angle A'SB = \delta$. 't Is duidelijk, dat nu CS_2 kleiner is dan CP als P 't snijpunt is der raaklijnen in A' en B' aan γ; dus is

$$CS_2 < 4\mu \cot g \tfrac{1}{2} \delta.$$

Het punt S_2 zal dus binnen de zon liggen (daar $2\mu = \pm 3$) en de hyperbool met C en S_2 als brandpunt en zal geen lichtweg zijn, die A en B verbindt, tenzij misschien als δ zeer klein genomen wordt.

Wij zullen derhalve om CS_2 een zoo groot mogelijke waarde te

geven, A aannemen op 't verlengde van BC op oneindigen afstand. Dan vinden wij

$$CS_2 < B'S_2 = \sqrt{8\mu \times 2BB'} = \pm 6 \times 10^4\ KM,$$

zoodat zelfs nu S_2 nog binnen de zon ligt. Derhalve: *'t Is onmogelijk van uit een punt der aardbaan een zelfde punt in 2 verschillende richtingen te zien.*

Scheikunde. — J. H. Gerver: „*Eene voorloopige mededeeling over gechloorde saccharinen.*"

(Aangeboden door de Heeren A. F. Holleman en P. v. Romburgh.)

Het is bekend, dat substitutie van waterstof in de benzolkern van saccharine de zoete smaak aanzienlijk kan wijzigen. Dit was tot nu toe echter alleen geconstateerd bij vervanging van het waterstofatoom op 4 (zie nevenstaande formule). Het 4-chloorsaccharine b.v. is wel zoet, maar met bitteren nasmaak. Op verzoek van Prof. Holleman heb ik mij belast met de synthese der drie overige monochloorsaccharinen, ten einde den invloed van de plaats van het halogeen op den smaak verder te kunnen nagaan.

Dit onderzoek is nog niet beëindigd; door eene mededeeling van W. Davies in de Juni-aflevering van het Journal of the chem. Society, waarin hij het 6-chloorsaccharine beschrijft, ben ik verplicht, een voorloopig verslag mijner proefnemingen reeds nu te publiceeren.

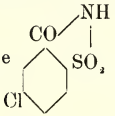
Synthese van 5-*chloorsaccharine.* Uitgangspunt was m-chloortoluol, dat in de berekende hoeveelheid chloorsulfonzuur werd gedruppeld (voor invoering van 1 groep SO_2Cl). Het mengsel wordt warm en er ontwikkelt zich veel zoutzuur. Ter beëindiging der reactie werd ten slotte een half uur op een kokend waterbad verwarmd. Het reactieproduct lost nu bijna geheel in water op, zoodat ongeveer alleen sulfozuur is gevormd. Na afkoeling wordt langzaam de berekende hoeveelheid PCl_5 toegevoegd, op een waterbad verwarmd, totdat de zoutzuurontwikkeling ophoudt en ten slotte in een oliebad het gevormde $POCl_3$ afgedistilleerd. Bij het uitgieten in water slaat direct het vaste sulfochloride neer. Na omkristalliseeren uit petroleumaether vormt het groote kristallen, geheel overeenkomende met het door Wijnne[1]) beschreven sulfochloride; smpt. 53°. Opbrengst quantitatief.

Wijnne had echter de plaats der sulfogroep niet bepaald. Teneinde dit te doen werd 22.5 gr. van het sulfochloride ($^7/_{10}$ mol.) samengewreven met 21 gr. PCl_5 ($^1/_{10}$ mol.). Dit mengsel is vloeibaar en werd in een toegesmolten buis ± 4 uur op 200° verhit, waarbij

[1]) Soc. **61**, 1075.

de sulfogroep door chloor wordt vervangen.[1]) Bij distillatie van het reactieproduct ging de hoofdmassa bij ongeveer 200° over. Het aldus gevormde dichloortoluol werd geoxydeerd door verhitting met salpeterzuur sp. gew. 1,2 in een toegesmolten buis op 130° gedurende eenige uren. Het smpt. van het zoo verkregen dichloorbenzoëzuur was 151°. Dit zuur heeft dus de structuur CO_2H,Cl,Cl = 1, 2, 5 en het chloortoluolsulfochloride is

zooals ook te verwachten was.

Dit sulfochloride werd op de gebruikelijke wijze omgezet in sulfamide waarvoor het smpt. 180° werd gevonden, terwijl WIJNNE 182° opgeeft. De oxydatie van dit sulfamide werd als volgt uitgevoerd. 25 gram werd bij gedeelten gebracht in een oplossing van iets meer dan de berekende hoeveelheid K-permanganaat in 1 L. water, die op een waterbad werd verhit en waarin mechanisch werd geroerd. Gedurende de reactie werd kooldioxyde ingeleid. Een gedeelte van het sulfamide blijft onaangetast. Ik filtreerde van de gevormde bruinsteen af en na indampen werd de vloeistof aangezuurd, waarbij het gevormde chloorsaccharine 

in slechte opbrengst werd verkregen.

De smaak is even zoet, met intensieven, zeer lang aanhoudenden bitteren nasmaak.

6-*Chloorsaccharine.* Terwijl ik met de synthese dezer stof bezig was, is zij reeds door DAVIES uitgevoerd, die op dezelfde wijze als ik te werk is gegaan. Door chloreeren van o-toluolsulfochloride zoude

kunnen ontstaan. Ik wendde, evenals DAVIES $SbCl_3$ als katalysator aan, maar terwijl hij daarvan slechts 1 % toevoegde, gebruikte ik 5 %. Het gevolg hiervan was, dat ik steeds 2 chlooratomen ingevoerd kreeg, vermoedelijk op de plaatsen 6 en 4. Het smpt. van het sulfamide, verkregen uit het dichloortoluolsulfochloride was 175°. Het onderzoek wordt voortgezet.

Amsterdam, October 1921. *Organisch chem. Lab. der Univ.*

---

[1]) B. 5, 876 (1874).

Plantkunde. — C. E. B. Bremekamp: *„Over het optreden van antiphototrope krommingen bij de coleoptilen van Avena"*

(Aangeboden door de Heeren G. van Iterson Jr. en F. A. F. C. Went.)

Eenige jaren geleden heb ik een onderzoek ingesteld naar het verband tusschen den aard der krommingen, welke tengevolge van een ongelijkzijdige belichting aan den top der Avena-coleoptilen optreden, en de wijze, waarop de belichting dier organen plaats vindt. De resultaten hiervan zijn neergelegd in een verhandeling, welke in 1918 onder den titel „Theorie des Phototropismus" in deel XV van het Recueil des travaux botaniques néerlandais verschenen is.

Het is me bij dit onderzoek gebleken, dat men het ontstaan en den groei dier krommingen met behulp van enkele tamelijk voor de hand liggende onderstellingen op bevredigende wijze kan verklaren. Men moet daartoe in de eerste plaats aannemen, dat de bedoelde organen opgebouwd zijn uit elementen, die in het bezit zijn van een lichtgevoelig systeem en dat de veranderingen, welke dit tengevolge van de belichting ondergaat, na eenigen tijd gevolgd worden door veranderingen in de groeisnelheid. Onder veranderingen in de groeisnelheid moet men in dit verband de veranderingen verstaan, welke optreden zouden, indien het element zijn reactie geheel onafhankelijk van de aangrenzende elementen uit kon voeren. In werkelijkheid zal er natuurlijk tusschen de veranderingen, welke bij de verschillende elementen optreden een nivelleering plaats vinden [1]). In de tweede plaats moet men dan aannemen, dat de zelfstandig reageerende elementen onderling gelijk zijn of althans bij benadering als zoodanig beschouwd mogen worden, en eindelijk, dat de veranderingen van de groeisnelheid evenredig zijn met de veranderingen van de gevoeligheid.

---

[1]) Feitelijk mag men hierbij niet uit het oog verliezen, dat er dientengevolge spanningen ontstaan, waarvan te verwachten is, dat ze invloed uit zullen oefenen op den groei. Bij de coleoptilen van Avena zullen deze spanningen echter wel niet van veel beteekenis zijn, daar het licht hier in het inwendige van de plant tengevolge van de herhaalde reflecties vrijwel diffuus verdeeld is. Of ze echter ook bij organen als de sporangiumdrager van Phycomyces, waar de intensiteitsverschillen in het inwendige van de plant veel grooter zijn, verwaarloosd mogen worden, blijft voorloopig nog een open vraag.

De eerstgenoemde onderstelling zal haar hypothetisch karakter voorloopig wel behouden: tot dusverre werd er tenminste nog geen methode gevonden, met behulp waarvan men het bestaan dezer elementen rechtstreeks aan zou kunnen toonen. De resultaten, welke men met de belichting van geïsoleerde strooken verkregen heeft, spreken echter wel te harer gunste. Dat de bedoelde elementen volkomen gelijkwaardig zouden zijn, is ongelukkigerwijze niet zeer waarschijnlijk. De elementen, die meer naar binnen gelegen zijn, bevinden zich in andere omstandigheden als die, welke onmiddellijk aan de oppervlakte grenzen en het is dus zeer de vraag, of hun groei op dezelfde wijze beinvloed zal worden. Zijn deze verschillen echter niet al te groot, dan mogen we ze wel verwaarloozen. Voor de berekening behoeven we n.l., zooals we straks zullen zien, niet de reactie van ieder element afzonderlijk maar alleen de gezamenlijke reactie van de elementen in de voorzijde en van die in de achterzijde te kennen. Was het licht in deze beide helften volkomen symmetrisch verdeeld, dan zouden deze verschillen in het geheel geen gewicht in de schaal leggen. Ook nu vallen ze echter voor een groot deel tegen elkander weg en verliezen op deze wijze veel van hun beteekenis. Of de derde hypothese het verband tusschen de lichtgevoeligheid en de groeisnelheid juist weergeeft, zou ongetwijfeld langs experimenteelen weg uit te maken zijn. Men zou daartoe de lichtgevoeligheid en de groeisnelheid in den top van alzijdig belichte plantjes met elkander moeten vergelijken. Dergelijke onderzoekingen zijn echter tot dusverre niet uitgevoerd.

Om op grond van deze onderstellingen de krommingen te kunnen construeeren moeten we weten, op welke wijze het licht over de beide helften, door wier antagonisme de kromming tot stand komt, verdeeld is, welke veranderingen de lichtgevoeligheid in deze helften ondergaat en wat de verhouding is tusschen de veranderingen van de groeisnelheid en van de lichtgevoeligheid.

Hoe het licht over de beide antagonistische helften verdeeld is, kunnen we afleiden uit de ligging van het optimum en van het maximum van de kromme, die de krommingssterkte voorstelt als functie van de energie. Bij het optimum moet n.l. het gevoeligheidsverschil in de beide helften het grootst zijn [1]), bij het maximum het kleinst. Het gevoeligheidsverschil zal het grootst zijn, wanneer

[1]) Dit is slechts bij benadering juist. Een zelfde verschil in gevoeligheid zal, zooals uit mijn verhandeling blijkt, een grooter kromming teweegbrengen, naarmate de gemiddelde gevoeligheid geringer is. In dit geval loopen de gemiddelde gevoeligheden echter zoo weinig uiteen, dat deze factor geen gewicht in de schaal legt.

de helling van de kromme, die de gevoeligheid van de voorzijde voorstelt, zoover afgenomen is, dat ze dezelfde waarde heeft als die van de kromme, die de gevoeligheid van de achterzijde weergeeft; het zal het kleinst zijn, wanneer de gevoeligheid ook in de achterzijde verdwenen is. Om de veranderingen van de gevoeligheid in voor- en achterzijde afzonderlijk te kunnen bepalen, moet men dus de ligging van het optimum of van het maximum van de krommingssterkte kennen en weten, hoe de gevoeligheid voorgesteld kan worden als functie van de energie. Hiermee vindt men dan tegelijkertijd, hoe het licht over de beide helften verdeeld is. Daar men omtrent de ligging van het optimum over meer gegevens beschikt dan omtrent de ligging van het maximum, ging ik voor mijn berekening uit van de ligging van het optimum. Ook deze is echter zoo onnauwkeurig bekend, dat het getal, dat men hiermee voor de verhouding vindt, slechts beperkte waarde heeft.

Welke veranderingen de lichtgevoeligheid ondergaat, kon ik afleiden uit de gegevens van het stemmingsonderzoek van Arisz. Het bleek me: 1. dat de gevoeligheid tengevolge van de belichting afneemt en ten slotte geheel verdwijnt; het laatste echter alleen dan, wanneer de vereischte lichthoeveelheid binnen een bepaalden tijd toegevoerd wordt (vergelijk 2); 2. dat ze al spoedig weer toeneemt en wel met des te grooter snelheid, naarmate de intensiteit der belichting geringer is, en dat ze daarbij een waarde bereikt, die bij zwakke belichtingen hooger ligt dan bij sterke; 3. dat hetzelfde natuurlijk ook het geval is, wanneer de belichting gestaakt wordt en dat ze daarbij ten slotte tot haar oorspronkelijke waarde terugkeert en 4. dat de snelheid, waarmee ze toeneemt, eerst na eenigen tijd haar hoogste waarde bereikt.

Om de verhouding tusschen de veranderingen van de lichtgevoeligheid en van de groeisnelheid te leeren kennen, behoeven we slechts in een bepaald geval de veranderingen, die het gevoeligheidsverschil in de antagonistische zijden ondergaat, te vergelijken met den aanwas der kromming.

Uit het voorafgaande is af te leiden: 1. dat de grootte, die de kromming op een zeker moment bereikt heeft, bepaald wordt door de veranderingen, die het verschil in gevoeligheid van voor- en achterzijde vanaf het begin der belichting tot op een tijdstip, dat van het gekozen moment door den duur van den latentietijd gescheiden is, ondergaan heeft en 2. dat de richting van de kromming bepaald wordt door het teeken van het gevoeligheidsverschil. Een antiphototrope kromming zou volgens deze voorstelling dus alleen tot stand kunnen komen, indien de gevoeligheid aan de voorzijde

grooter werd dan die aan de achterzijde. We zullen nu nagaan, onder welke omstandigheden dit het geval is.

Als rechtstreeksch gevolg van de belichting, treedt er, zooals we gezien hebben, een steeds toenemende vermindering van de gevoeligheid op. Onder invloed van dezen factor kan de gevoeligheid van de achterzijde dus nooit kleiner worden dan die van de voorzijde.

We hebben echter ook gezien, dat de gevoeligheid na eenigen tijd weer toeneemt en wel aanvankelijk met geringe snelheid, dan echter steeds vlugger, tot na eenigen tijd de snelheid bereikt is, die bij den op dat moment voorhanden gevoeligheidsgraad behoort. Men zou nu moeten weten, wanneer de gevoeligheid begint aan te groeien en hoe lang het duurt, voor de snelheid, waarmee ze aangroeit, haar juiste waarde bereikt heeft. Dit is echter tot dusverre slechts in een enkel geval onderzocht. De onderstelling is intusschen wel niet te gewaagd, dat deze eerste stadiën des te sneller doorloopen zullen worden, naarmate de gevoeligheid sterker afgenomen is. Een verschijnsel, dat, voor zoover ik zien kan, alleen op grond van deze onderstelling verklaard kan worden, zal ik straks bespreken. Is ze juist, dan moet de aangroeiing der gevoeligheid in de voorzijde eer beginnen dan in de achterzijde. Wordt de belichting dus gestaakt op een moment, waarop de snelheid, waarmee de gevoeligheid aangroeit, in de achterzijde nog niet haar volle waarde bereikt heeft, dan moet de gevoeligheid in de voorzijde, mits deze niet al te veel kleiner is dan die in de achterzijde, weldra de overhand krijgen. Deze toestand blijft dan bestaan, totdat de gevoeligheid in beide zijden weer haar oorspronkelijke grootte bereikt heeft. De antiphototrope kromming kan dus, wanneer deze opvatting juist is, nimmer door een tweede normale kromming gevolgd worden.

Bij licht van sterke intensiteit wordt de antiphototrope kromming niet voorafgegaan door een normale. Indien de gevoeligheid hier bij het einde van de belichting in de achterzijde nog grooter is dan in de voorzijde, dan blijft dit verschil toch te kort in stand om in een kromming van merkbare grootte tot uiting te kunnen komen. Dergelijke antiphototrope krommingen vindt men in de figuren 11 en 12 mijner verhandeling bij belichtingen van $3\frac{1}{2}$ minuut met 50 MK en van 40 seconden met 250 MK.

Bij licht van minder sterke intensiteit wordt de antiphototrope kromming daarentegen wel voorafgegaan door een normale. De gevoeligheid van de achterzijde blijft hier lang genoeg boven die in de voorzijde om in een kromming tot uiting te kunnen komen. Deze kromming moet natuurlijk des te sterker zijn, naarmate het licht zwakker is en de belichting dus langer duurt. Daar de normale

kromming zich reeds, voordat de antitrope zichtbaar wordt, een eindweegs naar beneden verschoven heeft, krijgen de plantjes hier den bekenden *S*-vorm. Dit geval vindt men in fig. 10 afgebeeld bij een belichting van 5 minuten met 12,5 MK.

Bij licht van nog zwakker intensiteit treden er geen antiphototrope krommingen meer op. Wel vindt men hier bij de lichthoeveelheden, die anders een antiphototrope kromming te voorschijn geroepen zouden hebben, na eenigen tijd een belangrijke vertraging in de snelheid, waarmee de kromming aangroeit. Worden dergelijke plantjes na afloop der belichting niet op den klinostaat gezet, dan vertoonen ze eer een geotropische tegenkromming dan plantjes, die korter of langer belicht zijn en waar deze vertraging dus niet optreedt. Een voorbeeld van een dergelijke kromming vindt men in fig. 9 bij een belichting van 10 minuten met 2½ MK.

Voor het tot stand komen van een antitrope kromming is volgens deze voorstelling dus in de eerste plaats noodig, dat de gevoeligheid zoowel in de voor- als in de achterzijde nagenoeg geheel vernietigd wordt, een proces, dat afhankelijk is van de toegevoerde energie, maar in de tweede plaats, dat de gevoeligheid in de voorzijde in de gelegenheid gesteld wordt om de overhand te krijgen over de gevoeligheid in de achterzijde, een proces, dat alleen plaats kan vinden, indien de gevoeligheid in de voorzijde eenigen tijd eer vernietigd is. Komen de antiphototrope krommingen dus alleen tot stand op de hier beschreven wijze, dan kunnen ze niet optreden bij belichtingen van zeer korten duur. In hoeverre dit juist is, zullen we straks nagaan.

Dat de in onze verklaring optredende tijdfactor inderdaad een rol van beteekenis vervult, blijkt ten duidelijkste, wanneer we het effect van een eenzijdige belichting, die door een alzijdige voorafgegaan wordt, vergelijken met het effect van een even sterke eenzijdige belichting, die door een even sterke alzijdige gevolgd wordt. Wanneer het uitsluitend op de lichthoeveelheden in de antagonistische helften aankwam, dan zou het resultaat in beide gevallen hetzelfde moeten zijn. Dit is echter geenszins het geval: terwijl in het eerste geval slechts zelden antitrope krommingen optreden en dan nog uitsluitend uiterst zwakke, treft men ze in het tweede geval zeer vaak aan en meestal zeer goed ontwikkeld.

Het tweede geval is met behulp van mijn theorie gemakkelijk te verklaren: aan den voorkant wordt de gevoeligheid door de eenzijdige belichting geheel of grootendeels vernietigd en daar kan ze dus gedurende de alzijdige nabelichting weer langzamerhand gaan stijgen; aan de achterzijde zal de gevoeligheid daarentegen aan het einde der

eenzijdige belichting nog een meer of minder aanzienlijke waarde hebben en hier zal ze dus gedurende de alzijdige belichting nog afnemen. Wanneer ze hier dan haar laagste waarde bereikt, moet ze aan de voorzijde dus reeds eenigen tijd aan het toenemen zijn. In het eerste geval, bij een eenzijdige belichting, die door een alzijdige voorafgegaan wordt, zouden echter volgens mijn theorie, afgezien van die gevallen, waarin de alzijdige voorbelichtiug zeer zwak is, in het geheel geen antiphototrope krommingen op mogen treden. Aanvankelijk was ik dan ook geneigd, de juistheid van de opgaven omtrent het optreden van antitrope krommingen onder deze omstandigheden in twijfel te trekken, te meer daar deze opgaven uiterst onzeker zijn: onder nagenoeg dezelfde omstandigheden zouden in het eene geval wel, in het andere geen krommingen optreden. Op grond van de resultaten, die ik straks zal vermelden, ben ik echter nu wel geneigd, om de juistheid dezer opgaven in de meeste gevallen te aanvaarden.

Indien er inderdaad behalve de door mij besproken oorzaak nog een andere zou zijn, die antiphototrope krommingen te voorschijn kon roepen, dan moest dit, zooals ik boven reeds opmerkte, blijken, wanneer men den tijdfactor zooveel mogelijk uitschakelde, dus wanneer men den belichtingsduur zooveel mogelijk verkortte. De voorsprong, die de aangroeiing der gevoeligheid in de voorzijde heeft, moet daardoor natuurlijk steeds kleiner worden en de antiphototrope kromming dus eveneens. Daartoe heb ik nu eenige proeven genomen. Een volledige beschrijving kan hier achterwege blijven, daar deze slechts een herhaling zou zijn van hetgeen ik vroeger reeds gaf. Ik vermeld alleen, dat de lichthoeveelheid in enkele proefreeksen 9000 MKS. bedroeg en de belichtingsduur $^3/_4$, 3, 12, 48 en 192 secunden, terwijl in andere proefreeksen een lichthoeveelheid van 12000 MKS gekozen werd en een belichtingsduur van 1, 4, 16, 64 en 256 secunden. Na afloop van de belichting kwamen de plantjes op den klinostaat en bleven daar 3 à 4 uur. Daarna werden de krommingen met elkander vergeleken. Het bleek nu, dat er overal antiphototrope krommingen optraden en dat er in de grootte dezer krommingen slechts onbeteekenende verschillen bestonden. Wel scheen het, dat de krommingen, die bij de langere belichtingstijden optraden, over het algemeen iets sterker waren, maar de verschillen waren te gering om veel gewicht in de schaal te leggen.

Uit de hier beschreven proeven blijkt dus, dat er inderdaad nog een andere oorzaak is, die antiphototrope krommingen teweeg kan brengen. Daar de tijdfactor zooveel mogelijk uitgeschakeld werd,

moeten we hier met een rechtstreeksch gevolg van de belichting te doen hebben. Deze kan dus behalve een vertraging ook een versnelling van den groei teweegbrengen. Meestentijds merken we van de versnelling echter niets, daar ze door de tegelijkertijd optredende, veel aanzienlijker vertraging aan het oog onttrokken wordt. Alleen wanneer de laatste aan beide zijden even groot of nagenoeg even groot is, kan een verschil in versnelling in een kromming tot uiting komen.

Is het bovenstaande juist, dan moet de antiphototrope kromming ook bij plantjes, die een alzijdige voorbelichting hebben ondergaan, op kunnen treden. Kiest men de voorbelichting zoo, dat de groei door een voortzetting van de belichting niet verder vertraagd zou worden, dan moet men zelfs met een betrekkelijk zwakke nabelichting een antitrope kromming kunnen verkrijgen. Tot nog toe heeft men bij deze proeven echter klaarblijkelijk nog niet de juiste voorbelichting getroffen. De antitrope krommingen waren ten minste meestal onduidelijk en vereischten bovendien een tamelijk sterke nabelichting.

Om de grootte van de groeivertraging en van de groeiversnelling afzonderlijk te kunnen bepalen, zou men de beide processen van elkander moeten scheiden. Dit zou, wanneer we hier te doen hadden met twee verschillende lichtgevoelige systemen, waarschijnlijk kunnen gebeuren door gebruik te maken van licht van verschillende kleur: de gevoeligheidsverdeeling in het spectrum zou in de verschillende systemen wel niet volkomen gelijk zijn. Het is echter zeer goed mogelijk, dat er maar één lichtgevoelig systeem aanwezig is en dat het dus niet het licht zelf is, dat zijn invloed doet gelden op twee verschillende systemen, maar een product, dat tengevolge van de belichting ontstaat. In dat geval zou een studie van den invloed der uitwendige omstandigheden op het ontstaan der krommingen misschien een scheiding mogelijk maken.

In verband met de laatste onderstelling is het van belang er op te wijzen, dat evenwichtsverstoringen in het levend organisme volgens de theorie van Bose[1]) in een contractie tot uiting komen, die elders een uitzetting teweeg kan brengen. Het water, dat bij de contractie uitgestooten wordt, zou n.l. op een andere plaats den turgor van het weefsel verhoogen en op deze wijze dus aanleiding kunnen geven tot een versnelling van den groei. In ons geval zou de antiphototrope kromming van den top dus het gevolg kunnen zijn van het optreden van een normale kromming meer benedenwaarts. Uit de

[1]) J. C. Bose, Plant Response, Londen 1906; Life movements in plants. Vol. II. Calcutta 1919.

onderzoekingen van Arisz volgt nu, dat er in het basale deel onder de omstandigheden van onze proeven inderdaad zeer goed normale krommingen opgetreden kunnen zijn en in de photografische opnamen zijn die ook wel te herkennen. Ze vallen echter zeer weinig in het oog, daar ze zich over een aanzienlijk deel der coleoptile uitstrekken en bovendien zeer zwak zijn.

Bij de proeven van Arisz werd de normale kromming van het basale deel niet door een antitrope kromming van den top vergezeld. Dit zou zijn verklaring daarin kunnen vinden dat de top hier tegen de inwerking van het licht beschermd werd. De turgescentie van dit deel der coleoptile onderging dientengevolge geenerlei verandering en was dus wellicht op het moment, waarop meer benedenwaarts het water uitgestooten werd, zoodanig, dat het niet in staat was dit op te nemen.

Volgens deze verklaring zou de voorwaarde van het optreden der antiphototrope kromming in dit geval dus daarin bestaan, dat de gevoeligheid in den top volkomen, maar die in het basale stuk slechts tendeele vernietigd wordt. Ze zou dus bij een even sterke belichting van den top niet op mogen treden, wanneer men door een sterkere belichting van het basale deel de gevoeligheid daar volkomen vernietigd had. Ze zou natuurlijk evenmin op mogen treden, wanneer de belichting tot den top beperkt bleef. Ik was tot dusverre nog niet in de gelegenheid dit te onderzoeken.

Wiskunde. — J. W. N. Le Heux: „*Verklaring van eenige Interferentie-figuren van Eén- en Twee-assige Kristallen door Superpositie van Ellipsenbundels*". (2de mededeeling).

(Aangeboden door de Heeren Hendrik de Vries en P. Zeeman).

In eene vorige mededeeling [1]) is aangetoond, dat de interferentie-figuren van sommige kristallen — de isogyren buiten beschouwing gelaten — opgevat kunnen worden als de moiréfiguren van twee concentrische ellipsenbundels, welke bundels de doorsnijdingskrommen bevatten van de twee bladen der achtereenvolgende golfoppervlakken met de bovenzijde van de kristalplaat.

Ondersteld werd daarbij, dat deze golfoppervlakken homothetisch waren — dat zich dus de normalen op de beide golffronten in eene gegeven richting met eenparige snelheid voortplanten.

Uit de proeven blijkt, dat deze onderstelling de in een polarisatie-microscoop waargenomen interferentie-figuren wel verklaart op eenigen afstand van het lichtcentrum, maar niet in de onmiddellijke nabijheid daarvan (zie figuren 1 en 2). Het karakteristieke donkere kruis toch, dat zoowel bij één- als bij twee-assige kristallen rondom het centrum is waar te nemen, blijkt in de figuren 1 en 2 slechts onvolkomen aanwezig te zijn.

In het volgende zal worden nagegaan, hoe dit kruis zeer nauwkeurig kan worden verkregen, waaruit dan weer meerdere voorwaarden volgen, waaraan de beschouwde ellipsenbundels nog moeten voldoen.

Wij zullen ons voorloopig bepalen tot de figuur der hyperbolen (fig. 1) en merken in de eerste plaats op, dat deze al veel zou verbeteren, als de binnenste krommen niet cirkeltjes bleven, maar overgingen in langgerekte ellipsen, zóódanig, dat de eindkrommen in beide bundels korte, langs elkaar vallende lijntjes werden. Op overeenkomstige wijze toch ontstond ook het tamelijk juiste beeld bij de excentrische bundels, in mijn eerste mededeeling afgebeeld.

Door twee der slingers van het hiervoor beschreven toestel iets later te laten beginnen dan de beide andere kan men verkrijgen, dat de eindfiguren van beide bundels korte, samenvallende lijntjes

---

[1]) Versl. Kon. Akad. van Wet., XXIX, p. 1114—1117.

zijn. Inderdaad verbetert hierdoor de interferentiefiguur, maar geheel juist wordt ze nog niet.

De bundels moeten namelijk nog aan eene voorwaarde voldoen, waarvan het bestaan bij de volgende proef werd opgemerkt.

In navolging van Lissajous werd de naam „unisson" gegeven aan de figuur, voortgebracht door twee gelijke slingers, met deze uitbreiding, dat ook de geheele familie van ellipsen, beschreven als het phaseverschil verandert van 90° tot 0°, unisson werd genoemd. De beginkromme was de ingeschreven cirkel van het vierkant op de amplitudes, de eindkromme was een diagonaal van dat vierkant. Een verdere uitbreiding is, dat men de beweging niet laat eindigen, als de diagonaal is doorloopen, maar door laat gaan tot wederom een cirkel wordt beschreven, die door het (nagenoeg gelijk) afnemen der amplitudes tengevolge van wrijving, kleiner is dan de begincirkel. Het geheel, dat we „voortgezette unisson" zullen noemen, vertoont nu een superpositie van een grootere en een kleinere unisson en als zoodanig interferentiekrommen, die den vorm blijken te hebben van een bundel ellipsen, waarvan de groote assen met die der beide unissons samenvallen (fig. III).

Deze bundel interferentiekrommen nu ondergaat een merkwaardige verandering, als men van *één* der samenstellende bewegingen den wrijvingsweerstand vergroot, wat geleidelijk geschieden kan door middel van het schroefgewicht aan het uiteinde van de schaar.

Men ziet hierdoor eerst den ellipsenbnndel veranderen in een vlamvormige figuur (fig. IV), daarna vormt zich om het centrum een donker kruis (fig. V) en ten slotte ontstaat een hyperbolenbundel (fig. VI), die het duidelijkst is, als de groote assen van begin- en eindellips een hoek maken tusschen 45° en 90°. Bij een grooteren hoek neemt de duidelijkheid snel af.

Het vermeerderen van den weerstand van één der samenstellende bewegingen heeft het snellere afnemen van een der amplitudes tengevolge, zoodat de ellipsen niet meer in vierkanten, maar in rechthoeken beschreven worden. Daar van elke ellips de groote as langs een diagonaal van den omgeschreven rechthoek valt, treedt op deze wijze eene *draaiïng* van de ellips om het middelpunt op, gepaard gaande met de reeds beschreven vormverandering.

Beschouwt men de voortgezette unisson als eene superpositie van twee gewone unissons, dan heeft blijkbaar de draaiing van deze in tegengestelden zin plaats.

Het beginsel der draaiïng volgt overigens oogenblikkelijk uit de wiskundige interpretatie van het verschijnsel. In mijne eerste mededeeling is reeds gezegd, dat de ellipsen bij superpositie van concen-

trische bundels uit vier gelijke trillingen moeten zijn ontstaan.

Stellen we zoo'n bundel voor door

$$x = r \cos(\varphi + \alpha) + r \cos(\varphi + \gamma)$$

$$y = r \sin(\varphi + \beta) + r \sin(\varphi + \vartheta)$$

of door

$$x = 2r \cos \frac{\alpha - \gamma}{2} \cos\left(\varphi + \frac{\alpha + \gamma}{2}\right)$$

$$y = 2r \cos \frac{\beta - \vartheta}{2} \sin\left(\varphi + \frac{\beta + \vartheta}{2}\right)$$

dan zal, waar in 't algemeen $\alpha - \gamma$ niet gelijk $\beta - \vartheta$ is, de ellips met het veranderlijk phaseverschil $\frac{\alpha - \beta + \gamma - \vartheta}{2}$ beschreven zijn in den veranderlijken rechthoek met de zijden $4r \cos \frac{\alpha - \gamma}{2}$ en $4r \cos \frac{\beta - \vartheta}{2}$ en dus draaien om het middelpunt.

Men verwarre deze draaiïng der afzonderlijke ellipsen niet met de draaiïng van de geheele unisson om het middelpunt. Ook dan ontstaat een interferentiefiguur bij superpositie met een gelijke, niet gedraaide unisson — deze figuur vertoont echter flauw gebogen, evenwijdige strepen, welke bij een hoek van $\pm 15°$ tusschen de assen der bundels loodrecht staan op de bisectrice van den draaiïngshoek.

Men zal ten slotte door combinatie van al de gevonden voorwaarden een bruikbaar resultaat moeten vinden, d. w. z. om de figuur der hyperbolen te krijgen, moet superpositie plaats hebben van twee ellipsenbundels, waarvan de eindexemplaren korte, samenvallende lijntjes zijn, terwijl de beginexemplaren zijn eene ellips en een cirkel, die deze ellips in de uiteinden der kleine as raakt. De tusschenexemplaren moeten eene geleidelijke vormverandering, gepaard gaande aan een draaiïng ondergaan, welke draaiïng voor beide bundels in tegengestelden zin plaats heeft. Goede resultaten, steunende op berekening, werden echter ook verkregen, als draaiïng slechts bij één der bundels voorkwam.

Voldoet men niet aan de gevonden voorwaarden, dan treden oogenblikkelijk sterke afwijkingen op. Maken de groote assen der eindellipsen een hoek met elkaar, dan ontstaat een Malthezerkruis, waarvan de vier armen gericht zijn naar de eindpunten der groote assen. Hetzelfde is het geval, wanneer de eindellipsen wel langs elkaar vallen, maar teveel in grootte verschillen. Draaien de ellipsen in een der bundels te snel, dan buigen de hyperbooltakken mee;

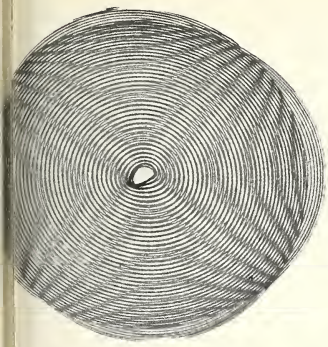


Fig. 1.

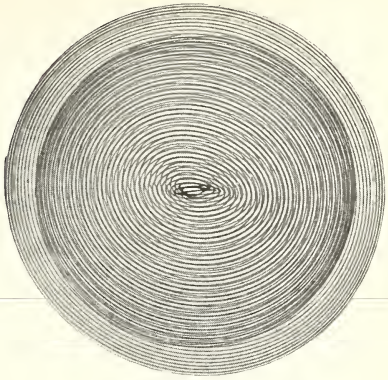


Fig. 2.

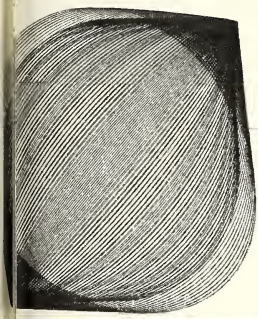


Fig. 3.

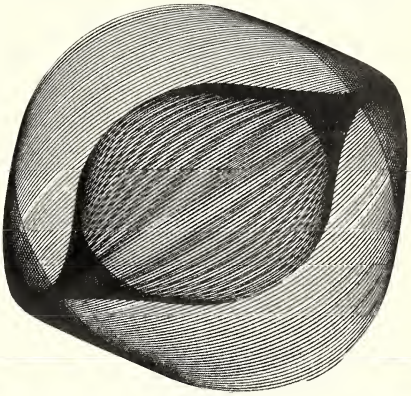


Fig. 4.

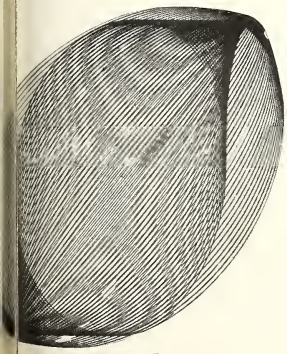


Fig. 5.

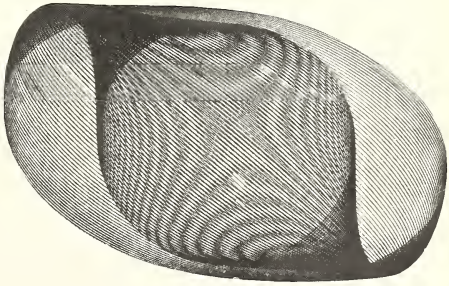


Fig. 6.

verschillen de bundels zeer weinig van elkaar, dan ontaardt de figuur in gebogen, concentrische stralen.

Merkwaardig is nog het resultaat, wanneer aan alle vereischten is voldaan, maar de eindellipsen te lang zijn. De figuur der hyperbolen ontstaat dan nauwkeurig, maar de bovenste en de onderste helft zijn in tegengestelde richting verschoven. Voor de figuur der lemniscaten gelden in hoofdzaak dezelfde beschouwingen wat het gedeelte rondom het middelpunt betreft.

De hier gevolgde methode der moiré-figuren ter verklaring van interferentie-verschijnselen heeft boven die der isophasische oppervlakken van Bertin voor, dat geen gebruik behoeft te worden gemaakt van de beperkende bepaling, dat de beide gebroken golfnormalen in het kristal denzelfden weg volgen.

Wiskunde. — ARN. DENJOY: *„Recherches récentes sur les séries trigonométriques."*

Les séries trigonométriques offrent le plus grand intérêt à la fois au physicien et au mathématicien. Au premier elles fournissent l'expression en fonction du temps, de tous les mouvements qualifiés de périodiques, et dont le rôle dans la nature est si important. C'est par un problème de physique, celui des cordes vibrantes, que l'analyste est initialement conduit, en 1753, à envisager ces formes. Et cette nouvelle étude mène à tant de conceptions inattendues qu'il n'est pas exagéré de lui attribuer un rôle historique essentiel dans l'évolution ultérieure des mathématiques.

Avant le développement trigonométrique, les géomètres ne connaissaient en fait de séries dépendant d'une variable, que la série de TAYLOR, ou d'autres se ramenant à elle. Les notions les plus générales de ces savants étaient celles que suggère une fonction se prêtant à cette dernière représentation, la plus étendue qu'ils connussent; la rigueur de leurs raisonnements ne dépassait pas les simples besoins nés d'une expérience mathématique limitée à cet horizon.

Il est permis de dire que les séries trigonométriques ont joué un rôle décisif dans l'élaboration de plus en plus nette, de plus en plus dégagée de toute intuition sensible, des idées de fonction, de limite, de continuité, de convergence, et d'intégrale définie.

Le dix-septième et le dix-huitième siècles ont eu pour tâche, dans le domaine de l'Analyse mathématique, de découvrir les fonctions particulières que l'abondance, la simplicité de leurs propriétés, l'universalité de leur emploi désignaient comme devant être les plus éminentes. Mais l'habitude de se mouvoir uniquement parmi ces rares individualités trop parfaites, empêchait l'esprit de soupçonner la complexité sans bornes du monde numérique. Ce sera, dans le même ordre d'idées, l'honneur du dix-neuvième siècle d'avoir ajouté au caractère trop purement esthétique des spéculations mathématiques antérieures à lui, une profondeur philosophique par où il lui devint possible d'observer une étendue incomparablement plus vaste de faits et de se rapprocher de leur source. C'est le mérite de l'époque s'ouvrant avec ABEL et CAUCHY, d'avoir établi l'impossibilité de progresser avec sûreté dans l'ordre des phénomènes mathéma-

tiques si l'esprit ne s'arme pas d'une impeccable rigueur logique, et d'avoir montré que celle-ci, loin de paralyser l'invention, la soutient au contraire et en accroît incomparablement la portée.

Ces nouvelles exigences imposées à la pensée mathématique, cette précision et cette généralité précédement inconnues, ce besoin n'a pas été artificiellement créé par les tendances arbitraires d'une école réformatrice. La nécessité de mettre un terme à d'insolubles contradictions, le désir de faire une place dans les mathématiques à de nouvelles espèces numériques se présentant abondamment au cours des recherches et réclamant leur droit de cité, cette contrainte inéluctable a déterminé la réforme entamée il y a environ cent ans dans les conceptions directrices de l'Analyse. Et il est indéniable que les séries trigonométriques, avec la disparition du caractère analytique des fonctions, les discontinuités nouvelles, les singularités au premier abord étranges qu'elles amenaient avec elles, auraient largement suffi à justifier l'extension en généralité et la définition en rigueur des notions fondamentales des mathématiques modernes.

Pour expliquer l'objet des séries trigonométriques, nous emprunterons d'abord le point de vue de l'expérience physique.

On appelle mouvement périodique, et de période T, un mouvement qui se reproduit identique à lui-même quand le temps s'accroît de l'intervalle constant T.

L'exemple le plus simple d'un tel mouvement est celui du point parcourant une droite, et ne cessant de coïncider avec la projection orthogonale sur cette droite d'un autre point mobile qui décrit une circonférence d'un mouvement uniforme et accomplit sa révolution dans un temps T.

Définissons la position du point sur la droite par sa distance à la projection du centre du cercle, cette distance étant regardée comme positive ou comme négative selon que le point mobile est à gauche ou à droite de cette origine. Si R est le rayon du cercle et si les temps sont comptés à partir du moment où la tangente au mouvement circulaire a même direction et même sens que la droite portant le mouvement rectiligne, l'élongation du dernier mobile est $R \sin 2\pi \frac{t}{T}$. Si le mobile circulaire est en avance d'un quart de période sur la disposition précédente, l'élongation du mobile rectiligne est $R \cos 2\pi \frac{t}{T}$.

Mais il est d'autres mouvements rectilignes aussi simples que le premier et admettant la même période. Ces mouvements qui peuvent

être dits *harmoniques* du premier, sont ceux de la projection d'un point parcourant le même cercle, tournant lui aussi d'un mouvement uniforme, mais effectuant dans le temps T exactement deux tours, ou trois tours, ou un nombre entier quelconque de tours sur le cercle. Car ces divers points passeront à nouveau en une quelconque de leurs positions chaque fois que le temps s'accroîtra respectivement de $\frac{T}{2}$, de $\frac{T}{3}$, etc..., donc *a fortiori* quand le temps s'accoîtra de T, multiple commun de toutes ces périodes.

Ainsi les élongations $R \sin 4\pi \frac{t}{T}$, $R \cos 4\pi \frac{t}{T}, \ldots, R \sin 2n\pi \frac{t}{T}$, $R \cos 2n\pi \frac{t}{T}, \ldots$, sont toutes périodiques avec la période commune T.

Il est évident que tout point dont l'élongation sur la droite sera de la forme

$$a_0 + a_1 \cos 2\pi \frac{t}{T} + b_1 \sin 2\pi \frac{t}{T} + \ldots + a_n \cos 2n\pi \frac{t}{T} + b_n \sin 2n\pi \frac{t}{T},$$

n étant un entier quelconque et les nombres a, b étant indépendants du temps, accomplira sur cette même droite une vibration périodique de période T.

En associant deux à deux les termes de même période, on définit le précédent mouvement rectiligne comme étant la résultante de n mouvements composants élémentaires dont chacun sera la projection sur la même droite d'un mouvement circulaire uniforme. On peut donc concevoir des vibrations de plus en plus complexes résultant de l'addition d'un nombre de plus en plus élevé de vibrations, toutes harmoniques de la plus lente d'entre elles.

Mais une étape reste à franchir. Depuis bien longtemps les physiciens et les analystes ont appris à utiliser des sommes formées d'un nombre illimité de termes. Une telle somme est appelée une série. Il est naturel de chercher à représenter le mouvement périodique le plus général d'un point sur une droite par une relation de la forme suivante :

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t + \ldots + a_n \cos nt + b_n \sin nt + \ldots$$

$f(t)$ est la distance, (positive ou négative selon le côté) du mobile à l'origine. C'est un nombre variable avec t et défini par la simple connaissance de t. f est donc ce que l'on appelle une *fonction* de t.

Pour simplifier, l'unité de temps a été choisie telle que la période du mouvement fût 2π.

C'est encore à une relation de cette nature que conduit le problème des cordes vibrantes. Seulement cette fois la variable t désigne non

pas un temps, mais la distance à l'un des bouts de la corde, d'un point déterminé de celle-ci. L'unité de longueur est encore ainsi choisie, que la corde soit égale à 2π. Au début du mouvement, la corde, préalablement écartée de sa position d'équilibre, est abandonnée à elle-même. f est la distance du point t à sa position de repos.

Mais cette position initiale de la corde est susceptible d'un tracé arbitraire, fort éloigné de la perfection et de l'unité intime des courbes classiques définies comme lieux géométriques. Cette conception heurta profondément les habitudes de pensée des premiers analystes qui étudièrent cette question. Leur embarras fut accru par les séries trigonométriques rencontrées par Fourier dans l'étude du problème de la chaleur.

Il fallut tout d'abord s'entendre, non pas sur le sens à donner à l'expression de série convergente, ce qui était acquis depuis longtemps, mais sur la nécessité et la légitimité de bannir les séries divergentes des raisonnements de l'analyse.

Le notion de convergence d'une série, la définition de la somme d'une série convergente n'offrent aucune difficulté. Au fur et à mesure que les termes se présentent quand on parcourt la série, on les ajoute à la somme de ceux qui les précèdent. Deux cas se rencontrent.

Ou bien la série est telle que la somme des termes ajoutés dans leur ordre naturel, en nombre de plus en plus grand, varie de moins en moins sensiblement. Cette somme tend donc vers une limite. La série est alors dite convergente et la limite considérée à l'instant est par définition le somme de la série.

Ou bien la somme des termes jusqu'à un certain rang croissant, ne se rapproche indéfiniment et uniquement d'aucun nombre. On dit alors que la série est divergente. Abel et Cauchy entreprirent de débarrasser l'Analyse des séries divergentes, auxquelles on s'obstinait de leur temps à attribuer des valeurs définies, en dépit de l'incertitude des raisonnements édifiés sur cette base.

Cette première conquête une fois assurée, non sans résistance, il appartint ensuite à Riemann d'élargir l'idée de fonction, en supprimant toute restriction, soit expresse soit tacite, dans le choix des moyens de décrire sans ambiguité la loi définissant la fonction pour chaque valeur de la variable. Dès lors, la voie était déblayée pour faire entrer dans le domaine de l'Analyse tout le problème de la représentation des fonctions par les séries trigonométriques.

La première question s'offrant naturellement à l'esprit était la suivante. Supposant qu'il existe une série trigonométrique ayant pour somme une fonction donnée, comment trouver les coefficients de cette série inconnue, grâce aux valeurs connues de la fonction?

Fourier, après Euler, avait depuis longtemps fourni la solution du problème pour le cas le plus simple, celui où la fonction donnée remplit dans son mode de variation toutes les conditions de régularité désirable. Et ses formules tenaient toutes dans la suivante:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\,dt.$$

Ce qui s'énonce: *le terme indépendant de t, a_0 est égal au quotient par 2π de l'intégrale de $f\,dt$ entre les limites* 0 *et* 2π.

On peut dire que toute l'histoire et l'évolution de la notion moderne d'intégrale est contenue dans cette phrase.

En effet, on avait dans la relation précédente deux éléments offrant un sens parfaitement clair, d'une part le coefficient initial a_0 dans une série trigonométrique, d'autre part la somme $f(t)$ d'une telle série supposée convergente. Mais le lien entre ces deux éléments, savoir l'opération intégrale permettant de passer de $f(t)$ à a_0, exigeait une définition plus compréhensive que celle dont on disposait.

La première tentative fut celle de Riemann. Grâce à lui, l'intégrale dite définie eut un sens pour des fonctions discontinues très générales. En tout cas, la manière d'exprimer la fonction à l'aide de la variable cessa d'intervenir ni en fait ni implicitement dans la règle du calcul intégral. Et Riemann constata que si une fonction développée en série trigonométrique est intégrable selon le sens qu'il avait donné à ce mot, la formule de Fourier est exacte quand l'opération intégrale effectuée sur $f(t)$ est conforme à la règle qu'il avait énoncée.

Mais dans la vaste classe des fonctions représentées par une série trigonométrique, celles que Riemann pouvait intégrer formaient une catégorie bien étroite. Il fallut attendre jusqu'au début de ce siècle, acquérir d'abord, grâce à Borel, la notion de la mesure des ensembles, pour obtenir ensuite une définition de l'intégrale s'appliquant à toutes les fonctions susceptibles d'être effectivement désignées, et en outre bornées, c'est-à-dire dont toutes les valeurs demeurent entre deux nombres fixes. Cette intégrale est celle de Lebesgue. L'une des épreuves les plus remarquables de la puissance et de la justesse de cette nouvelle méthode fut précisément fournie par sa validité dans la formule de Fourier.

Il était vraisemblable que les points de vue de Riemann et de Lebesgue livraient ce qui, dans la notion d'intégrale, présente un intérêt général, susceptible de trouver son application dans les divers domaines de l'Analyse. Néanmoins, comme l'opération de Lebesgue

ne suffit pas à résoudre le problème de la détermination des coefficients des séries trigonométriques les plus générales, il était naturel de chercher la solution complète de ce problème. Le rôle historique de cette question depuis cent cinquante ans, justifiait à lui seul ce désir de dévoiler totalement le secret qui avait provoqué tant de fécondes méditations.

Cette solution, dont il serait impossible en ce court exposé, de tracer même les grandes lignes, est fondée sur une propriété découverte par Riemann, et qui est celle-ci. *La somme d'une série trigonométrique convergente est la dérivée seconde généralisée d'une fonction continue.*

En d'autres termes, à trois valeurs de la variable *exactement* en progression arithmétique, correspondent pour cette fonction continue trois valeurs *sensiblement* en progression arithmétique. L'approximation est proportionnelle au carré de la raison de la progression exacte suivie par la variable, et le coefficient de proportionnalité est précisément la somme de la série trigonométrique considérée au point médian de la même progression.

On met en évidence certaines propriétés différentielles du premier ordre de cette fonction continue, comme il est possible de le voir aux Comptes Rendus de cette Académie pour l'année 1920. De ces propriétés se déduit le mode opératoire d'intégration qui permet de donner dans tous les cas un sens et une justification aux formules de Fourier. On trouvera le détail de cette méthode aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris pour 1921.

Les considérations auxquelles aboutit ainsi, du point de vue de l'Analyse, le problème des séries trigonométriques siègent à un degré d'abstraction qui paraît les éloigner beaucoup des questions physiques où elles trouvèrent l'occasion de venir à la lumière. Il n'y a pas lieu, me semble-t-il, de reprocher aux analystes le terrain où ils ont transféré le problème.

La route des mathématiques et celle des sciences de la nature ne sont ni confondues, ni parallèles, mais divergentes. Et pas plus que la théorie analytique d'un phénomène naturel ne saurait pour le physicien se passer du contrôle expérimental, ni surtout survivre au démenti de celui-ci, pas davantage les interprétations physiques d'une relation mathématique ne peuvent remplacer pour l'analyste une démonstration logique d'une irréprochable rigueur.

Si les terrains de ces deux sciences se juxtaposent le long d'une ligne où des formes numériques identiques s'offrent simultanément à leur intérêt, c'est dans des sens directement opposés que leurs voies

s'écartent de cette même origine. Mais il est naturel, et l'histoire l'établit, que les faits analytiques chevauchant cette frontière soient des deux côtés le départ des considérations les plus fécondes. Car si une vérité se révèle commune au monde rationnel et au monde sensible, il y a des probabilités évidentes qu'elle exprime sous des formes variables un sens universel et que dans tous les domaines où elle trouve place, elle figure au premier plan.

S'il m'était permis d'illustrer ces idées d'une comparaison, je dirais que le niveau où les mathématiques et la physique se rejoignent est jalonné par le jaillissement des sources par où s'épanchent les vérités mathématiques, et d'où elles ruissellent, fécondant les terrains, faisant lever les moissons sur les pentes du sol dont les physiciens observent la flore. La tâche du mathématicien n'est pas d'accompagner ces eaux dans leur descente indéfinie, mais au contraire de rechercher de quels inépuisables principes elles sourdent, de quelles nappes souterraines, de quels réservoirs profonds enfermés comme en un vase immense dans les flancs rocheux de la montagne, dérive leur pure limpidité. L'analyste doit gravir les pentes, atteindre les faîtes, découvrir le relief, distinguer les sommets dominants, évaluer l'ampleur des massifs. Puis sondant les granits et les couches compactes, il dirigera un rayon de clarté vers ces idées premières et universelles en qui l'intelligence vraie des faits mathématiques puise son inspiration. Il tâchera d'atteindre ces larges vasques, enfouies sous un secret de ténèbres et de silence, et où baignent les sables et les terres dont la raison humaine a sa substance faite. Il découvrira de la sorte où s'alimente, dans toute science de la nature sensible, de ses mouvements et de ses variations, le courant de sève numérique dont elle est vivifiée.

Natuurkunde. — M. Minnaert: *„Over Spookbeelden bij Buigingsroosters".*

(Aangeboden door de Heeren W. H. Julius en E. van Everdingen.

I. *Proefondervindelijke Gegevens.*

In 1872 vond Quincke voor het eerst, dat in roosterspectra de heldere spectraallijnen omgeven zijn door een stel zwakkere, symmetrisch geplaatste begeleiders, die hunnen oorsprong hebben in onvolkomenheden van den buigingsrooster [1]). In fig. 1 zijn schematisch

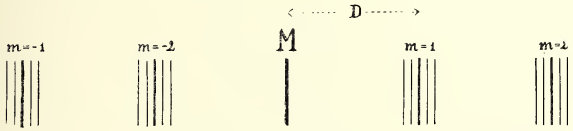


Fig. 1: Buigingsbeelden van een spleet met hunne spookbeelden.
M = middenbeeld; $m = 1, 2, 3, \ldots$ = spectra rechts;
$m = -1, -2, -3, \ldots$ = spectra links.

de buigingsbeelden van een monochromatisch verlichte spleet geteekend, en zijn de „spookbeelden" (= „Geister" = „ghosts") door fijnere lijnen voorgesteld.

Bij de onderzoekingen van Quincke kwamen de volgende wetten te voorschijn:

1. de afstand d van de hoofdlijn tot het eerste spookbeeld is gelijk aan dien tusschen twee achtereenvolgende spookbeelden, en een geheel onderdeel van den afstand D tusschen de hoofdlijnen in twee achtereenvolgende spectra;

2. die afstand d is dezelfde in alle spectraalorden, is evenredig met de golflengte, en verandert bij schuinstelling van den rooster in dezelfde verhouding als de afstand D; m. a. w. de verhouding $\frac{d}{D}$ is standvastig voor éénzelfden rooster, maar ze kan van den eenen rooster tot den anderen wisselen;

[1]) Pog. Ann. 1872, **146**, 1. — Streng genomen gaan de eerste waarnemingen over spookbeelden terug op Fraunhofer; deze vervaardigde nml. met opzet roosters bestaande uit strepen op ongelijke afstanden van elkaar, zóó nochtans dat zich na een zeker aantal strepen weer dezelfde groepeering herhaalde. (1823, Ges. Schriften blz. 138–139).

3. de lichtsterkte der spookbeelden is evenredig met die der hoofdlijn;

4. het spookbeeld wordt gevormd door licht van dezelfde golflengte als de hoofdlijn; QUINCKE bewees dit door het licht van het spookbeeld in een tweeden spectroscoop op te vangen. H. S. ALLEN toonde dat de spookbeelden met de hoofdlijn kunnen interfereeren.[1])

Het is klaarblijkelijk dat men deze verschijnselen eenvoudig kan overzien, door zich boven den gewonen rooster een tweeden te denken, $r = \frac{D}{d}$ maal grover van bouw, en die miniatuurspectra ontwerpt van de spectraallijnen gegeven door den hoofdrooster. In dien gedachtengang zou men echter kunnen verwachten ook rond het rechtstreeks teruggekaatste spleetbeeld M, het middenbeeld van de geheele buigingsfiguur, een stel spookbeelden aan te treffen. Gegevens hieromtrent zijn mij uit de literatuur niet bekend; reeds bij een eerste visueele waarneming met het licht der groene kwiklijn en met den verder beschreven vlakken rooster van ROWLAND, *bleken de spookbeelden rond het middenbeeld volkomen te ontbreken;* een photographische plaat vertoonde, na $1^1/_2$ uur belichting met wijde spleet, wel zwarting rondom het middenbeeld tengevolge van buigingsverschijnselen en valsch licht, maar geen spoor van spookbeelden.

Bepalingen van de lichtsterkte der verschillende spookbeelden schijnen nog weinig te zijn uitgevoerd. In verband met mijne metingen over de energieverdeeling in Fraunhoferlijnen, bleek het noodzakelijk een reeks dergelijke bepalingen te doen. De onderzochte rooster was door ROWLAND op vlak spiegelmetaal gekrast over een oppervlak van 5×8 cm., en telde 14438 lijnen per Eng. duim; hij was opgesteld als onderdeel van den grooten zonnespectrograaf te Utrecht, naar het type van LITTROW (autocollimatie), en met een brandpuntsafstand van 4 m. De spookbeelden waren betrekkelijk zwak; de verhouding $\frac{D}{d}$ bedroeg 750.

De metingen geschiedden voor twee golflengten uit het kwikspectrum: $\lambda = 546{,}1\ \mu\mu$ en $\lambda = 404{,}7\ \mu\mu$; als lichtbron diende een kwiklamp van HERAEUS met vóórgeschakelde kleurfilters. De bepaling der lichtsterkte geschiedde uit de photographische zwarting, gemeten met een zelfregistreerenden microphotometer van MOLL, en wel volgens dit beginsel: op éénzelfde plaat worden een reeks opnamen gemaakt van de kwiklijn en haar spookbeelden, met gelijken belichtingstijd, maar met tusschenvoeging van verschillende geijkte verzwakkers;

---

[1]) Phil. Mag. 1903, **6**, 561.

met een graphische methode kan dan voor elke plaat de proefondervindelijke zwartingskromme geteekend worden, en daarop leest men af welke lichtsterkte met elke zwarting overeenkomt[1]). Daar elk spookbeeld een energieverdeeling vertoont die vrijwel gelijkvormig is aan die der hoofdlijn, werd de energie telkens evenredig gesteld aan de ordinaat der hoogste intensiteit. Correcties zijn niet ingevoerd voor het valsche licht en voor de tertiaire maxima die steeds de hoofdlijn omgeven; bedenkt men verder welke eigenaardige photographische verschijnselen zich kunnen voordoen in de omgeving van de hoofdlijn, die tot honderd maal sterker is dan het sterkste van de spookbeelden er naast, dan zal men van de uitslagen geen volstrekte nauwkenrigheid kunnen verwachten; maar voor ons doel is die welke bereikt werd, voldoende.

De bepalingen geschiedden alleen voor de spectra aan de ééne zijde van het middenbeeld, welke bij onzen rooster lichtsterker zijn dan aan de andere zijde[2]). Wegens het groote intensiteitsverschil tusschen hoofdlijn en spookbeelden, moesten twee reeksen photographieën gemaakt worden: een eerste reeks opnamen diende telkens voor de bepaling der verhouding $\frac{\text{sterkste spookbeeld}}{\text{hoofdbeeld}}$; een tweede reeks gaf de onderlinge verhoudingen der verschillende spookbeelden.

In de tabel I en fig. 2A p. 260 en 261 zijn de uitkomsten der metingen vereenigd; de lichtsterkte van de hoofdlijn is telkens gelijk aan 100 gesteld, en voor elk spookbeeld is de procentueele lichtsterkte t. o. der hoofdlijn opgegeven[3]).

Drie belangrijke verschijnselen vallen bij den eersten blik op:

1. de betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden is stelselmatig iets geringer in het violet dan in het groen;

2. de betrekkelijke lichtsterkte van een bepaald spookbeeld neemt geregeld toe met het rangnummer van het spectrum waarin het zich vertoont;

3. in éénzelfde spectrum schijnen de spookbeelden in 't algemeen wel zwakker te worden naarmate ze verder van de hoofdlijn verwijderd zijn, maar deze afname is toch zeer onregelmatig: zoo is

---

[1]) Zie verder voor deze methode: H. C. Burger en P. H. van Cittert, Versl. Kon. Akad. Amst. 1920, XXIX. 394; en voor de ijking der verzwakkers: M. Minnaert, Hand. Ned. Nat. Gen. Congres 1921, 76.

[2]) Het verschil is zeer groot in het eerste spectrum, nog aanzienlijk in het tweede (nml. in violet en ultraviolet, niet in geel en rood), en gering in het derde spectrum; vanaf het vierde spectrum keert het van teeken om.

[3]) Gewoonlijk zijn alleen de sterkste spookbeelden gemeten; éénmaal is ook de volledige reeks onderzocht (violet 2e spectrum).

het 4e spookbeeld overal sterker dan het 2e en 3e; zoo zijn meest alle even spookbeelden een weinig sterker aan de roode, de onevene

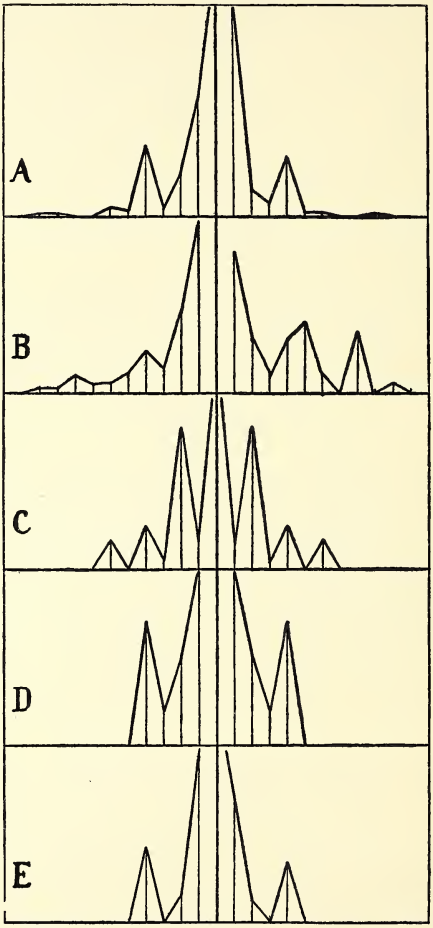


Fig. 2. Betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden bij verschillende spiegelroosters. Elk spookbeeld is voorgesteld door een ordinaat; om het overzicht te vergemakkelijken zijn de uiteinden door een gebroken lijn verbonden. De middenste verticale lijn stelt de hoofdlijn voor.

TABEL I. — Betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden bij een rooster van ROWLAND; $m =$ rangnummer van het spectrum; $n =$ rangnummer van het spookbeeld. De lichtsterkte der hoofdlijn is telkens **100** gesteld.

$n =$	−11	−10	−9	−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Groen.																						
$m = 1$								0.33	0.06	0.24	0.68	**100**	0.77	0.21	0.08	0.30							
2								1.15			1.75	**100**	2.45			0.87							
3						0.34		1.99		1.05	3.61	**100**	5.77	0.80	0.47	1.77							
	Violet.																						
$m = 1$								0.26	0.05	0.16	0.47	**100**	0.51	0.14	0.05	0.25							
2		0.022	0.021	0.001	0.002	0.078	0.040	0.60	0.06	0.24	1.06	**100**	1.81	0.20	0.11	0.52	0.030	0.043	0.015	0.0008	0.023	0.014	0.006
3								1.53		0.73	2.88	**100**	4.60	0.64	0.29	1.40							
4						0.49	0.14	3.14	0.11	1.43	4.61	**100**	8.89	1.08	0.78	2.52							

aan de violette zijde. In alle spectra herhalen zich echter vrijwel dezelfde verhoudingen.

Deze laatstvermelde eigenaardigheden in het uitzicht van de groepjes spookbeelden schijnen op kenmerkende wijze van den eenen rooster tot den anderen te verschillen. Een holle rooster *B* en een klein vlak roostertje *C*, beide van ROWLAND en met 14438 lijnen per Eng. duim, werden ook kort onderzocht, en de lichtsterkte van hunne spookbeelden, op het oog ruw geschat, voorgesteld in fig. 2. Verder zijn enkele gegevens van KING [1]) opgenomen (*D*), en enkele andere welke H. BARTELS verkreeg uit photographische intensiteits-bepalingen aan zijn hollen rooster *E* [2]). Uit hunne schaarsche aanwijzingen is zoo goed mogelijk een kurve opgemaakt. Overal treden typische verschillen op, al is ook de algemeene gelijkenis tusschen de afbeeldingen *A*, *D*, *E*, vrij groot.

II. ROWLAND's *Theorie der Spookbeelden.*

QUINCKE had eenvoudig zijn waarnemingen beschreven, zonder een verklaring voor het ontstaan der spookbeelden te kunnen geven [3]). Verscheidene jaren lang bleef men op een theorie wachten, klaarblijkelijk omdat de natuurkundigen niet in voeling waren met de instrumentmakers welke de roosters krasten.

Die wisten nml. sinds lang dat periodische kleine fouten in de afstanden der groeven haast niet te vermijden zijn. Gedurende het krassen trekt de diamant zijn groef steeds op dezelfde plaats; de rooster daarentegen ligt op een slede, die meegevoerd wordt door een zeer nauwkeurig bewerkte schroef. Aan haar ééne uiteinde draagt deze een tandwiel met een groot aantal tanden, dat na elke groef telkens over één tand (of over meerdere) gedraaid wordt; aan haar ander uiteinde drukt zij tegen een vast punt. Elke periodische fout in den schroefdraad, elke scheefheid of excentriciteit in rad, schroef, of moer, zal aanleiding geven tot veranderingen in den groefafstand, welke zich bij iedere omwenteling periodisch zullen herhalen.

---

[1]) A. J. 1903, **17**, 239. Rooster met 15000 lijnen per Eng. duim (is dit ROWLAND 15020?)

[2]) Ann. Phys. 1921, **65**, 155. Uit de opgegeven getallen schijnt te blijken dat het een rooster was met ongeveer 12700 lijnen.

[3]) Wel is hij een oogenblik op 't rechte spoor geweest, want hij zegt: „Dass nicht Verschiedenheit im Oeffnungs- oder Furchenabstand des Gitters die Erscheinung bedingen, ergiebt sich daraus dass für Maxima höherer Ordnung die Intensität dieses diffusen Lichtes nicht grösser wird". (T. a. pl. blz. 62). QUINCKE had echter de *betrekkelijke* lichtsterkte moeten beschouwen.

Vroeger schijnt men de fouten in de verdeeling alleen in zooverre te hebben gevreesd, dat die aanleiding konden geven tot vermindering van het oplossend vermogen, en tot kleine fouten in de bepaling der roosterconstante en dus der golflengte. C. S. PEIRCE [1]), klaarblijkelijk na gesprekken met den instrumentmaker CHAPMAN die de roosters van RUTHERFORD vervaardigde, was de eerste om met de periodische fouten in de afstanden der groeven de *spookbeelden* in verband te brengen; bij hem duikt ook voor het eerst de schilderachtige benaming „ghost" op. Zijn verdienstelijk werk, dat nog steeds meer dan geschiedkundige waarde heeft [2]), deelde hij mede in een weinig overzichtelijk en niet veel gelezen opstel, waar wij verder nog naar zullen verwijzen.

Eveneens bij de praktijk aanknoopend, maar veel bruikbaarder waren de onderzoekingen van H. A. ROWLAND, welke wij als uitgangspunt nemen voor onze beschouwingen. ROWLAND had bij het krassen zijner eerste roosters bijzonder sterke spookbeelden gekregen, tot vijftig rond éénzelfde spectraallijn, en sterker dan de hoofdlijn zelve! Wat was echter het geval? In zijne machine eindigde de schroef in een vlakke plaat, aandrukkend tegen een vaste stift; aanvankelijk nu was die plaat nog niet gepolijst, en moest de schroef in den loop eener omwenteling aanzienlijke verschuivingen ondergaan, die de regelmaat der verdeeling periodisch verstoorden; naarmate echter het polijsten werd uitgevoerd, werden de spookbeelden zwakker en zwakker. Daarenboven bleken hunne afstanden overeen te komen met de omwentelingsperiode der schroef. De onderstelling dat de spookbeelden hunne oorzaak hadden in kleine periodische veranderingen van den afstand der groeven (fig. 3), was dus gewettigd.

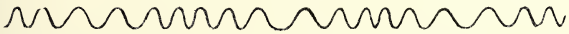


Fig. 3. Schematische doorsnede van een rooster met spookbeelden. Periode der storing: r groeven.

---

[1]) C. S. PEIRCE, Americ. Journ. of math. 1879, 2, 330.

[2]) Het is het eenige theoretische onderzoek over de spookbeelden van absorptieroosters. De door PEIRCE berekende reeksontwikkelingen voor $\cos(\alpha \sin x)$, $\sin(\alpha \sin x)$ kunnen nuttig zijn. Daarenboven brachten zijn metingen van de afstanden der spookbeelden kleine verschillen aan den dag, welke nog ten deele onopgehelderd bleven: zoo lagen de spookbeelden der lijn D_1 van FRAUNHOFER iets dichter bij de hoofdlijn dan deze van D_2 (na omrekening voor de verhouding der golflengten); die van C veel dichter. Voor F schijnen de meegedeelde getallen fout.

Aansluitend bij zijn nieuwe theorie der roosterspectra, gaf ROWLAND thans ook een theorie der spookbeelden [1]).

Het is welbekend, dat ROWLAND voor het eerst het principieele verschil tusschen gegroefde roosters en roosters bestaande uit afwisselend doorzichtige en ondoorzichtige reepen („absorptieroosters") volledig tot uitdrukking heeft gebracht. Bij de eerste komt interferentie daardoor tot stand, dat het licht, gebogen door de diepere deelen van een groefje, een langeren weg af te leggen heeft dan dat, gebogen door de metaaldeeltjes die tusschen twee groeven zijn blijven uitsteken; wanneer p voor een der gebogen stralen de totale lengte van den lichtweg is tusschen de lichtbron en een waargenomen punt, dan is de lichtwerking in dit punt voorgesteld door de uitdrukking:

$$A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(p - Vt) + B \sin \frac{2\pi}{\lambda}(p - Vt). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

geïntegreerd over de heele oppervlakte van den rooster. Men kiest nu eenvoudige omstandigheden, rekent p uit, en vervormt eenigszins de bekomen integraal. De heele theorie berust dus op de toepassing van het gewone beginsel van HUYGHENS. Niettemin wist ROWLAND met groote handigheid uit zijn eenvoudige theorie een heele reeks besluiten te trekken die voor de praktijk van het grootste gewicht zijn; o.a. bleek voor het eerst duidelijk, dat de verdeeling der lichtsterkte over de verschillende spectra geheel bepaald wordt door het profiel der groeven van den rooster.

De onderstelling die ten grondslag ligt aan zijn theorie der spookbeelden, wordt door ROWLAND aldus uitgedrukt: uitgaande van een bepaald groefje, kunnen wij de afstanden tot aan de volgende groefjes bij een idealen rooster voorstellen door Na_0, waarin a_0 de roosterconstante is, en N achtereenvolgens gelijk aan $1, 2, 3, \ldots$; bij een rooster met spookbeelden zullen de afstanden integendeel worden:

$$Na_0 + a_1 \sin (e_1 N), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wanneer we de storing voorloopig sinusvormig aannemen, de grootste verplaatsing die de groeven van hun ideale plaats ondergaan door a_1 voorstellen, en door e_1 de breuk $\frac{2\pi}{r}$, r zijnde het aantal groeven omvat door een storingsperiode. Hiervan uitgaande, vindt ROWLAND inderdaad dat er een symmetrische reeks spookbeelden rond de spectraallijn moet optreden, en berekent voor hunne lichtsterkte in het spectrum van rangnummer m, uitgezonden onder een hoek ϑ_m met de normaal op den rooster:

[1]) Astronomy and Astrophysics, 1893, **12**, 129. Een goed referaat, met verbetering van vele drukfouten, in: KAYSER, Hdb. der Spektrosk. I, 430.

$$\left.\begin{array}{l}
\text{hoofdlijn} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad J_0^2\left(2\,\pi m\,\frac{a_1}{a_0}\right), \\
\text{spookbeeld v. 1}^{\text{e}}\text{ orde } J_1^2\left(2\,\pi m\,\frac{a_1}{a_0}\right), \text{ hoekafstand t/d hoofdl. } \pm\frac{\lambda}{r a_0 \cos\vartheta_m} \\
\text{spookbeeld v. 2}^{\text{e}}\text{ orde } J_2^2\left(2\,\pi m\,\frac{a_1}{a_0}\right), \text{ hoekafstand t/d hoofdl. } \pm\frac{2\lambda}{r a_0 \cos\vartheta_m} \\
\text{spookbeeld v. } n^{\text{e}}\text{ orde } J_n^2\left(2\,\pi m\,\frac{a_1}{a_0}\right), \text{ hoekafstand t/d hoofdl. } \pm\frac{n\lambda}{r a_0 \cos\vartheta_m}
\end{array}\right\} \quad (3)$$

Ontwikkelen we de BESSEL'sche functies volgens

$$J_n(x) = \frac{x^n}{2^n\, n!}\left(1 - \frac{x^2}{2\,.\,2n+2} + \ldots\right) \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

en verwaarloozen alle machten van x binnen de haken, dan worden de betrekkelijke lichtsterkten van zwakke spookbeelden t. o. der hoofdlijn:

$$\left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2, \frac{1}{4}\left(\frac{a_1}{a_0}\pi m\right)^4, \ldots \frac{1}{(n!)^2}\left(\frac{a_1}{a_0}\pi m\right)^{2n}.\,^{1)} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Uit deze formules zouden de volgende besluiten af te leiden zijn:

1. de betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden is onafhankelijk van de golflengte;

2. zij neemt toe met het rangnummer m van het spectrum waarin het spookbeeld zich vertoont, en wel evenredig met m^2 voor de spookbeelden van 1e orde, met m^{2n} voor de spookbeelden van ne orde;

---

[1]) Ten onrechte geeft ROWLAND aan:

$$\frac{1}{n!}\left(\frac{a_1}{a_0}\pi m\right)^{2n}.$$

Men kan gemakkelijk aantoonen dat de uitkomsten van PEIRCE analoog zijn met die van ROWLAND. We gaan uit van de uitdrukking op blz. 335 bovenaan, en bemerken dat zij de amplitudo's der achtereenvolgende hoofdlijnen voorstelt wanneer $m = 0$ en $\omega = 2\pi,\ 4\pi, \ldots,\ 2N\pi, \ldots$; die der spookbeelden, wanneer $m = 1, 2, 3, \ldots$. Nu komen de hier gebruikte letters aldus met onze notaties overeen:

$$w \quad m \quad \varepsilon \quad \omega \quad \vartheta \quad N \text{ (PEIRCE)}$$

$$a_0 \quad n \quad \frac{a_1}{a_0} \quad 2\pi m \quad e_1 \quad m$$

Voor de betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden krijgen we dan:

$$A_1^2\left(\frac{a_1}{a_0}\pi m\right)^2, \frac{1}{4}A_2^2\left(\frac{a_1}{a_0}\pi m\right)^4, \ldots$$

zooals ROWLAND, maar met coëfficiënten $A_1, A_2, \ldots$ uitgedrukt op blz. 332; deze coëfficiënten hangen af van de verhouding $\alpha = \frac{\text{spleet}}{\text{spleet + tusschenruimte}}$, en kunnen dus alleen vóórkomen bij absorptieroosters.

3. in éénzelfde spectrum moet de lichtsterkte der spookbeelden zeer snel afnemen met toenemenden afstand tot de hoofdlijn.

Een oppervlakkige vergelijking dezer uitkomsten met de gegevens onzer metingen (zie blz. 259 en 261) schijnt een ernstige tegenspraak tusschen theorie en ervaring op te leveren. Beschouwen we bv. de 2e wet: men zou verwachten dat de spookbeelden van hoogere orde niterst snel aan betrekkelijke lichtsterkte zullen toenemen met toenemende m; zoo zou het 4e spookbeeld in het 4e spectrum $4^8 = 65000$ maal sterker moeten zijn dan datzelfde spookbeeld in het 1e spectrum, terwijl de metingen een verhouding van nagenoeg 11 geven; in het algemeen treft het dat, in tegenstelling met wat men verwachten kon, alle spookbeelden nagenoeg *even snel* met de spectraalorde toenemen, en wel alsof het alle spookbeelden van eerste orde waren.

Evenmin schijnt de 3e wet in overeenstemming te kunnen worden gebracht met de zeer onregelmatige afname van de lichtsterkte welke wij in elk spectrum voor de achtereenvolgende spookbeelden hebben gevonden. Vruchteloos beproefde King [1]) een dergelijke, door hem bemerkte afwijking te verklaren door de fout a_1 in de roosterverdeeling zeer groot te onderstellen; in dat geval wordt het argument der Besselsche functies aanzienlijk en de benaderingen (5) gaan niet door: het sterkste spookbeeld is nu niet meer het eerste, maar het tweede, derde, vierde, ... [2]). King vond geen der theoretische intensiteitsverdeelingen in overeenstemming met de door hem waargenomene. Maar het is a priori duidelijk dat we hier op 't verkeerde spoor zijn, als we bedenken dat deze afwijkende intensiteitsverdeelingen slechts optreden wanneer enkele der spookbeelden lichtsterker geworden zijn dan de hoofdlijn zelf! Slechts bij uiterst slechte, volkomen onbruikbare roosters zou dit het geval kunnen zijn.

We gaan nu aantoonen, dat de theorie van Rowland tóch in groote trekken met de ervaring overeenstemt, mits men ze goed interpreteert.

We hebben tot hiertoe aangenomen, dat de storing in de afstanden der roostergroeven een eenvoudige sinusfunctie is. Wat zou er echter gebeuren wanneer een tweede periodische storing naast de eerste optrad? De afstanden der groeven zijn dan voor te stellen door

$$Na_0 + a_1 \sin(e_1 N) + a_2 \sin(e_2 N). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Rowland toont dat in dit geval twee onderscheiden reeksen spook-

---

[1]) A. J. 1903, **17**, 242.

[2]) Een tabelletje vindt men bij Rowland t. a. pl. blz. 144, veel uitvoeriger echter en met een graphische voorstelling bij: Jahncke-Emde, Funktionentafeln, blz. 148—157. (Teubner 1909).

beelden tegelijk vóórkomen, waarvan men ligging en lichtsterkte kan berekenen alsof elk alleen bestond. Bij onzen rooster is niets van zulk een dubbele reeks te bemerken; het zou echter kunnen, dat de ééne periode nauwkeurig de helft van de andere bedroeg bv., zoodat de spookbeelden der tweede reeks samenvallen met de even spookbeelden der eerste reeks. En evenzoo zouden er nog storingen kunnen zijn met een periode van $\frac{1}{3}$e, $\frac{1}{4}$e . . . der hoofdperiode, en waarvan telkens spookbeelden samenvallen met die der oorspronkelijke reeks (fig. 4). De afstanden der roostergroeven zijn dan voor te stellen door:

$$Na_0 + a_1 \sin(eN) + a_2 \sin(2eN) + a_3 \sin(3eN) + \ldots \quad . \quad . \quad (7)$$

Fig. 4. Samenstelling van een groep spookbeelden. Elke sinusvormige storing geeft één paar spookbeelden; de andere zijn onmerkbaar zwak (gestippeld).

Maar dit is niets anders dan een gewone ontwikkeling volgens FOURIER. Door dus storingen aan te nemen met periodes die een geheel onderdeel bedragen van de hoofdperiode, hebben we volstrekt geen gekunstelde onderstelling ingevoerd, maar integendeel uitgedrukt dat de storing een volledig willekeurig verloop kan hebben mits periodisch in de hoofdperiode.

Wat is nu uit deze onderstelling af te leiden voor de lichtsterkte der verschillende spookbeelden?

Elk van de spookbeelden die we waarnemen is thans te beschouwen als opgebouwd uit een complex; alleen van het *eerste* paar weten we dat het *uitsluitend* behoort tot de reeks der eerste storing: voor deze reeks kennen we dus met zekerheid de lichtsterkte van het eerste paar spookbeelden. Om de gedachten te bepalen beschouwen wij het eerste paar spookbeelden van de groene kwiklijn in het eerste spectrum, waarvan de gemiddelde lichtsterkte 0.72% bedraagt; nu kunnen we ook berekenen, volgens (5), hoe sterk de tweede spookbeelden van dezelfde reeks moeten zijn:

$$\frac{1}{4} \times 0{,}0072 \times 0{,}0072 = 0{,}0013\ \%.$$

Deze tweede spookbeelden van de eerste storing vallen echter samen met de eerste spookbeelden van de tweede storing; op de totale lichtsterkte van (gemiddeld) 0,23% komt dus slechts een uiterst gering aandeel op rekening van de eerste storing. Nog veel kleiner

wordt haar aandeel bij de volgende spookbeelden, zoodat praktisch van de eerste storing alleen het eerste paar spookbeelden te voorschijn komt. Evenzoo zijn, op de twee eerste na, alle spookbeelden van de tweede storing te verwaarloozen tegenover die der volgende storingen. In 't algemeen geeft elke storing slechts één paar spookbeelden, wier betrekkelijke lichtsterken bedragen:

$$\left(\frac{a_1}{a_0}\pi m\right)^2, \quad \left(\frac{a_2}{a_0}\pi m\right)^2, \quad \left(\frac{a_3}{a_0}\pi m\right)^2, \ldots .$$

We komen aldus tot het volgende, zeer overzichtelijke resultaat: *de plaats der groeven van den rooster is verstoord volgens een periodische, maar overigens willekeurige functie; het licht voert de ontleding dezer functie uit, zóó dat in eerste benadering elke term der Fourierreeks één paar spookbeelden geeft, waarvan de amplitudo evenredig is met den coëfficiënt van dien term.*

Uit de gemeten lichtsterkten zijn de waarden der Fouriercoëfficiënten dus rechtstreeks af te lezen. Wij middelen telkens de waarden der roode en der violette zijde, en vinden voor het eerste spectrum, groen:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{\sqrt{0{,}0072}}{\pi}\, a_0 = 0{,}027\, a_0; & a_2 &= \frac{\sqrt{0{,}0023}}{\pi}\, a_0 = 0{,}015\, a_0; \\ a_3 &= \frac{\sqrt{0{,}0007}}{\pi}\, a_0 = 0{,}008\, a_0; & a_4 &= \frac{\sqrt{0{,}0031}}{\pi}\, a_0 = 0{,}018\, a_0. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Of:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1{,}76\ \mu. \\ a_1 &= 0{,}048\ \mu. \\ a_2 &= 0{,}027\ \mu. \\ a_3 &= 0{,}015\ \mu. \\ a_4 &= 0{,}031\ \mu. \end{aligned}$$

enz.

Zoo groot zijn dus ongeveer de periodische fouten in de schroefopstelling van Rowland.

Men zal gemakkelijk inzien, dat de schijnbare tegenspraak tusschen de theorie en de ervaring door deze opvattingen vermeden wordt. Daar de spookbeelden nu alle „van de eerste orde" zijn, is het duidelijk dat zij alle in dezelfde verhouding moeten toenemen in de hoogere spectra, n.l. evenredig met m^2. En daar de waarden der coëfficiënten $a_1, a_2, \ldots$ geheel van toevallige omstandigheden afhankelijk zijn — inzonderheid van de verdeeling van het tandwiel aan den kop der schroef — zullen de lichtsterkten der spookbeelden in

éénzelfde spectrum op de grilligste wijze kunnen verschillen van den eenen rooster tot den anderen of zelfs van het eene tot het andere deel van eenzelfden rooster [1]).

De theorie van ROWLAND geeft dus wel in groote trekken rekenschap van onze proefondervindelijke uitkomsten.

Wij hebben tot hiertoe eenvoudigheidshalve de asymmetrie der spookbeelden rechts en links van de hoofdlijn vrijwel buiten bespreking gelaten, zooals ook ROWLAND voor zijn theorie heeft gedaan. Dat dit feitelijk niet uitkomt bleek uit de ervaringen van KING [2]) en spreekt ook duidelijk uit onze metingen. Men vindt een korte behandeling van het algemeene geval bij MICHELSON [3]), die daarenboven reeds in beginsel de ontwikkeling volgens FOURIER gebruikte.

III. *Electromagnetische Theorie der Spookbeelden voor een volkomen geleidenden Rooster.*

De theorie der roosters van RAYLEIGH.

De theorie der roosters is, sedert de onderzoekingen van ROWLAND, nog een gewichtigen stap vooruitgegaan. In 1907 ontwikkelde n.l. RAYLEIGH een „dynamische" theorie, welke de werkingswijze van een rooster als een electromagnetisch proces opvat [4]). De uitkomsten verschillen van die der vroegere theorie, des te meer naarmate de roosterconstante nadert tot de orde der golflengte λ van het licht; anderzijds geldt ook deze theorie slechts zoolang de diepte der groeven klein is ten opzichte van λ. Van de beide gevallen door RAYLEIGH behandeld — volkomen geleidenden, volkomen isoleerenden rooster — zullen wij nu beproeven het eerste toe te passen op de onderzoeking der spookbeelden. Onze notaties passen we grootendeels aan de verhandelingen aan van VOIGT en zijn leerlingen, welke de theorie van RAYLEIGH verder hebben uitgewerkt (zie blz. 284).

Stellen wij ons eerst een rooster voor met volkomen standvastige afstanden $a_0 = \frac{2\pi}{p}$ tusschen de groeven; we snijden hem loodrecht op de groeven door, trekken de z-as normaal op het roostervlak en de y-as evenwijdig aan de groeven, zoodat het x-z-vlak het invalsvlak der lichtstralen is. Het roosterprofiel $z = \zeta$ ontwikkelen we in een harmonische reeks:

---

[1]) W. A. ROGERS deelt mede dat de vorm der periode reeds merkbaar verandert na één omwenteling van de schroef, zoodra men smeert met olie of vet (Proc. Americ. Assoc. 1879 **28**, 186).

[2]) A. J. 1903, **17**, 239.

[3]) A. J. 1903, **18**, 278.

[4]) RAYLEIGH, Proc. R. Soc. 1907, A, **79**, 399; Papers V, 388.

$$\left.\begin{aligned}\zeta = C_1 \cos px + S_1 \sin px + C_2 \cos 2\,px + S_2 \sin 2\,px + \ldots + \\ + C_k \cos kpx + S_k \sin kpx + \ldots = \tfrac{1}{2}(C_1 - iS_1)\, e^{ipx} + \\ + \tfrac{1}{2}(C_1 + iS_1)\, e^{-ipx} + \ldots + \tfrac{1}{2}(C_k - iS_k)\, e^{ikpx} + \\ + \tfrac{1}{2}(C_k + iS_k)\, e^{-ikpx} + \ldots = S\,\zeta_k\, e^{ikpx}.\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (9)$$

Hierbij is gesteld:

$$\zeta_k = \tfrac{1}{2}(C_k - iS_k), \qquad \zeta_{-k} = \tfrac{1}{2}(C_k + iS_k); \quad . \; . \; . \; (10)$$

zoodat

$$C_k = C_{-k} \quad , \quad S_k = -S_{-k} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

De som S is uit te strekken over alle positieve en negatieve geheele waarden van k, met de beperking $\zeta_0 = 0$.

Rayleigh stelt de teruggekaatste en gebogen golven vóór als een electromagnetische trilling, waaraan grensvoorwaarden worden opgelegd voor $z = \zeta$; naar gelang van de keuze dezer voorwaarde krijgt men de trilling met electrische componente evenwijdig aan of loodrecht op de groeven van den rooster.

De invallende stralen worden teruggekaatst onder een hoek ϑ met de normaal, terwijl de gebogen stralen hoeken $\vartheta_1, \vartheta_{-1}, \ldots \vartheta_k$ met deze normaal insluiten; wij komen overeen k positief te rekenen in de richting der toenemende ϑ, zoodat $\vartheta_k > \vartheta_0$ voor $k > 0$ (fig. 5).

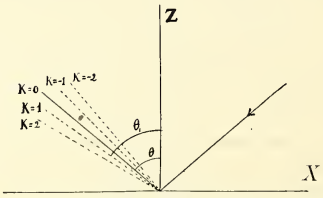


Fig. 5. Buiging van het licht door een rooster. Notatie en overeenkomst betreffende de teekens.

Verder zullen we schrijven:

$$\alpha = \sin \vartheta. \qquad \alpha_k = \sin \vartheta_k. \qquad \mu = \frac{2\pi}{\lambda}.$$
$$\gamma = \cos \vartheta. \qquad \gamma_k = \cos \vartheta_k.$$

Voor de amplitudo's van de lichtgolven schrijven we:

	electrische vector // groeven	electrische vector ⊥ groeven
invallende golf	E'	E
rechtstreeks teruggekaatste golf .	R'_0	R_0
gebogen golf van rangnummer k	R'_k	R_k

We vinden dan voor de amplitudo's der trillingen met electrischen vector evenwijdig aan de groeven:

$$\frac{R'_0}{E'} = -1 + 2\mu^2 \gamma \underset{k}{(S)} \gamma_k \zeta_k \zeta_{-k}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

$$\frac{R'_k}{E'} = -2i\mu\gamma\zeta_k + 2\mu^2\gamma \underset{k}{(S)} \gamma_h \zeta_h \zeta_{k-h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

En voor de trillingen met electrischen vector loodrecht op de groeven:

$$\frac{R_0}{E} = 1 - \frac{2\mu^2}{\gamma} \underset{k}{(S)} \frac{(1-\alpha\alpha_k)^2}{\gamma_k} \zeta_k \zeta_{-k}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$\frac{R_k}{E} = \frac{2i\mu(1-\alpha\alpha_k)}{\gamma_k}\zeta_k - \frac{2\mu^2}{\gamma_k} \underset{h}{(S)} \frac{(1-\alpha\alpha_h)(1-\alpha_h\alpha_k)}{\gamma_h} \zeta_h \zeta_{k-h} \quad . \quad (15)$$

Deze formules zijn berekend volgens de werkwijze van Rayleigh, maar iets algemeener, en sluiten aan bij zijn uitdrukkingen (15), (17)—(22) en (56), (58)—(59), alsook bij de uitdrukkingen (41), (55) en (36), (51) van Voigt; termen van hoogere orde zullen verder worden aangegeven (blz. 288). De sommen (S) zijn, volgens een opmerking van Voigt, uit te strekken over alle waarden van h of k welke van nul verschillen, mits voldoende aan de voorwaarde $-1 < \alpha_h < +1$; zóó dus dat de spectra van overeenkomstig rangnummer werkelijk bestaan; het gevolg dezer beperking is, dat alleen de lagere termen in de som worden opgenomen; alle golvingen in den rooster die een periode hebben kleiner dan de hierdoor bepaalde grens $\left(\text{gelegen tusschen } \lambda \text{ en } \frac{\lambda}{2}\right)$, hebben geen invloed meer op het buigingsverschijnsel. Daarenboven is weer $\zeta_0 = 0$.

Bij de vergelijking dezer formules met die van Rayleigh is te bedenken dat de elementaire theorie der roosterspectra de betrekking geeft:

$$\alpha_k = \alpha + \frac{kp}{\mu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

waaruit volgen:

$$\mu\gamma^2 - pk\alpha = \mu(1-\alpha\alpha_k) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

$$\mu\gamma_k^2 - p(h-k)\alpha_k = \mu(1-\alpha_h\alpha_k) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Lichtsterkte der verschillende spectra.

Om uit de uitdrukkingen voor de amplitudo (12)—(15) die der lichtsterkte w af te leiden, hebben we telkens het vierkant van den modulus op te maken; voor iedere formule schrijven we het bestaanbare gedeelte en den coëfficiënt van i uit, quadrateeren en tellen op. Zoo komt er:

$$\frac{w'_0}{w'} = \frac{|R'_0|^2}{E'^2} = 1 - \mu^2\gamma \underset{k}{(S)} \gamma_k (C_k^2 + S_k^2) \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{|R'_k|^2}{E'^2} = \mu^2\gamma^2 (C_k^2 + S_k^2) + \mu^3\gamma^2 \underset{h}{(S)} \gamma_h [C_k (C_h S_{k-h} + S_h C_{k-h}) + \\ + S_k (S_h S_{k-h} - C_h C_{k-h})] \end{aligned}\right\} (20)$$

$$\frac{w_0}{w} = \frac{|R_0|^2}{E^2} = 1 - \frac{\mu^2}{\gamma} \underset{k}{(S)} \frac{(1-\alpha\alpha_k)^2}{\gamma_k} (C_k^2 + S_k^2) \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{|R_k|^2}{E^2} = \frac{\mu^2 (1-\alpha\alpha_k)^2}{\gamma_k^2} (C_k^2 + S_k^2) + \frac{\mu^3 (1-\alpha\alpha_k)}{\gamma_k^2} \underset{h}{(S)} \frac{(1-\alpha\alpha_h)(1-\alpha_h\alpha_k)}{\gamma_h} \\ [C_k (C_h S_{k-h} + S_h C_{k-h}) + S_k (S_h S_{k-h} - C_h C_{k-h})] \end{aligned}\right\} (22)$$

De formules (19) en (21) geven reeds de lichtsterkte $\frac{w_0}{w}$, $\frac{w'_0}{w}$ der middenbeelden vergeleken met het invallende licht. Voor wat de uitdrukkingen (20) en (22) betreft, moeten wij opmerken dat zij de lichtsterkte der spectra weergeven per eenheid van golffront; maar wat we te vergelijken hebben is de lichtsterkte per eenheid van spiegelend oppervlak, zoodat deze uitdrukkingen te vermenigvuldigen zijn met $\frac{\gamma_k}{\gamma}$, en worden:

$$\left.\begin{aligned} \frac{w'_k}{w} = \mu^2\gamma\gamma_k (C_k^2 + S_k^2) + \mu^3\gamma\gamma_k \underset{h}{(S)} \gamma_h [C_k (C_h S_{k-h} + S_h C_{k-h}) + \\ + S_k (S_h S_{k-h} - C_h C_{k-h})] \end{aligned}\right\} (23)$$

$$\frac{w_k}{w} = \frac{\mu^2 (1-\alpha\alpha_k)^2}{\gamma\gamma_k} (C_k^2 + S_k^2) + \frac{\mu^3 (1-\alpha\alpha_k)}{\gamma\gamma_k} \underset{h}{(S)} \frac{(1-\alpha\alpha_h)(1-\alpha_h\alpha_k)}{\gamma_h} \quad (24)$$

De vergelijking met (19) en (21) toont meteen dat voldaan is aan de wet van behoud van arbeidsvermogen, aangezien de som der lichtsterkten van de spectra en van het middenbeeld weer gelijk is aan den invallenden lichtstroom; natuurlijk moet men bij deze verificatie alle grootheden tot dezelfde orde benaderd nemen.

Is het invallende licht niet gepolariseerd, dan wordt de totale lichtsterkte W van het middenbeeld en die van de spectra:

$$\frac{W_0}{W} = 1 - \mu^2 (S) \left[\gamma\gamma_k + \frac{(1-\alpha\alpha_k)^2}{\gamma\gamma_k}\right] (C_k^2 + S_k^2) . \quad . \quad . \quad (25)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{W_k}{W} = \mu^2 \left[\gamma\gamma_k + \frac{(1-\alpha\alpha_k)^2}{\gamma\gamma_k}\right] (C_k^2 + S_k^2) + \mu^3 \underset{h}{(S)} \left[\gamma\gamma_k\gamma_h + \right. \\ \left. + \frac{(1-\alpha\alpha_k)(1-\alpha\alpha_h)(1-\alpha_k\alpha_h)}{\gamma\gamma_k\gamma_h}\right] [C_k (C_h S_{k-h} + S_h C_{k-h}) + S_k (S S_{k-h} - C_h C_{k-h})] \end{aligned}\right\} (26)$$

Uit deze uitdrukking (26) is velerlei merkwaardigs te lezen. Wij zien vooreerst dat, met verwaarloozing der termen van hoogere orde,

elk van de sinuslijnen waaruit het profiel der roostergroef is opgebouwd haar eigen paar spectra geeft, en dat de amplitudo dezer spectra evenredig is met de amplitudo der sinuslijn het roosterprofiel. Dit mooie resultaat der theorie van RAYLEIGH herinnert ons onmiddellijk aan de analoge uitkomst betreffende de spookbeelden (blz. 268).

Vervolgens merken wij op, dat de tweede term kenmerkend is voor de asymmetrie van den rooster. Hij verdwijnt immers, zoodra alle coëfficiënten S nul worden, d. w. z. de groef een symmetrisch profiel krijgt; blijkbaar hangt de asymmetrie van een bepaald paar spectra niet meer alleen af van de symmetrie der overeenkomstige storingsperiode, maar ook van alle andere storingsperiodes. Anderzijds kunnen we gemakkelijk overzien hoe de asymmetrie der groeven asymmetrie der spectra teweegbrengt.

1°. Bij zeer kleine kleurschifting van den rooster (een geval van geringe praktische beteekenis), kunnen we stellen:

$$\vartheta_k = \vartheta_h = \vartheta, \quad \alpha_k = \alpha_h = \alpha, \quad \gamma_k = \gamma_h = \gamma;$$

(26) wordt:

$$\frac{W_k}{W} = 2\mu^2\gamma^2(C_k^2+S_k^2)+4\mu^2\gamma^2\underset{h}{(S)}[C_k(C_hS_{k-h}+S_hC_{k-h})+S_k(S_hS_{k-h}-C_hC_{k-h})] \quad (27)$$

Wanneer k van teeken omkeert, keert de tweede term ook van teeken om, want wegens (11) is elke term in h van de oude som $\underset{h}{(S)}$ gelijk en tegengesteld aan den overeenkomstigen term in $-h$ van de nieuwe som. Wat dus het spectrum links aan lichtsterkte tekort heeft, heeft het spectrum rechts teveel, of omgekeerd.

2°. Een zeer belangrijk bijzonder geval is dat waarin $\vartheta_k = -\vartheta_{-k}$; dit omvat immers evengoed de roosteropstelling met loodrecht invallende lichtstralen $\left(\vartheta = 0,\ \alpha_k = \frac{kp}{\mu}\right)$, als de opstelling met autocollimatie $\left(\vartheta_k = -\vartheta,\ \alpha_k = \frac{kp}{2\mu}\right)$. In dit geval wordt in (26) $\alpha_k = -\alpha_{-k}$, $\gamma_k = \gamma_{-k}$; elke term in h van de oude som $\underset{h}{(S)}$ is gelijk en tegengesteld aan den term in $-h$ van de nieuwe som. Alweer geldt dus, dat wat het linker spectrum aan lichtsterkte tekort heeft, in het overeenkomstige spectrum rechts te voorschijn komt. En daar $\alpha_k, \alpha_h, \gamma_k, \gamma_h$ van λ afhangen volgens (16), moet deze wederzijdsche opheffing wel voor elke kleur uitkomen, maar zal de asymmetrie voor de verschillende kleuren toch ongelijk sterk zijn.

3°. In het algemeene geval heffen de asymmetrietermen van *éénzelfde* paar spectra elkander niet op. Maar de som dezer termen over *alle* spectra blijft nul. Om dit aan te toonen, duiden wij door

T_h^k den term in h aan van de $\underset{h}{(S)}$ hoorende bij het spectrum k; en we vereenigen de T's van alle spectra twee aan twee, telkens die uitkiezende welke zich alleen door omwisseling der indices van elkaar onderscheiden, en dus denzelfden coëfficiënt tusschen haken hebben:

$$T_h^k + T_k^h = \left[\gamma\gamma_k\gamma_h + \frac{(1-\alpha\alpha_k)(1-\alpha\alpha_h)}{\gamma\gamma_k\gamma_h}\right][C_kC_hS_{k-h} +$$
$$+ C_kS_hC_{k-h} + S_kS_hS_{k-h} - S_kC_hC_{k-h} - C_hC_kS_{k-h} + C_hS_kC_{k-h} -$$
$$- S_hS_kS_{k-h} - S_hC_kC_{k-h}] = 0.$$

Wat er dus in het eene spectrum aan lichtsterkte tekort is, zal in één of verscheidene andere voor den dag moeten komen; maar niet in 't middenbeeld. We hebben het recht, van „nitwisseltermen" te spreken.

Het ingewikkeld uitwisselen van het arbeidsvermogen tusschen de spectra moet weer voor elke afzonderlijke kleur een juiste balans opleveren, maar het wisselspel kan van kleur tot kleur andere combinaties vertoonen. Zoo is theoretisch volkomen verduidelijkt hetgeen Rowland als resultaat van een lange ervaring heeft neergeschreven [1]).

. . .„deze eigenaardigheid ontmoet men dikwijls bij roosters. Zoo kan het groen in één spectrum haast ontbreken, terwijl in een ander die kleur te sterk is. Of het blauw kan in een of ander spectrum zeer zwak zijn, in ruil waarvoor dikwijls het overeenkomstige spectrum der andere zijde zijn eigen intensiteit blauw licht vertoont plus hetgeen aan de eerste zijde ontbrak".

Toepassing der theorie van Rayleigh *op het geval der spookbeelden.*

Onze leidende gedachte zal nu de volgende zijn: een rooster met een over r groeven periodische storing kunnen we beschouwen als een idealen rooster, waarvan de groef een zeer ingewikkelden vorm heeft en zich uitstrekt over de geheele breedte der storingsperiode.

Van dit standpunt hebben we de spookbeelden, evengoed als de „spectra", te beschouwen als behoorende tot de volledige reeks spectra van onzen idealen rooster, en wij nummeren ze doorloopend aldus:

$$\left.\begin{array}{ll}
(1),\ (2),\ (3), \ldots & \text{spookbeelden rond het middenbeeld (ontbreken)} \\
\ldots,\ r-n, \ldots,\ r-1,\ \ r,\ \ r+1, \ldots,\ r+n, \ldots & 1^e \text{ spectr. m/z spookbeelden} \\
\ldots, 2r-n, \ldots, 2r-1,\ 2r,\ 2r+1, \ldots, 2r+n, \ldots & 2^e \text{ spectr. m/z spookbeelden} \\
\ldots, mr-n, \ldots, mr-1, mr, mr+1, \ldots, mr+n, \ldots & m^e \text{ spectr. m/z spookbeelden}
\end{array}\right\} (28)$$

[1]) T. a. pl., blz. 133.

Voor een willekeurige storingsfunctie kunnen we nu het uitzicht van spectra en spookbeelden berekenen: 1° wij stellen de functie voor en ontwikkelen haar in een harmonische reeks; 2° wij substitueeren de gevonden coëfficiënten C en S in de uitdrukking (26), en lezen voor elke waarde van k af welke de lichtsterkte is van het overeenkomstige spectrum of spookbeeld. De eerste bewerking drukt alleen de meetkundige eigenschappen uit van het roosterprofiel, de tweede steunt op grondslagen van natuurkundigen aard.

Het roosterprofiel dat wij beschouwen zou, indien er geen storingen waren, voor te stellen zijn door (9); de notaties zijn echter eenigszins te wijzigen in overeenstemming met (28), daar wij nu r groeven in ééne periode omvatten.

$$\zeta = c_r \cos rqx + s_r \sin rqx + \ldots + c_{mr} \cos mrqx + s_{mr} \sin mrqx + \ldots, \quad (29)$$

$$\text{met } q = \frac{p}{r} = \frac{2\pi}{a_0 r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

Om deze kromme periodisch samen te drukken of uit te rekken vervangen we x door:

$$x + a_1 \cos qx + b_1 \sin qx + \ldots + a_n \cos nqx + b_n \sin nqx + \ldots, \quad (31)$$

zoodat de voorstelling van het roosterprofiel wordt:

$$\left.\begin{aligned} \zeta = {} & c_r \cos (rqx + \ldots + a_n rq \cos nqx + b_n rq \sin nqx + \ldots) + \\ & + s_r \sin (rqx + \ldots + a_n rq \cos nqx + b_n rq \sin nqx + \ldots) + \ldots \\ \ldots + {} & c_{mr} \cos (mrqx + \ldots + ma_n rq \cos nqx + mb_n rq \sin nqx + \ldots) + \\ & + s_{mr} \sin (mrqx + \ldots + ma_n rq \cos nqx + mb_n rq \sin nqx + \ldots) + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

De letters c en s beteekenen hier dus de Fouriercoëfficiënten van het *ideale* profiel, a en b die van de storing. De coëfficiënten voor het *gestoorde* roosterprofiel, C, S, gaan wij nu berekenen en uitdrukken in c, s, a, b. Schrijven we den algemeenen term van (32) aldus:

$$\left.\begin{aligned} \zeta = \ldots & + c_{mr} \,.\, \cos mrqx \,.\, \cos(\ldots + a_n mrq \cos nqx + b_n mrq \sin nqx + \ldots) \\ & - c_{mr} \,.\, \sin mrqx \,.\, \sin(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad) \\ & + s_{mr} \,.\, \sin mrqx \,.\, \cos(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad) \\ & + s_{mr} \,.\, \cos mrqx \,.\, \sin(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad) + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

Bij goede roosters zijn de termen tusschen haken klein, zoodat we in eerste benadering den *cos* hunner som $= 1$ kunnen stellen en den *sin* vervangen door die som zelf.

$$\left.\begin{aligned}
\zeta = &\ldots + c_{mr}\cos mrqx + s_{mr}\sin mrqx + \ldots + (\ldots + a_n mrq\cos nqx + \\
&+ b_n mrq\sin nqx + \ldots)(\ldots - c_{mr}\sin mrqx + s_{mr}\cos mrqx \ldots) + \ldots = \\
= &\ldots + c_{mr}\cos mrqx + s_{mr}\sin mrqx + \ldots + \\
&+ \frac{mrq}{2}(a_n s_{mr} + b_n c_{mr})\cos(mr+n)qx + \\
&+ \frac{mrq}{2}(a_n s_{mr} - b_n c_{mr})\cos(mr-n)qx + \\
&+ \frac{mrq}{2}(-a_n c_{mr} + b_n s_{mr})\sin(mr+n)qx + \\
&+ \frac{mrq}{2}(-a_n c_{mr} - b_n s_{mr})\sin(mr-n)qx + \ldots = \\
= &\ldots + c_{mr}\cos mrqx + s_{mr}\sin mrqx + \frac{rq}{2}\underset{n}{Sm}[(a_n s_{mr} + b_n s_{mr})\cos(mr+n)qx + \\
&+ (-a_n c_{mr} + b_n s_{mr})\sin(mr+n)qx] + \ldots
\end{aligned}\right\} \quad (34)$$

wanneer wij de som S uitstrekken over alle waarden van n, positief of negatief maar niet nul, en vasthouden aan de met (11) analoge overeenkomst:

$$a_n = -a_{-n} \quad , \quad b_n = -b_{-n}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

De Fouriercoëfficiënten van het gestoorde roosterprofiel worden dus in eerste benadering:

$$\left.\begin{aligned}
C_n &= 0 & S_n &= 0 \\
C_{mr} &= c_{mr} & S_{mr} &= S_{mr} \\
C_{mr+n} &= \frac{mrq}{2}(a_n s_{mr} + b_n c_{mr}) \\
S_{mr+n} &= \frac{mrq}{2}(-a_n c_{mr} + b_n s_{mr})
\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Nu kunnen we de lichtsterkte der hoofdlijnen en spookbeelden vinden, door deze waarden te substitueeren in de uitdrukking (26); voorloopig gaan we niet verder dan haren eersten term.
Er komt:

$$\frac{W_{mr}}{W} = \mu^2\left[\gamma\gamma_{mr} + \frac{(1-\alpha\alpha_{mr})^2}{\gamma\gamma_{mr}}\right](c_{mr}^2 + s_{mr}^2) \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

voor een hoofdlijn,

$$\frac{W_{mr+n}}{W} = \frac{\mu^2 m^2 r^2 q^2}{4}\left[\gamma\gamma_{mr} + \frac{(1-\alpha\alpha_{mr})^2}{\gamma\gamma_{mr}}\right](c_{mr}^2 + s_{mr}^2)(a_n^2 + b_n^2) \quad (38)$$

voor een spookbeeld.

Wegens den meestal kleinen afstand tusschen de hoofdlijn en hare spookbeelden, hebben wij $\alpha_{mr+n} = \alpha_{mr}$ en $\gamma_{mr+n} = \gamma_{mr}$ gesteld.

De verhouding $\frac{\text{spookbeeld}}{\text{hoofdlijn}}$ wordt:

$$\frac{W_{mr+n}}{W_{mr}} = \frac{m^2 r^2 q^2}{4}(a^2 + b^2) = m^2 \pi^2 \frac{a_n^2 + b_n^2}{a_0^2} \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

wegens (30).

Dit is echter niets anders dan de uitdrukking (5), uitgebreid voor 't geval van een asymmetrische storingsfunctie.

Dezelfde waarde voor de lichtsterkte der spookbeelden welke ROWLAND *had afgeleid uit de gewone buigingstheorie van* FRESNEL, *hebben wij dus nu verkregen op de basis der electromagnetische theorie.*

Onze uitdrukking is afgeleid voor een willekeurigen invalshoek van het licht en voor willekeurig asymmetrischen rooster. Bijzonder duidelijk ziet men dat elk spookbeeld van rangnummer n in eerste benadering overeenkomt met de storing in $\cos nqx$, $\sin nqx$.

Om de asymmetrie in de lichtststerkte van paren spookbeelden en hoofdlijnen te overzien, zullen we de vorige rekening moeten hervatten, maar overal een term verder benaderen.

Vooreerst krijgen we, in de uitdrukking van het roosterprofiel (34), den tweeden term van de cosinus-ontwikkeling:

$$\left.\begin{aligned}
\xi &= c_r \cos rqx + s_r \sin rqx + \ldots + c_{mr} \cos mrqx + s_{mr} \sin mrqx + \ldots + \\
&\quad + (\ldots + a_n mrq \cos nqx + b_n mrq \sin nqx + \ldots)(\ldots - c_r \sin rqx + \\
&\quad + s_r \cos rqx \ldots - c_{mr} \sin mrqx + s_{mr} \cos mrqx) + \ldots \\
&\ldots - \frac{m^2 r^2 q^2}{2}(\ldots + a_n mrq \cos nqx + b_n mrq \sin nqx + \ldots)^2 \\
&\quad (\ldots + c_r \cos rqx + s_r \sin rqx + \ldots + c_{mr} \cos mrqx + s_{mr} \sin mrqx) \ldots - \ldots = \\
&\quad = c_r \cos rqx + s_r \sin rqx + \ldots + c_{mr} \cos mrqx + s_{mr} \sin mrq + \ldots \\
&+ \frac{rq}{2} \underset{m,n}{S} m[(a_n s_{mr} + b_n c_{mr}) \cos(mr+n)qx + (-a_n c_{mr} + b_n s_{mr}) \sin(mr+n)qx] + \\
&+ \frac{r^2 q^2}{8} \underset{m,n,g}{S} m^2[s_{mr}(a_n b_{n-g} + b_n a_{n-g}) + c_{mr}(b_n b_{n-g} - a_n a_{n-g})] \cos(mr+n)qx + \\
&+ \frac{r^2 q^2}{8} \underset{m,n,g}{S} m^2[s_{mr}(b_n b_{n-g} - a_n a_{n-g}) - c_{mr}(a_n b_{n-g} + b_n a_{n-g})] \sin(mr+n)qx.
\end{aligned}\right\} \quad (40)$$

De Fouriercoëfficiënten (36) van het gestoorde roosterprofiel gaan nu over in:

$$\left.\begin{aligned}
C_{mr} &= c_{mr}\left[1-\frac{m^2r^2q^2}{8}\underset{n}{S}(a_n^2+b_n^2)\right]\\
S_{mr} &= s_{mr}\left[1-\frac{m^2r^2q^2}{8}\underset{n}{S}(a_n^2+b_n^2)\right]\\
C_{mr+n} &= \frac{mrq}{2}(a_n s_{mr}+b_n c_{mr})+\frac{m^2r^2q^2}{8}\underset{g}{S}[s_{mr}(a_n b_{n-g}+b_n a_{n-g})+\\
&\qquad\qquad + c_{mr}(b_n b_{n-g}-a_n a_{n-g})]\\
S_{mr+n} &= \frac{mrq}{2}(-a_n c_{mr}+b_n s_{mr})+\frac{m^2r^2q^2}{8}\underset{g}{S}[s_{mr}(b_n b_{n-g}-a_n a_{n-g})-\\
&\qquad\qquad - c_{mr}(a_n b_{n-g}+b_n a_{n-g})].
\end{aligned}\right\}\quad(41)$$

Deze waarden zijn te substitueeren in de volledige uitdrukking (26):

$$\frac{W_k}{W}=2\mu^2\left[\gamma\gamma_k+\frac{(1-\alpha\alpha_k)^2}{\gamma\gamma_k}\right](C_k^2+S_k^2)+4\mu^2\underset{h}{(S)}\left[\gamma\gamma_k\gamma_h+\right.$$

$$\left.+\frac{(1-\alpha\alpha_k)(1-\alpha\alpha_h)(1-\alpha_k\alpha_h)}{\gamma\gamma_k\gamma_h}\right][S_k(S_hS_{k-h}-C_hC_{k-h})+C_k(C_hS_{k-h}+S_hC_{k-h})].$$

We zullen daarbij overal benaderen tot de termen van het type s^2b^2, welke we met de gevonden uitdrukkingen volledig kunnen berekenen.

Krijgt k de een *hoofdlijn* aanwijzende waarden mr, dan zullen h en $k-h$ òf den vorm hr, $(m-h)r$, òfwel den vorm $hr-n$, $(m-h)r+n$ kunnen krijgen; in het eerste geval wordt de term $S_k\,S_h\,S_{k-h}$:

$$s_{mr}\left[1-\frac{m^2r^2q^2}{8}\underset{n}{(S)}(a_n^2+b_n^2)\right].s_{mh}\,.\,s_{r(m-h)}+$$

$$+\,s_{mr}\,s_{hr}\left[1-\frac{h^2r^2q^2}{8}\underset{n}{(S)}(a_n^2+b_n^2)\right].s_{r(m-h)}+$$

$$+\,s_{mr}\,s_{hr}\,s_{r(m-h)}\left[1-\frac{(m-h)^2r^2q^2}{8}(S)(a_n^2+b_n^2)\right];$$

in het tweede geval:

$$s_{mr}\,\frac{h(m-h)r^2q^2}{4}\underset{n}{(S)}(-a_n\,c_{hr}-b_n\,s_{hr})(-a_n\,c_{(m-h)r}+b_n\,s_{(m-h)r}).$$

Vereenigt men al deze termen met elkaar en met degene die ontstaan uit de ontwikkeling van $S_k\,C_h\,C_{k-h}$, opmerkend dat $h^2+(m-h)^2+2h(m-h)=m^2$, en q vervangend door zijn waarde (30), dan vereenvoudigt zich de uitdrukking tenslotte tot:

$$\left.\begin{aligned}\frac{W_{mr}}{W} = \mu^2 \Bigg\{ & \left[\gamma\gamma_{mr} + \frac{(1-\alpha\alpha_{mr})^2}{\gamma\gamma_{mr}}\right](c_{mr}^2 + s_{mr}^2) + \\ & + \mu^3 \underset{h}{(S)} \left[\gamma\gamma_{mr}\gamma_{hr} + \frac{(1-\alpha\alpha_{mr})(1-\alpha\alpha_{hr})(1-\alpha_{mr}\alpha_{hr})}{\gamma\gamma_{mr}\gamma_{hr}}\right] \\ & \left[s_{mr}(s_{hr}\, s_{(m-h)r} - c_{hr}\, c_{(m-h)r}) + c_{mr}(c_{hr}\, s_{(m-h)r} + s_{hr}\, c_{(m-h)r})\right]\Bigg\} \\ & \left\{1 - \frac{m^2\pi^2}{a_0^2} \underset{n}{(S)} (a_n^2 + b_n^2)\right\}.\end{aligned}\right\} \quad (42)$$

Geeft men echter aan k in (26) de een *spookbeeld* aanwijzende waarden $mr + n$, dan worden h en $k-h$ òf hr, $(m-h)r + n$, òf $hr + n$, $(m-h)r$, òfwel $hr + g$, $(m-h)\,r + (n-g)$. Achtereenvolgens zijn de termen van het type b^3S^2, b^2S^3, b^2S^3 aldus te behandelen en uit de verschillende mogelijke combinaties op te bouwen. Evenals voor de hoofdlijn treden vereenvoudigingen op, en men vindt tenslotte:

$$\left.\begin{aligned}\frac{W_{mr+n}}{W} = \Bigg\{ & \mu^2\left[\gamma\gamma_{mr} + \frac{(1-\alpha\alpha_{mr})^2}{\gamma\gamma_{mr}}\right](c_{mr}^2 + s_{mr}^2) + \\ & + \mu^3 \underset{h}{(S)} \left[\gamma\gamma_{mr}\gamma_{hr} + \frac{(1-\alpha\alpha_{mr})(1-\alpha\alpha_{hr})(1-\alpha_{mr}\alpha_{hr})}{\gamma\gamma_{mr}\gamma_{hr}}\right] \\ & \left[s_{mr}(s_{hr}\, s_{(m-h)r} - c_{hr}\, c_{(m-h)r}) + c_{mr}(c_{hr}\, s_{(m-h)r} + s_{hr}\, c_{(m-h)r})\right]\Bigg\} \\ & \left\{\frac{m^2\pi^2}{a_0^3}(a_n^2 + b_n^2) + \frac{m^2\pi^3}{a_0^3}\underset{g}{(S)}[b_n(b_g\, b_{n-g} - a_g a_{n-g}) + a_n(a_g\, b_{n-g} + b_g\, a_{n-g})]\right\}.\end{aligned}\right\} \quad (43)$$

De formules (42) en (43) stellen de lichtsterkte voor van de hoofdlijnen en van de spookbeelden. De betrekkelijke lichtsterkte dezer laatste wordt:

$$\left.\frac{W_{mr+n}}{W_{mr}} = \frac{\dfrac{m^2\pi^2}{a_0^2}(a_n^2 + b_n^2) + \dfrac{m^2\pi^3}{a_0^3}\underset{g}{(S)}[b_n(b_g\, b_{ng-} - a_g\, a_{n-g}) + a_n(a_g b_{n-g} + b_g a_{n-g})]}{1 - \dfrac{m^2\pi^2}{a_0^2}\underset{n}{(S)}(a_n^2 + b_n^2)}\right\} \quad (44)$$

De algemeene uitdrukking (43) voor de lichtsterkte van een spookbeeld is merkwaardig overzichtelijk van vorm. Afgezien van de coëfficiënten tusschen [ ], welke den invloed beschrijven van den invalshoek van het licht, vinden wij de formule samengesteld uit twee factoren tusschen { } die volkomen overeenstemmenden bouw vertoonen. *De factor in c en s beschrijft hoe elke sinuslijn, waaruit het roosterprofiel is opgebouwd, een paar spectra geeft, en hoe de asymmetrie der roostergroeven in hun geheel ook asymmetrie dezer spectra veroorzaakt; evenzoo beschrijft de factor in a en b, hoe elke storingsgolf, waaruit de storingsperiode bestaat, een paar spookbeelden*

geeft, en hoe asymmetrie in het verloop der geheele storingsperiode de asymmetrie dezer spookbeelden om de hoofdlijn doet ontstaan. Zoo voert dus het licht een dubbele harmonische ontleding uit van het roosterprofiel.

De asymmetrie der spookbeelden is in zooverre bijzonder eenvoudig, dat de twee tot een paar behoorende spookbeelden elkander steeds aanvullen, wat ook de invalshoek van het licht weze; het hangt natuurlijk daarmee samen, dat we van af (38) overal hebben aangenomen dat de spookbeelden dicht bij elkaar liggen en dus met vrijwel gelijke buigingshoeken overeenkomen. Dit herinnert aan de asymmetrie der spectra van een rooster met zeer kleine kleurschifting (vgl. blz. 273). Door middelen van de gevonden lichtsterkte der spookbeelden naar rood en naar violet, kan men dus gemakkelijk deze asymmetrie uit de waarnemingen en uit de formule verwijderen, wat een groot voordeel oplevert voor de toetsing der theorie. Wij zien daarenboven uit onze uitdrukking (43) dat, wanneer de spookbeelden aan de ééne zijde van het middenbeeld sterker zijn naar rood dan naar violet, deze verhouding zal omkeeren aan de andere zijde (vgl. de afspraak betreffende het teeken van k op blz. 270); of ook: als de spookbeelden naar rood sterker zijn aan de ééne dan aan de andere zijde van 't middenbeeld, dan zijn ook de spookbeelden naar violet aan die zijde sterker. Het spreekt van zelf dat de asymmetrietermen hier alweer op de wijze van „uitwisseltermen" werken.

De uitdrukking (44) geeft de betrekkelijke lichtsterkte van de spookbeelden. Onmiddellijk treft ons het feit dat *alle grootheden welke afhangen van den invalshoek van het licht of van de golflengte, daaruit verdwenen zijn.*

Verder zien we dat, terwijl de betrekkelijke lichtsterkte, gemiddeld over het spookbeeld naar rechts en dat naar links, evenredig moet zijn met het vierkant der spectraalorde m, *de asymmetrie der spookbeelden om de hoofdlijn met de 3e macht van m zal toenemen.*

Vergelijking met de waarnemingen.

Om onze waarnemingen met de theorie te vergelijken, beginnen we met de gevonden getallen voor elk spookbeeldenpaar te middelen (Tabel II). Wij kunnen dan uitgaan van de eenvoudiger formule:

$$\frac{\overline{W}_{mr+n}}{W_{mr}} = \frac{\dfrac{m^2\pi^2}{a_0^2}(a_n + b_n^2)}{1 - \dfrac{m^2\pi^2}{a_0^2}\underset{n}{(S)}(a_n^2 + b_n)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Verder zullen we alle getallen omrekenen op de waarde ten honderd welke zij zouden hebben indien de hoofdlijn door het ontstaan

TABEL II. — Betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden, gemiddeld over spookbeeld naar rood en overeenkomstig spookbeeld naar violet.

$n =$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Groen.											
$m = 1$	100	0.72	0.23	0.07	0.31							
2	100	2.10			1.01							
3	100	4.69	0.92		1.88							
	Violet.											
$m = 1$	100	0.49	0.15	0.05	0.25							
2	100	1.43	0.22	0.08	0.56	0.035	0.060	0.008	0.001	0.022	0.018	0.006
3	100	3.38	0.69		1.46							
4	100	6.75	1.25	0.45	2.83							

der spookbeelden niet verzwakt was geworden; d. w. z. we berekenen de uitdrukking:

$$\frac{m^2\pi^2}{a_0^2}(a_n^2+b_n^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Hiertoe is het voldoende voor elk spectrum en elke golflengte de totale betrekkelijke lichtsterkte Σ te schatten van alle spookbeelden te zamen [1]), en dan alle getallen van tabel II te vermenigvuldigen met $\frac{100}{100+\Sigma}$.

Wij vinden aldus de „herleide lichtsterkten" gegeven in tabel III.

Onze vergelijking met de theorie betrett in hoofdzaak 5 punten.

1°. De herleide lichtsterkten van de achtereenvolgende spookbeelden moeten in elk spectrum en voor elke golflengte in dezelfde verhouding tot elkander staan:

$$(a_1^2 + b_1^2) : (a_2^2 + b_2^2) : (a_3^2 + b_3^2) : \ . \ . \ .$$

[1]) Voor de zwakke spookbeelden, wier lichtsterkte in enkele spectra niet bepaald was, schatten wij een waarde door aan te nemen dat de verschillende spookbeelden in elk spectrum dezelfde verhouding tot elkaar bewaren. Dit zal naderhand gerechtvaardigd blijken.

TABEL III. — Herleide betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden, gemiddeld over spookbeeld naar rood en overeenkomstig spookbeeld naar violet.

$n =$	0	1	2	3	4	Σ (niet herleid)
	Groen.					
$m = 1$	100	0.70	0.22	0.07	0.30	2.82
2	100	1.95			0.94	7.75
3	100	4.03	0.79		1.61	16.48
	Violet.					
$m = 1$	100	0.48	0.15	0.05	0.25	2.02
2	100	1.36	0.21	0.08	0.53	4.86
3	100	3.00	0.61		1.30	12.62
4	100	5.45	1.01	0.36	2.28	23.93

Om te zien of dit uitkomt, nemen we als abscis de herleide lichtsterkten van de spookbeelden uit het 3e spectrum, en zetten daar-

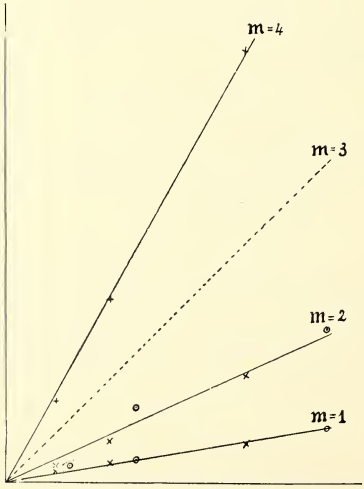


Fig. 6. Verhouding der betrekkelijke lichtsterkten van spookbeelden. ⊙ = groen; X = violet.

tegen uit de herleide lichtsterkten van de spookbeelden met zelfde rangnummers en λ uit de andere spectra (fig. 6). Het blijkt nu werkelijk dat de aldus geteekende punten vrijwel op rechte lijnen liggen die door den oorsprong gaan, en dat de getallen van groen en violet bevredigend bij elkaar aansluiten.

2°. De herleide lichtsterkten van éénzelfde spookbeeld t. o. der hoofdlijn moeten in de achtereenvolgende spectra toenemen evenredig met het vierkant van het rangnummer m van het spectrum. Wij kunnen onmiddellijk van dezelfde figuur gebruik maken, en behoeven slechts de verhouding der ordinaten te bepalen voor eenzelfde abscis, bij elk der 4 doorgetrokken lijnen; we vinden aldus:

1,5 4,2 8,9 16,

verhoudingen welke ongeveer aansluiten bij de verwachte.

3°. De asymmetrie van eénzelfde spookbeeld moet in de achtereenvolgende spectra toenemen evenredig met de derde macht van het rangnummer m. De kleine verschillen waar het hier om gaat mag men niet verwachten met voldoende zekerheid uit onze waarnemingen te kunnen afleiden; hoogstens heeft het zin te toonen dat voor het sterkste spookbeeld ongeveer aan die wet wordt voldaan (tabel IV).

TABEL IV. — Asymmetrie van het 1e paar spookbeelden.

	Groen.		*Violet.*	
	Bepaald	Berekend	Bepaald	Berekend
$m = 1$	0.09	0.08	0.04	0.07
2	0.70	0.64	0.75	0.54
3	2.16	2.16	1.72	1.81
4	—	—	4.28	4.28

4°. De betrekkelijke lichtsterkten moesten onafhankelijk zijn van de golflengte. Hiervan treedt een stelselmatige afwijking op; in 't algemeen schijnen veeleer de betrekkelijke lichtsterkten *evenredig* met de golflengte.

De goede overeenstemming der lijnen voor beide golflengten in fig. 6 is een bewijs dat het λ-effect op de verschillende spectra in gelijke verhouding inwerkt.

5°. De spookbeelden om het middenbeeld moeten ontbreken (36). Wij hebben reeds gezien dat dit geheel bevestigd is geworden. Toch blijft het verrassend dat een profiel, zuiver periodisch met een periode ra_0, het overeenkomstige spectrum heelemaal niet uitzendt: een kurve die periodisch is hoeft nml. nog niet den overeenkomstigen term in de Fourierreeks te bezitten.

IV. *Theorie der Spookbeelden voor een onvolkomen geleidenden Rooster.*

De theorie van Voigt.

De dynamische theorie van Rayleigh is verder uitgewerkt door Voigt [1]) en zijn leerlingen; Voigt heeft doelmatiger notaties en zuiverder redeneeringen ingevoerd, getoond dat de sinuslijnen van te korte periode geen invloed meer hebben op het buigingsverschijnsel (vgl. blz. 271), en verder de heele theorie toegepast op het geval van een onvolkomen geleidenden, dus onvolkomen terugkaatsenden rooster; het bleek dat hierdoor de aansluiting bij de metingen merkbaar verbeterde.

Volgens zijn berekening [2]) bedraagt de amplitudo der trilling met electrische componente evenwijdig aan de groeven:

$$\frac{R'_k}{E'} = \frac{\mathfrak{N}-\gamma}{\mathfrak{N}+\gamma_k}\left[-2i\mu\gamma\,\zeta_k + 2\mu^2\gamma\,(\underset{h}{S})\,\gamma_h\zeta_h\zeta_{k-h}\right] \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

De amplitudo der trilling met electrische componente loodrecht op de groeven wordt:

$$\frac{R_k}{E_k} = \frac{2\mu\mathfrak{N}^2\gamma}{(\mathfrak{N}\gamma+1)(\mathfrak{N}\gamma_k+1)}\left\{i(1-\alpha\alpha_k)\zeta_k - \mu(\underset{h}{S})\frac{\mathfrak{N}[(1-\alpha_k\alpha_h)+\gamma_h](1-\alpha_k\alpha_h)}{\mathfrak{N}\gamma_h+1}\,\zeta_h\zeta_{k-h}\right\} \quad (48)$$

$\mathfrak{N}$ is de complexe brekingsaanwijzer, dus $\mathfrak{N} = \nu\,(1-i\varkappa)$, wanneer ν den bestaanbaren brekingsaanwijzer, $\varkappa$ den opslorpingscoëfficiënt voorstellen. Bij vergelijking dezer uitdrukkingen met (13) en (15), welke golden voor een volkomen geleidenden rooster, ziet men dat de vorm dezelfde gebleven is, maar dat alleen de coëfficiënten iets ingewikkelder zijn geworden. Laat men $\mathfrak{N}$ oneindig worden (volkomen geleiding), dan gaan zij in de vorige over. Berekenen wij nu weer de lichtsterkten uit de som der *mod*², dan vinden we:

---

[1]) Voigt, Gött. Nachr. 1911, 41.

[2]) T. a. pl. formules (54) en (50).

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{W_k}{W} = \mu^2 \gamma\gamma_k \Bigg\{ & \frac{(v-\gamma)^2 + v^2\varkappa^2}{(v+\gamma_k)^2 + v^2\varkappa^2} + \\
& + \frac{v^4 (1+\varkappa^2)^2 (1-\alpha\alpha_k)^2}{[(v\gamma+1)^2 + v^2\gamma^2\varkappa^2]\,[(v\gamma_k+1)^2 + v^2\varkappa^2\gamma_k^2]} \Bigg\} (C_k^2 + S_k^2) + \\
& + \mu^2 \underset{h}{(S)} \frac{(v-\gamma)^2 + v^2\varkappa^2}{(v+\gamma_k)^2 + v^2\varkappa^2} \gamma\gamma_k\gamma_h \,[S_k\,(S_h S_{k-h} - C_k C_{k-h}) + \\
& \qquad + C_k (C_h S_{k-h} + S_k C_{k-h})] + \\
& + \mu^3 \underset{h}{(S)} \frac{v^4 (1+\varkappa^2)^2 (1-\alpha\alpha_k)(1-\alpha\alpha_h)}{[(v\gamma+1)^2 + v^2\varkappa^2\gamma^2][(v\gamma_k+1)^2 + v^2\varkappa^2\gamma_k^2][(v\gamma_h+1)^2 + v^2\varkappa^2\gamma_h^2]} \times \\
\times \Big\{ & \Big[\big(v(1-\alpha_k\alpha_h) + \gamma_h\big)\big(v\gamma_h + 1\big) + \big(1-\alpha_k\alpha_h\big) v^2\varkappa^2\gamma_h \Big] \\
& \Big[S_k \big(S_h S_{k-h} - C_h C_{k-h}\big) + C_k \big(C_h S_{k-h} + S_h C_{k-h}\big) \Big] + \\
+ & \Big[\big(v(1-\alpha_k\alpha_h) + \gamma_h\big) v\varkappa\gamma_h - \big(1-\alpha_k\alpha_h\big)\big(v\gamma_h + 1\big) v\varkappa \Big] \\
& \Big[C_k \big(S_h S_{k-h} - C_h C_{k-h}\big) - S_k \big(C_h S_{k-h} + S_h C_{k-h}\big) \Big] \Big\}
\end{aligned}
\right\} \quad (49)
$$

De gedeelten dezer uitdrukking, welke betrekking hebben op de evenwijdige trilling, vertoonen dezelfde samenstelling als bij een volkomen geleidenden rooster, alleen zijn de coëfficiënten gewijzigd; al de beschouwingen van blz. 273 over de asymmetrie der roosterspectra gelden dus ook hier. Niet alzoo echter voor de loodrechte trilling: tengevolge van de aanwezigheid der complexe $\mathfrak{N}$ in de $\{\}$ van (48), verschijnt thans een nieuwe term in C^2 enz., *die geen uitwisselterm is.* Men neme b.v. het geval waarin $\vartheta_k = -\vartheta_{-k}$ (2e op blz. 273); bij omkeering van het teeken van k en van de daarbij behoorende h, blijven zoowel de coëfficiënt als de term zelf onveranderd; bij 't middelen over elk paar spectra verdwijnt deze term dus niet. Anderzijds bemerken we dat deze term zelfs bij volkomen symmetrische roosters optreedt, want hij verdwijnt niet geheel bij nulstellen der S. Natuurlijk blijft steeds gelden dat symmetrische roosters symmetrische spectra geven. Voor $\mathfrak{N} = \infty$ valt die eigenaardige term weg; hij is kenmerkend voor onvolkomen geleidende roosters.

Toepassing der theorie van Voigt *op het geval der spookbeelden.* Wij zouden denzelfden gedachtengang moeten volgen als tevoren, en moeten dan de Fouriercoëfficiënten (36) of (41) substitueeren in de uitdrukking (49). Daar echter slechts de coëfficiënten vóór de termen veranderd zijn, blijven alle uitkomsten onzer vroegere rekeningen bestaan en kunnen onmiddellijk overgenomen worden; alleen moet nog de rekening worden uitgevoerd voor het tweede stuk van den laatsten term:

$$C_k\,(S_h\,S_{k-h} - C_h\,C_{k-h}) - S_k\,(C_h\,S_{k-h} + S_h\,C_{k-h})$$

De substitutie geeft, voor een hoofdlijn:

$$\left.\begin{aligned}&[c_{mr}(s_{hr}\,s_{(m-h)r} - c_{hr}\,c_{(m-h)r}) - \\ &\qquad s_{mr}(c_{hr}\,s_{(m-h)r} + s_{hr}\,c_{(m-h)r})]\left[1 - \frac{m^2\pi^2}{a_0^2}\underset{n}{(S)}(a_n^2 + b_n^2)\right];\end{aligned}\right\} \quad (50)$$

voor een spookbeeld:

$$\left.\begin{aligned}&[c_{mr}(s_{hr}\,s_{(m-h)r} - c_{hr}\,c_{(m-h)r}) - s_{mr}(c_{hr}\,s_{(m-h)r} + s_{hr}\,c_{(m-h)r})] \times \\ &\times\left[\frac{m^2\pi^2}{a_0^2}(a_n^2 + b_n^2) + \frac{m^2\pi^2}{a_0^2}\underset{g}{(S)}\,b_n\,(b_g\,b_{n-g} - a_g\,a_{n-g}) + \right. \\ &\left. + a_n\,(a_g\,b_{n-g} + b_g\,a_{n-g})\right].\end{aligned}\right\} \quad (51)$$

Een vergelijking met (42), (43), leert dat deze factoren in a en b *dezelfde* zijn als die met dewelke alle andere termen van (49) moeten vermenigvuldigd worden, zoodat:

$$\frac{W_{mr}}{W} = \left[1 - \frac{m^2\pi^2}{a_0^2}\underset{n}{(S)}(a_n^2 + b_n^2)\right] \times Y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{W_{mr+n}}{W} = \Big\{&\frac{m^2\pi^2}{a_0^2}(a_n^2 b_n^2) + \frac{m^2\pi^2}{a_0^2}\underset{g}{(S)}[b_n(b_g\,b_{n-g} - a_g\,a_{n-g}) + \\ &+ a_n(a_g\,b_{n-g} + b_g\,a_{n-g})]\Big\} \times Y.\end{aligned}\right\} \quad (53)$$

Y omvat alle uitdrukkingen in $c, s, \alpha, \gamma, r, x \ldots$ Bij deeling vallen de twee Y's weg, en we krijgen voor de betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden van een onvolkomen geleidenden rooster:

$$\left.\frac{W_{mr+n}}{W_{mr}} = \frac{\dfrac{m^2\pi^2}{a_0^2}(a_n^2+b_n^2) + \dfrac{m^2\pi^2}{a_0^2}\underset{g}{(S)}\,[b_n(b_g b_{n-g} - a_g a_{n-g}) + a_n(a_g b_{n-g} + b_g a_{n-g})]}{1 - \dfrac{m^2\pi^2}{a_0^2}\underset{n}{(S)}(a_n + b_n^2)}\right\} \quad (54)$$

geheel hetzelfde als voor een volkomen geleidenden rooster (44).

Onze metingen zijn dus ook met deze meer volledige theorie in groote trekken overeenstemmend. De invloed der golflengte op de betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden wordt echter door haar evenmin verklaard: de brekingsaanwijzer en de opslorpingscoëfficiënt van het spiegelmetaal mogen met λ veranderen en aldus de *volstrekte* lichtsterkte van hoofdlijn en spookbeelden beïnvloeden, de *betrekkelijke* waarde wijzigen zij niet.

V. *Andere mogelijke oorzaken voor het ontstaan van Spookbeelden.*

Volgens Rowland is de hoofdoorzaak van de spookbeelden te zoeken in niet volkomen „loopen" van de schroef, excentriciteit en

slechte verdeeling van den schroefkop, onvolkomenheden van de stutting, onregelmatigheden in het rondloopen der riemen enz., waardoor de afstanden van de groeven periodisch gewijzigd worden. Bij de oudst vervaardigde roosters schijnen dikwijls storingen van geheel verschillende periodes gelijktijdig werkzaam te zijn geweest (zie de gegevens van QUINCKE, t. a. pl.); bij die van RUTHERFURD kwam nog alleen de periode van de schroefwenteling voor (zie PEIRCE, t. a. pl.); ROWLAND ten slotte kon mededeelen dat in zijn machine de eenige overblijvende foutenbron te zoeken is in onvoldoende centreering en onjuiste verdeeling van den schroefkop [1]).

De vraag is nu, of naast de fouten in de afstanden der groeven geen andere periodische storingen insgelijks spookbeelden kunnen geven, en of men die verschillende oorzaken uit elkaar kan halen.

ROWLAND zelf zegt aan het eind van zijn stuk [2]).

„alle uitkomsten die we verkregen hebben als gevolg van fouten in de verdeeling, kunnen voor elken gegevenen hoek en brandpuntsafstand ook worden veroorzaakt door fouten in het oppervlak, en vele ook door fouten in de afmeting der groeven. Zoo worden de spookbeelden niet alleen veroorzaakt door periodische verdeelingsfouten, maar ook door periodische golvingen in het oppervlak, of zelfs door periodische veranderingen in de diepte der groeven. In 't algemeen echter heeft elke oplossing door deze fouten slechts betrekking op een bepaalden hoek, en dus zijn de verschillende uitkomsten niet identisch. Maar soms zijn zij het heelemaal".

De orakeltaal dezer uitspraak bewijst hoe de veelervaren geleerde zich in het publiceeren wist te beperken, en van zijn rijk materiaal slechts het gewichtigste uitwerkte. De taak is echter verlokkelijk, om zich aan de hand der moderne theorie snel rekenschap te geven van de werking der voornaamste periodische storingen. Wij beperken ons tot een volkomen geleidenden rooster, en nemen meestal symmetrische groeven aan ($s_k = 0$), en symmetrische storingsperiode.

I. *Periodische storingen in de afstanden der groeven.* Reeds behandeld.

II. *Periodische golvingen in het oppervlak.* (Fig. 7).

Men. zou zich het ontstaan dezer fout physisch op verscheidene wijzen kunnen denken: òf door een kristallijnen bouw van het spiegelmetaal, òf doordat het metaaloppervlak onder de bewerking zich in min of meer regelmatige plooien gaat leggen, òf in bepaalde

---

[1]) H. A. ROWLAND, Encyclop. Britt., artikel „Screw", 1886, **21**, 553.
[2]) T. a. pl. A. J. 1893, blz. 146.

gevallen wanneer de groeven aan elkaar raken[1]) en periodisch in diepte veranderen. (fig. 7, 2e lijn). We beperken ons tot het geval van één enkelvoudige, sinusvormige storing.

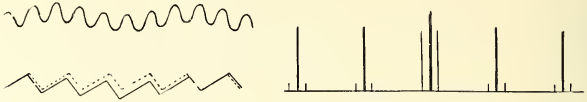


Fig. 7. Periodische golvingen in het roosteroppervlak met de daardoor veroorzaakte spookbeelden. De ordinaten stellen *betrekkelijke* lichtsterkte voor.

De voorstelling van het roosterprofiel wordt nu (vgl. 29):

$$\zeta = a_1 \cos qx + c_r \cos rqx + \ldots + c_{rm} \cos rmqx + \ldots$$

De Fouriercoëfficiënten zijn onmiddellijk af te lezen, en de lichtsterkte der overeenkomstige lijnen is evenredig met hun vierkant. Men ziet dat er een spookbeeldenpaar optreedt rond het middenbeeld, niet rond de spectraallijnen. Deze laatste spookbeelden komen nochtans ook te voorschijn als men de algemeene uitdrukking voor de lichtsterkte der buigingsspectra nog een term verder benadert.

Wij hernemen daartoe nogmaals de berekeningen van Rayleigh, overal een term verder ontwikkelend, en vinden voor de amplitudo's der evenwijdige trillingen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{R'_0}{E'} = &-1 + 2\mu^2\gamma \underset{k}{(S)}\, \gamma_k \zeta_k \zeta_{-k} + \\ &+ \frac{i\mu^3\gamma}{3} \underset{k,h}{(S)} [\gamma^2 - 3\gamma_k^2 + 6\gamma_{-k}\gamma_{-(k+h)}] \zeta_k \zeta_h \zeta_{-(k+h)} + \\ &+ \frac{\mu^3\gamma}{3} \underset{k,h,j}{(S)} [-\gamma^2\gamma_{-j} - \gamma_j^3 + 3\gamma_j\gamma_{-(h+k)} - \\ &- 6\gamma_j\gamma_{j+h}\gamma_{-k} + 3\gamma_h^2\gamma_{-k}] \zeta_k \zeta_j \zeta_{-(k+h+j)}.\end{aligned}\right\} (56)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{R'_k}{E'} = &-2i\mu\gamma\zeta_k + 2\mu^2\gamma \underset{h}{(S)}\, \gamma_h \zeta_h \zeta_{k-h} + \\ &+ \frac{i\mu^3\gamma}{3} \underset{hj}{(S)} [\gamma^2 - 3\gamma_h^2 + 6\gamma_h\gamma_{h+j}] \zeta_h \zeta_j \zeta_{k-(h+j)}.\end{aligned}\right\} (57)$$

Men kan nagaan dat voor 't bijzonder eenvoudig geval $\zeta_1 = \frac{C_1}{2}$ $\zeta_2 = \zeta_3 = \ldots = 0$, de uitdrukkingen overgaan in de formules (38) en (39) van Rayleigh.

[1]) Volgens Rowland is dit het geval bij alle roosters van 20.000 lijnen per Eng. duim. T. a. pl., A. J. 1893, blz. 138.

We beperken ons tot de evenwijdige trillingen, daar de uitdrukkingen voor loodrechte trillingen volkomen gelijksoortig zijn en alleen verschillen door de coëfficiënten. Daar wij den rooster symmetrisch hebben aangenomen, gaat elke ζ over in $\frac{C}{2}$ en is de lichtsterkte eenvoudig:

$$\left.\begin{aligned}\frac{w_0'}{w} &= 1-\mu^2\gamma\,(\underset{k}{S})\,\gamma_k C_k^2 + \frac{\mu^4\gamma^2}{4}\,(\underset{k,h}{S})\,\gamma_k\gamma_h C_k^2 C_h^2 - \\ &-\frac{\mu^4\gamma}{24}(\underset{khj}{S})[-\gamma^2\gamma_{-j}-\gamma_j^3+3\gamma_j\gamma^2_{-(h+k)}-6\gamma_j\gamma_{j+h}\gamma_{-k}+3\gamma_h^2\gamma_{-k}]C_kC_hC_jC_{-(k+h+j)}\end{aligned}\right\}(58)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{w_k'}{w} &= \mu^2\gamma\gamma_k C_k^2 + \frac{\mu^4\gamma\gamma_k}{4}\,(\underset{h,j}{S})\,C_hC_{k-h}C_jC_{k-j} - \\ &-\frac{\mu^4\gamma\gamma_k}{12}\,C_k\,(\underset{h,j}{S})\,C_hC_jC_{k-(h+j)}[\gamma^2+6\gamma_h\gamma_{h+j}-3\gamma_h^2]\end{aligned}\right\}(59)$$

Om de laatste uitdrukking toe te passen op 't geval der spookbeelden, veroorzaakt door regelmatige golven in het oppervlak, bemerken we dat de eenige hier bestaande C's zijn:

$$a_1\ ,\ c_r\ ,\ c_{2r}\ ,\ \ldots\ ,\ c_{mr}\ ,\ \ldots$$

en

$$a_{-1},\ c_{-r},\ c_{-2r},\ \ldots\ ,\ c_{-mr},\ \ldots$$

De spookbeelden worden dus alleen gegeven door den tweeden term, en hunne lichtsterkte bedraagt:

$$\frac{w'_{mr-1}}{w'} = \frac{w'_{mr+1}}{w'} = \mu^4\,\gamma\gamma_{mr}\,c_{mr}^2\,a_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

Andererzijds geldt voor de hoofdlijn in eerste benadering

$$\frac{w'_{mr}}{w'} = \mu^2\,\gamma\gamma_{mr}\,c_{mr}^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

De betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden wordt:

$$\frac{w'_{mr-1}}{w'_{mr}} = \frac{w'_{mr+1}}{w'_{mr}} = \mu^2\,a_1^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda_1^2}\,a_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

Terwijl dus éénerzijds sterke spookbeelden optreden rond het middenbeeld, zouden andererzijds in de spectra zeer zwakke spookbeelden optreden, waarvan de betrekkelijke lichtsterkte onafhankelijk is van het rangnummer dezer spectra, en toeneemt naar violet in de verhouding $\frac{1}{\lambda^2}$.

Deze kenmerken zouden gemakkelijk toelaten deze soort spookbeelden te onderscheiden. Bij den door ons onderzochten rooster ontbreekt vooral het eerste zóó duidelijk, dat men er niet aan denken kan hier eenige verklaring te vinden voor het opgemerkte λ-effekt.

III. *Periodische verandering in de diepte der golfdalen* (fig. 8).

Wij stellen ons een diamantspits voor, die periodisch iets diepere groeven trekt, en denken ons dat uit elke groef telkens het spiegel-

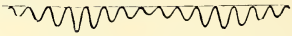


Fig. 8. Periodische verandering in de diepte der golfdalen bij een rooster.

metaal weggehaald wordt in den vorm van fijn stof b.v., zóó dat tusschen de groeven het metaal zijn oorspronkelijke hoogte bewaart. Er moet dan een profiel ontstaan dat we niet nauwkeurig kunnen beschrijven zonder den diamantpunt en zijn werkwijze goed te kennen. We zullen ons echter eenig overzicht verschaffen door drie mogelijke schema's te ontwerpen van hetgeen gebeurt.

1°. *Elke verdieping der groef kan neerkomen op een evenredige uitrekking van het groefprofiel* (fig. 9).

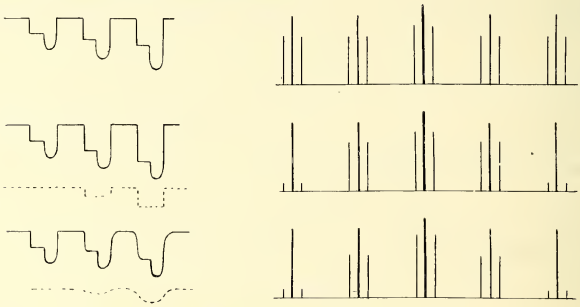


Fig. 9—11. Periodische verandering in de diepte der golfdalen, en daardoor veroorzaakte spookbeelden. Drie verschillende mogelijke varianten zijn geteekend. De stippellijn stelt de storing voor die op de ideale kurve gesuperponeerd is geworden.

Wij stellen dan het oppervlak voor als:

$$\left.\begin{aligned}
\zeta = {} & (c_r \cos rqx + c_{2r} \cos 2rqx + \ldots + c_{mr} \cos mrqx + \ldots)(1 + a_1 \cos qx) - \\
& - (c_r + c_{2r} + \ldots + c_{mr} + \ldots)\, a_1 \cos qx = c_r \cos rqx + c_{2r} \cos 2rqx + \ldots + \\
& + c_{mr} \cos mrqx + \ldots - (c_r + c_{2r} + \ldots + c_{mr} + \ldots)\, a_1 \cos qx + \\
& + \frac{a_1 c_r}{2} \cos (r-1)\, qx + \frac{a_1 c_r}{2} \cos (r+1)\, qx + \ldots + \frac{a_1 c_{mr}}{2} \cos (mr-1) qx + \\
& + \frac{a_1 c_{mr}}{2} \cos (mr+1)\, qx + \ldots
\end{aligned}\right\} \quad (63)$$

De lichtsterkten zijn weer evenredig met de c^2; verder benaderen behoeft niet.

Men overziet onmiddellijk de eigenschappen dezer soort spookbeelden:

sterke spookbeelden rond het middenbeeld;

spookbeelden in alle spectra, betrekkelijk even lichtsterk, onafhankelijk van λ.

2°. *Elke verdieping der groeven kan neerkomen op een evenwijdige daling van het geheele groevenprofiel.* (Fig. 10).

Om dit meetkundig voor te stellen zouden we nog de verhouding $\frac{\text{groef}}{\text{tusschruimte}}$ moeten kennen; we nemen nu maar aan dat die verhouding 1 is, en gaan op de ongestoorde groeflijn superponeeren een lijn van den vorm van fig. 10 (2e lijn), welke vóór te stellen is door de harmonische ontwikkeling:

$$\left.\begin{aligned} a_1\left(\cos qrx - \frac{1}{3}\cos 3\,qrx + \frac{1}{5}\cos 5\,qrx - \ldots\right)\cos qx - \frac{\pi}{4}a_1\cos qx = \\ = -\frac{\pi}{4}a_1\cos qx + \frac{a_1}{2}\cos(r-1)\,qx + \frac{a_1}{2}\cos(r+1)\,qx - \\ - \frac{a_1}{6}\cos(3r-1)\,qx - \frac{a_1}{6}\cos(3r+1)\,qx + \ldots \end{aligned}\right\} \quad (64)$$

Daarbij is dan het ongestoorde roosterprofiel op te tellen.

Men ziet dat spookbeelden in de even spectra ontbreken; zij zouden echter in termen van hoogere orde voorkomen, volgens (61). Het kenmerkende is aldus samen te vatten:

spookbeelden om het middenbeeld, ongeveer $\frac{\pi^2}{4} = 2{,}5$ *maal zoo sterk (absoluut) als die in het eerste spectrum (voor kleine kleurschifting);*

spookbeelden in de oneven spectra; volstrekte lichtsterkte omgekeerd evenredig met het vierkant van het rangnummer m van het spectrum, betrekkelijke lichtsterkte onafhankelijk van λ;

spookbeelden in de even spectra zeer zwak.

3°. *Elke verdieping kan in het midden der groef telkens grooteren invloed hebben dan aan de randen.* (Fig. 11).

Om allerlei redenen lijkt deze onderstelling physisch waarschijnlijker dan de twee vorige.

En zou dan op de groef een golflijntje van periodisch veranderende amplitudo te superponeeren zijn:

$$a_1\cos^2\frac{qrx}{2}\cos qx = -\frac{a_1}{2}\cos qx - \frac{a_1}{4}\cos(r-1)\,qx - \frac{a_1}{4}\cos(r+1)\,qx \quad (65)$$

In andere spectra dan het eerste zijn de spookbeelden alleen vertegenwoordigd door termen van hoogere orde.

Spookbeelden om het middenbeeld, ongeveer 4 *maal zoo sterk* (*absoluut*) *als die in het eerste spectrum* (*voor kleine scheurschifting*);

spookbeelden in het 1*e spectrum, betrekkelijke lichtsterkte onafhankelijk van* λ;

spookbeelden in de andere spectra zeer zwak.

IV. *Periodische verandering in de diepte van golfbergen en golfdalen* (fig. 12).

Het zou kunnen, dat de diamantspits nog geheel anders werkt dan wij ons tot hiertoe hebben voorgesteld: dat n.l. het spiegel-

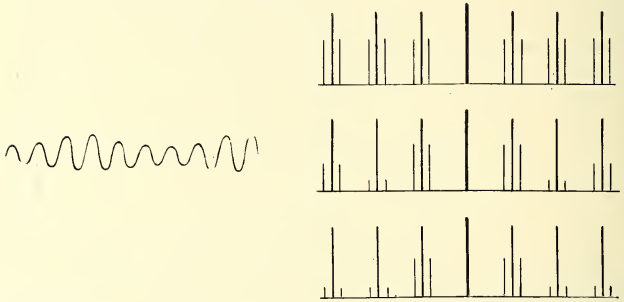


Fig. 12. Periodische verandering in de diepte der golfbergen en golfdalen, en daardoor veroorzaakte spookbeelden.

metaal uit de golfdalen niet wordt *weggekrast*, maar *weggedrukt*. Wat er in de golfdalen verdwijnt zou dan in de golfbergen te voorschijn komen; een periodische verandering in de diepte der groeven zou een even groote maar tegengestelde verandering van de hoogte der tusschenruimten voor gevolg hebben. Er ontstaan dan als het ware zwevingen in het roosterprofiel.

De veranderingen welke daarbij optreden zijn nog veel moeilijker te overzien dan in onze vorige onderstelling. Wij kunnen weer drie mogelijkheden schetsen, en beschrijven daartoe het roosterprofiel met dezelfde reeds gebruikte uitdrukkingen (63), (64), (65), met weglating resp. van de termen

$$-(c_r + c_{2r} + \ldots + c_{nr} + \ldots)\, a_1 \cos qx, \quad -\frac{\pi}{4}\, a_1 \cos qx, \quad -\frac{a_1}{2} \cos qx.$$

Het uitzicht der spookbeelden is het reeds in de vorige onderstelling III beschrevene, maar *spookbeelden rond het middenbeeld ontbreken.*

Deze merkwaardige eigenschap wijst op een nauwe verwantschap tusschen de onderstelling der „zwevingen" en tusschen de oorspronkelijke ROWLANDsche onderstelling der periodische fouten in de afstanden. Wanneer tegelijk de beide soorten spookbeelden mochten voorkomen, en de zwevingen zouden van het type zijn beschreven door (6), dan zou dit alleen voor den dag komen doordat de betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden in de achtereenvolgende spectra trager toeneemt dan in de verhouding m^2.

Wanneer men, niet uitgaande van natuurkundige onderstellingen, alleen formeel een roosterprofiel met zwevingen opschrijft van het type:

$$\left.\begin{array}{l}(1 + a_1 \cos qx + b_1 \sin qx + \ldots + a_n \cos nqx + b_n \sin nqx)(c_r \cos rqx + \\ \quad + s_r \sin rqx + \ldots + (1 + ma_1 \cos qx + mb_1 \sin qx + \ldots + \\ \quad + ma_n \cos nqx + mb_n \sin nqx)(c_{mr} \cos mrqx + s_{mr} \sin mrqx) + \ldots\end{array}\right\} (66)$$

dan krijgt men een verregaande gelijkenis met de spookbeelden van periodische verdeelingsfouten. Er komt dan n.l. als Fouriercoëfficiënten in plaats van (36):

$$\left.\begin{array}{ll} C_n = 0 & S_n = 0 \\ C_{mr} = c_{mr} & S_{mr} = s_{mr} \\ C_{mr+n} = \dfrac{|m|}{2}(a_n c_{mr} - b_n s_{mr}) & \\ S_{mr+n} = \dfrac{|m|}{2}(b_n c_{mr} + a_n s_{mr}) & \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (67)$$

en voor de lichtsterkte, in plaats van (42), (43), (44):

$$\frac{W_{mr}}{W} = \mu^2 [\ldots](c_{mr}^2 + s_{mr}^2) + \ldots \quad \ldots\ldots \quad (68)$$

$$\frac{W_{mr+n}}{W} = \frac{\mu^2 m^2}{4}[\ \ ](c_{mr}^2 + s_{mr})(a_n^2 + b_n^2) + \ldots \quad (69)$$

$$\frac{W_{mr+n}}{W} = \frac{m^2}{4}(a_n^2 + b_n^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (70)$$

Deze spookbeelden zouden dus in uitzicht overeenstemmen met de oorspronkelijk door ons bestudeerde. Maar in de verder benaderde termen treden afwijkingen op, hoofdzakelijk daarin bestaande, dat het verschil in lichtsterkte tusschen de spookbeelden aan beide zijden der hoofdlijn in 't algemeen gering zal zijn; zij hebben voor gevolg dat de betrekkelijke lichtsterkte ineens veel ingewikkelder van nit-

drukking wordt, en gaat afhangen zoowel van λ als van ϑ (en van $r, \varkappa$ in de theorie van VOIGT). Eigenaardig is het ook, aan (68) en (69) op te merken dat de lichtsterkte der spookbeelden hier *niet* onttrokken wordt aan de hoofdlijn maar aan het middenbeeld; want (25) geeft:

$$\frac{W_0}{W} = 1 - \mu^2 [\ldots] (c_{mr}^2 + s_{mr}^2) [1 + \underset{n}{(S)} (a_n^2 + b_n^2)]. \quad . \quad (71)$$

De gelijkenis dezer spookbeelden met die, veroorzaakt door afstandsverandering, is gemakkelijk te voorzien. In beide gevallen immers is de storende functie in eerste benadering dezelfde; maar: 1°. in de verdere ontwikkeling vervalt deze gelijkenis; 2°. de ééne maal komt zij een kwart van 't groefinterval vroeger dan de andere maal; de uitdrukkingen voor de lichtsterkte der spookbeelden zijn dus de eene van de andere af te leiden door de vervanging:

$$a_k \rightarrow b_k \quad , \quad b_k \rightarrow -a_k, \text{ enz.};$$

en terwijl deze vervanging de gemiddelde lichtsterkten niet verandert, heeft zij wel invloed op de asymmetrische termen.

BESLUIT.

Zoo leert ons het onderzoek van de verschillende mogelijke storingen, hoe elke periodische wijziging in den vorm der groeven een ander spookbeeldentafereel geeft, en hoe we de verschillende soorten spookbeelden kunnen onderverdeelen en kenmerken volgens de oorzaken waardoor zij ontstaan. De keurige gevoeligheid van dit reagens blijkt wel hieruit, dat volgens (8) de zwakste door ons gemeten spookbeelden uit tabel I overeenkomen met periodische fouten van 16×10^{-8} cm.; de afstand der atomen in steenzout bedraagt $2{,}8 \times 10^{-8}$ cm.; periodische oneffenheden van een paar atomen groot worden aldus zichtbaar gemaakt! En niets zou beletten deze grens nog te verschuiven door langeren belichtingstijd.

Het schijnt wel, dat bij den door ons onderzochten rooster de spookbeelden alleen door storingen in den afstand der groeven ontstaan. Immers, de afwezigheid van spookbeelden rond het middenbeeld sluit reeds de werking van de meeste andere oorzaken uit; hoogstens zou men kunnen overwegen, of een lichte storing van het type der zwevingen (IV, 1°) verklaren kan dat de betrekkelijke lichtsterkte der spookbeelden iets langzamer toeneemt met het spectraalnummer dan men voor het zuiver type I zou verwachten. Wij vermoeden dat bij verreweg de meeste roosters hetzelfde zal gelden,

en dat de storing van het eerste type algemeen een overwegende rol zal spelen.

De invloed der golflengte van het invallende licht is ook door deze overwegingen niet verklaard. Het is niet onmogelijk dat de oplossing gevonden worde wanneer men er toe komt een theorie der buigingsroosters te ontwerpen, welke de diepte der groeven niet meer klein in vergelijking van de golflengte onderstelt; de nieuwere onderzoekingen hebben reeds herhaaldelijk de noodzakelijkheid van zulk een theorie bewezen [1]).

Dit onderzoek vormt een onderdeel van mijne metingen betreffende de verdeeling der lichtsterkte in FRAUNHOFER lijnen. Mijn eerbiedige dank zij hier gebracht aan Prof. W. H. JULIUS, die mij gelegenheid gaf aan zijn laboratorium wetenschappelijk werk uit te voeren, en van wiens ervaren raad en zuivere natuurkundige intuïtie ik steeds met de grootste vrucht mocht gebruik maken. Ook Prof. L. S. ORNSTEIN ben ik voor zijne belangstelling dankbaar.

Utrecht, September 1921. *Heliophysisch Observatorium.*

---

[1]) Zie b.v. INGERSOLL, Phys. Rev. 1921, **17**, 500.

Physiologie. — S. DE BOER: *„Over de werking van novocaine op den skeletspiertonus".*

(Aangeboden door de Heeren J. K. A. WERTHEIM SALOMONSON en A. A. HIJMANS VAN DEN BERGH).

Wanneer men een kikker 5 à 10 druppels novocaine 1 % onder de huid spuit, worden na eenigen tijd de spieren geheel tonusloos. De prikkeldrempel van de N. Ischiadicus is dan nog onveranderd gebleven en eveneens de huidsensibiliteit. Volgens de hypothese van ERICH MEYER en L. WEILER is deze atonie te wijten aan een vergiftiging van de accessoire zenuweindigingen van BOEKE, volgens ALMS en tevens LILJESTRAND en MAGNUS aan een vergiftiging van de spiersensibiliteit. FRANK en zijn medewerkers vinden na een experimenteel onderzoek de opvatting van MEYER en WEILER bevestigd.

Toen de mededeeling van FRANK verscheen, was dit onderzoek reeds ver gevorderd. Het is bekend, dat nicotine in kleine dosis op de intredeplaats der zenuw aangewend een contractuur oplevert. Om dit te bereiken door inwerking op de spiersubstantie, moet een veel hoogere dosis gebruikt worden (LANGLEY). Dit resultaat wordt door een voorafgaande denervatie niet veranderd. Zoo kon ik 5 weken na doorsnijding van den N. Ischiadicus nog in de gedenerveerde spieren na subcutane injectie van een minimum dosis nicotine contracturen opwekken.

Wanneer ik bij een intacten kikker eerst 5 à 10 druppels 1 % novocaine subcutaan inspoot, was 15 minuten daarna volledige atonie der skeletspieren ontstaan. Dan werden 10 druppels 1 % nicotine onderhuids ingespoten, waarna geen spoor van spiercontractuur ontstond.

In een andere reeks proeven spoot ik in de spieren van een achterpoot 3 druppels 1 % novocaine op 1 cM^3. NaCl 0,65 %, waardoor deze hunnen tonus verloren. Daarna spoot ik 10 druppels 1 % nicotine onderhuids in; de spieren van 3 extremiteiten vertoonden dan sterke contracturen; die van den met novocaine vergiftigden achterpoot bleven geheel slap. Deze proeven werden met dezelfden uitslag ook bij een voorpoot verricht. Dit resultaat veranderde niet,

wanneer ik in de spieren van een der niet vergiftigde extremiteiten alleen de kenkenzoutsolutie spoot.

Wanneer men de uitgesneden rectus abdominis in 40 gr. NaCl 0,65 °/₀ brengt en daaraan 1 druppel 1 °/₀ nicotine toevoegt, ontstaat een sterke contractuur. Dit gebeurt echter niet, wanneer men eerst 40 gr. NaCl 0,65 °/₀ + 4 gr. 1 °/₀ novocaine gedurende 20 minuten op de spier laat inwerken.

Wanneer we deze slappe nicotine-oplossing zonder novocaïne op de nervense aequator van een gastrocnemius laten inwerken, ontstaat een sterke contractuur. Deze blijft uit wanneer we de oplossing op het conische uiteinde laten inwerken. Om dan een contractuur te verkrijgen is een veel sterker oplossing noodig.

We concludeeren dus, dat novocaïne het ontstaan van contracturen, die van uit de nervense aequator worden opgewekt, kan voorkomen.

Daarna heb ik nog eenige tonus verhoogende stoffen gebruikt, n.l. calciumchloride en rhodaannatrium. Voor elke stof zocht ik eerst de zwakste oplossing, die nog een duidelijke contractuur opleverde van een uitgesneden skeletspier. Dan verving ik het tiende gedeelte van zulk een oplossing door 1 °/₀ novocaïne. Hierin werd dan een kikkerspier ondergedompeld, nadat deze eerst aan een hefboom bevestigd was en 20 min. in novocaïne 1 °/₀₀ was geweest.

Met NaCNS verkreeg ik overeenkomstige resultaten als met nicotine. De contracturen, die na $CaCl_2$-vergiftiging optraden, konden niet voorkomen worden door een voorafgaande vergiftiging met novocaïne. $CaCl^2$ zou dus evenals groote doses nicotine contracturen opleveren door een inwerking op het tonussubstraat zelf.

Wanneer men bij een kikker hemisectie verricht van de med. oblongata proximaal van de uittredingsplaats van de Nervus VIII ontstaat een typische dwangstand. De gelijkzijdige voorpoot wordt gebogen en geadduceerd. De ongelijkzijdige voorpoot in strekstand geabduceerd. De achterpooten vertoonen overeenkomstige standen doch minder sterk uitgesproken. De kop en de romp zijn naar den gelaedeerden kant gedraaid. Wanneer men nu in de spieren van den gestrekten en geabduceerden voorpoot 2 druppels 1 °/₀ novocaïne op 1 cM³ NaCl 0.65 °/₀ spuit, blijft de strekstand onveranderd voortbestaan (bij een intacten kikker volgt op zulk een inspuiting een volkomen atonie van de voorpootspieren). Het blijkt dus dat hier de strekstand veroorzaakt wordt door een tetanische contractie, die onder den invloed der gewone cerebro-spinale innervatie wordt onderhouden.

Het blijkt dus, dat een even werkzame dosis novocaïne de cerebrospinale innervatie intact laat, terwijl de tonus der skeletspieren er

door wordt opgeheven. Daar nu novocaïne een spiercontractuur, die wordt opgewekt van uit de nerveuse aequator (receptieve substantie), opheft, mogen we concludeeren, dat de tonus der skeletspieren door novocaïne wordt opgeheven door een vergiftiging van de receptieve substantie van het tonussubstraat. Bovendien is nogmaals gebleken, dat in de skeletspieren 2 soorten contracties kunnen worden opgewekt n.l. „Zuckungen" en tonische contracties.

Kryo-Biologie. — P. Gilbert Rahm: „*Weitere physiologische Versuche mit niederen Temperaturen*" [1]). (Mededeeling uit het Natuurk. laboratorium te Leiden en het cryologisch-biologisch proefstation van de Ned. Ver. voor Koeltechniek).

(Aangeboden door de Heeren J. P. Kuenen en H. Kamerlingh Onnes).

I. *Versuch mit flüssigem Wasserstoff.*

Zunächst wurden Versuche mit flüssigem Wasserstoff (— 253° C.) ausgeführt. Die Versuchstiere — es handelte sich wieder um Tiere der bryophilen Moosfauna d. h. Tardigraden, Nematoden und Rotatorien — waren mit dem Moos, in dem sie etwa drei Monate im Trockenschlaf zugebracht hatten, angefeuchtet und bald nach dem Erwachen zum aktiven Leben in einen Dewarschen Becher gelegt worden, der mit flüssigem Wasserstoff nach und nach gefüllt wurde. Die Tiere befanden sich in einem Reagenzgläschen, das mit einem leichten Wattestopfen abgedichtet ward. Der Versuch sollte 35 bis 40 Stunden dauern. Leider explodierte nach etwa 30 Stunden das Gefäss, in dem der flüssige Wasserstoff aufbewahrt worden war. Die sofortige Untersuchung der Moosprobe ergab ein negatives Ergebnis. Keines der Versuchstiere erwachte nach dem Auftauen zum Leben. Wahrscheinlich verschuldete die Explosion den Tod der Tiere und nicht die Kälteeinwirkung; denn bei früheren Versuchen blieb ein grosser Prozentsatz der Versuchstiere am Leben [2]), sofern die Kälte langsam einwirkte.

II. *Versuch mit flüssigem Helium.*

Versuchstiere: Moosfauna (Tardigraden, Nematoden, Rotatorien und Protozoen) im Trockenschlaf. Das Moos war von einem Dache in Monreal (Eifel) gesammelt und drei Monate lang lufttrocken aufbewahrt worden.

Verlauf des Versuches: Die Moosprobe wurde acht Tage lang im Vakuum (3 mm., zuletzt 24 Stunden 0,1 mm.) gelassen. Hierauf

[1]) P. G. Rahm, „Einwirkung sehr niederer Temperaturen auf die Moosfauna". Verslag Koninklijke Akademie van Wetensch. Amsterdam. Dl. XXIX. 1920, p. 499—512.

[2]) S. l. c.

füllte man Heliumgas ein, in dem die Moosprobe etwa 3 Tage lang verblieb. Am dritten Tage wurde mit der Abkühlung des Heliumgases begonnen. Nach dreistündiger Abkühlung ward das Heliumgas bei 4° K. flüssig. (= — 269° C.). Nach 2 Stunden und 10 Minuten wurde reduziert; die Temperatur betrug zeitweilig $1^1/_2$ bis 2° K. (= — 271 bis — 271,5° C.).

Das Heliumgas blieb 8 bis 9 Stunden flüssig. Hierauf stieg die Temperatur ganz langsam. Nach 12 Stunden war noch flüssiger Wasserstoff im Beirohr vorhanden. Die Moosprobe wurde sogleich herausgenommen und nahm in kürzester Zeit Zimmertemperatur an.

Ergebnis der Untersuchung: Leider konnte die Untersuchung Verhältnissehalber nicht sogleich an Ort und Stelle vorgenommen werden, sondern erst 14 Tage nach dem Versuch zur Ausführung gelangen.

Alle Versuchstiere — von Tardigraden auch die gepanzerten Echiniscus-Arten, Nematoden (Plectus-Arten), Rotatorien (Callidina-Arten) und Protozoen, deren Gattung leider noch nicht festgestellt werden konnte, erwachten bald nach dem Anfeuchten. Ein mehrmaliges Wiedereintrocknen und Anfeuchten ertrugen die meisten Tiere (bis 5 ×) schadlos [1]).

III. *Versuche mit flüssiger Luft.*

A. Mit *Coleopteren.* (Carabiden, Tenebrioniden und Curcullioniden).

Lebende Coleopteren wurden den Dämpfen der flüssigen Luft ausgesetzt. Die Temperatur betrug anfangs — 20 bis — 30° C. Alle Versuchstiere gingen nach 5 bis 10 Minuten zu Grunde, obwohl alle Vorsichtsmassregeln beobachtet wurden. Es gelang auch nicht, die Tiere künstlich in Winterschlaf zu versetzen, wohl aus dem Grunde, weil die Versuchstiere zu dieser Zeit — die Experimente wurden im Sommer ausgeführt — noch keine Reservestoffzellen ausgebildet hatten und deshalb nicht die nötige Widerstandskraft besassen. Ein ausführlicher Bericht hierüber soll an anderer Stelle veröffentlicht werden.

B. *Mit Insekteneiern.*

Durch die Güte des Herrn Polak, Leiter des Insektariums der 'Artis' in Amsterdam, erhielt ich Eier von Dixippus morosus, der bekannten Stabheuschrecke, von Sphinx ligustri, dem Ligusterschwärmer, von Attacus edwardsii aus Assam und Samia cecropia aus Nordamerika.

---

[1]) Diese Versuche werden fortgesetzt und in der Zeitschrift für Allgemeine Physiologie, Fischer, Jena veröffentlicht.

Verlauf des Versuches: Die Eier wurden in einer Federspule, die mit einem Wattepfropfen leicht verschlossen war, langsam über den Dämpfen der flüssigen Luft abgekühlt. Die Temperatur betrug anfangs —10 bis —20° C. Nach je 5 Minuten wurden die Versuchseier tieferen Temperaturen ausgesetzt, indem die Federspulen langsam der Kältelösung genähert wurden. Erst nach 1½ Stunden tauchten die Eier in die flüssige Luft ein. Die Temperatur betrug —190° C., die 3½ Stunden einwirkte. Nach dieser Zeit wurden die Eier aus der Flüssigkeit gehoben, blieben aber noch den kalten Dämpfen ausgesetzt, bis sie nach und nach Zimmertemperatur annahmen.

Ergebnis der Versuche: Die Eier von Dixippus morosus haben zu 30% ihre Lebensfähigkeit bewahrt, doch bis heute (3 Monate nach dem Versuch) ist noch kein Tier geschlüpft. Aus den Lepidopteren-Eiern schlüpften bald nach dem Versuch Samia cecropia (etwa ⅓). Die Eier waren 12 Tage alt, also dem Schlüpfen nahe. Die andern Lepidopteren Eiern scheinen alle abgestorben.

Zum Schlusse muss ich auch wieder an dieser Stelle dem Leiter des Kryogenen Instituts, Herrn Prof. Dr. Kamerlingh Onnes, für das überaus freundliche Entgegenkommen meinen allerherzlichsten Dank aussprechen. Nicht geringen Dank schulde ich ferner den Herrn Prof. Dr. Ehrenfest, Dr. Crommelin, van Eecke Herrn Mechaniker Flim und Herrn Spanjer.

Natuurkunde. — J. J. van Laar: *„Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. III. Over de krachtswerking tusschen de moleculen van éenatomige stoffen".*

(Deze mededeeling zal verkort in het Verslag der volgende vergadering, *in extenso* in de „Proceedings" verschijnen).

Wiskunde. — J. A. Schouten and D. J. Struik: *„On curvature and invariants of deformation of a V_m in V_n".*

(Deze mededeeling zal alleen in de „Proceedings" verschijnen).

Bij de rondvraag biedt de Heer C. Ph. Sluiter, namens mejuffrouw A. G. Vorstman, ter uitgave in de Werken der Afdeeling aan het manuscript eener verhandeling getiteld: *„Ueber die Anordung und Entwicklung der Zähne bei Teleostiern".*

De Voorzitter stelt het manuscript ter beoordeeling in handen van de Heeren L. Bolk en Max Weber, met verzoek hun rapport hierover in te dienen in de volgende vergadering.

Voor de boekerij der Akademie wordt van de volgende dissertaties een exemplaar ten geschenke aangeboden:

1. door den Heer F. A. F. C. Went, namens den Heer L. B. Becking: *„Radiation and vital phenomena".*

2. door den Heer W. Einthoven, namens den Heer C. A. H. Waar: *„Microscopische waarnemingen van de functie der middenoorspieren bij den mensch".*

3. door den Heer H. Zwaardemaker, namens: *a.* den Heer W. H. Levend: *„Over colloïdaal ionium-hydroxyde en hartautomatie"*; *b.* den Heer T. P. Feenstra: *„Ionenbalanceering"*; *c.* den Heer P. M. van Wulfften Palthe: *„Zintuigelijke en psychische functies tijdens het vliegen".*

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP ZATERDAG 29 NOVEMBER 1921.

DEEL XXX.

N°. 6.

Voorzitter: de Heer F. A. F. C. WENT.

Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 304.

Rapport van de Heeren L. BOLK en MAX WEBER over de ter uitgave in de Werken der Afdeeling aangeboden verhandeling van Mej. A. G. VORSTMAN: *„Ueber die Anordnung und die Entwickelung der Zähne bei Teleostiern"*, p. 306.

C. A. PEKELHARING: „Over de beweging van pepsine in een al of niet eiwitbevattende gel van agar-agar", p. 309.

V. J. KONINGSBERGER: „Een methode ter registratie van den groei onder den invloed van verschillende uitwendige omstandigheden". (Aangeboden door den Heer F. A. F. C. WENT en J. W. MOLL), p. 320

K. LANDSTEINER: „Over het samenstellen van heterogenetisch antigeen uit hapteen en proteïne". (Aangeboden door de Heeren C. H. H. SPRONCK en C. EIJKMAN), p. 329.

H. BOSCHMA: „Knopvorming en Vergroeiing van Knoppen bij *Fungia fungites* en *Fungia actiniformis*". (Aangeboden door de Heeren C. PH. SLUITER en MAX WEBER), p. 331.

J. HOFKER: „Beschrijving van een exemplaar van *Pterodactylus longirostris Cuvier*". (Aangeboden door de Heeren K. MARTIN en L. BOLK), p. 344. (Met 2 platen).

H. A. LORENTZ: „Dubbele breking bij regulaire kristallen", p. 362.

J. J. VAN LAAR: „Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen". (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en F. A. H. SCHREINEMAKERS), p. 369.

G. C. DIBBETZ Jr. en P. ZEEMAN: „Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den lichtweg van de interferometer-opstelling FIZEAU-MICHELSON", p. 371. (Met één plaat).

B. G. ESCHER: „De warme lahar in de vallei der tienduizend rookpluimen (Alaska)". (Aangeboden door de Heeren G. A. F. MOLENGRAAFF en EUG. DUBOIS), p. 374.

EUG. DUBOIS: „Over den schedelvorm van *Homo neandertalensis* en van *Pithecanthropos erectus*, bepaald door mechanische factoren", p. 386.

De Heer G. A. F. MOLENGRAAFF biedt, namens den Heer G. L. L. KEMMERLING, ter uitgave in de Werken der Afdeeling, het manuscript aan van diens verhandeling: „Over den ouderdom en het mechanisme der plooiing in het Noord-Zwitsersche Jura-gebergte", p. 386.

De Heer W. H. JULIUS leest een brief voor van den Heer K. A. R. BOSSCHA aan de Ned. Eclips-Commissie, waarbij gevoegd is het verzoek van eene Commissie uit de „Astronomische Gesellschaft" te Leipzig om het belang van haar plan tot het doen van waarnemingen (EINSTEIN-effect) tijdens de totale zonverduistering op 22 September 1922 bij onzen Minister van Koloniën te bepleiten, p. 386.

Vaststelling der December-vergadering op VRIJDAG, 23 December 1921, p. 386.

De notulen der vorige vergadering worden voorgelezen.

Na voorlezing dier notulen verzoekt de Heer L. E. J. Brouwer dat zal worden voorgelezen het schrijven, dat door hem werd ingezonden aan de vergadering van 29 October j.l., doch dat niet in deze notulen is opgenomen.

De Voorzitter geeft hierop ten antwoord dat bedoeld schrijven is behandeld in de buitengewone vergadering van dien datum.

De Heer Brouwer merkt op, dat zijn schrijven was gericht aan de gewone vergadering en handhaaft zijn verzoek tot voorlezing, daarbij een beroep doende op de vergadering.

De Heer Hendrik de Vries steunt het verzoek van den Heer Brouwer; de overige leden, ter vergadering aanwezig, hechten hunne goedkeuring aan het ten deze gevolgde beleid van het Bestuur.

De Voorzitter biedt daarop den Heer Brouwer de gelegenheid aan om deze zaak verder ter sprake te brengen in de buitengewone vergadering, welke na afloop van deze gewone vergadering zal gehouden worden.

Hierna wordt het Proces-verbaal der vorige vergadering goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van de Heeren J. Cardinaal en H. Kamerlingh Onnes dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Mededeeling van den Heer J. W. Moll, dat hij den 3en Juni l.l. den onderdom van 70 jaren bereikt had, waardoor hij tot de rustende leden der Afdeeling is overgegaan.

Aangenomen voor kennisgeving.

3°. Uitnoodiging namens Curatoren en den Senaat der veeartsenijkundige Hoogeschool te Utrecht om de Akademie te doen vertegenwoordigen bij het plechtig herdenken dat den 10 December 1821 te Utrecht 's Rijks-veeartsenijschool werd geopend, welke herdenking zal plaats hebben op 9 December a.s.

Hierop is geantwoord dat de leden van het bestuur der Afdeeling, de Heeren F. A. F. C. Went, tevens Algemeen-Voorzitter, en A. F. Holleman de Akademie zullen vertegenwoordigen.

4°. Missive van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dd. 9 November 1921 N°. 5173 Afd. K.W., met bericht dat bij Zijne Exc. geen bezwaar bestaat tegen den door de Afdeeling voorgestelden maatregel tot bezuiniging van het budget der Akademie door het voorloopig onuitgevoerd laten van het bepaalde in Art. 22 van het Reglement van Orde. (Advertentie der vergadering in een der Amsterdamsche Nieuwsbladen).

Aangenomen voor kennisgeving.

5°. Schrijven van Prof. THEOD. J. STOMPS dd. 7 November j.l., waarin hij zijne erkentelijkheid betuigt voor de hem toegekende subsidie uit het Buitenzorg-fonds en het verzoek doet of hem kan worden toegestaan dat hij zijn reis naar Indië uitstelt tot den zomer van 1923, en het tijdstip van zijn vertrek zal worden bepaald op het midden der maand Mei van dat jaar.

Hiervan zal kennis gegeven worden aan den Minister van O. K. en W. als antwoord op 's Ministers verzoek om te mogen vernemen wanneer het vertrek van den Heer STOMPS naar Indië is vastgesteld.

6°. Missive van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dd. 7 November j.l. N°. 4832, Afd. K. en W. ten antwoord op het schrijven der Afdeeling van 10 December 1919, N°. 55, waarin de Afdeeling, de kwestie behandelend van het al dan niet voortbestaan der in den crisistijd ingestelde Commissie van advies en onderzoek in het belang van volkswelvaart en weerbaarheid, zich, onder zekere voorwaarden, bereid verklaard heeft een plan van organisatie der natuurwetenschappelijke voorlichting van regeering en volk nader uit te werken.

Alvorens omtrent een en ander eene beslissing te nemen zal de Minister het op prijs stellen van de Afdeeling te mogen vernemen of zij in de bij 's Ministers missive toegezonden adviezen van Prof. DE VOOYS en van de Wetenschappelijke Commissie voornoemd, aanleiding vindt tot eene wijziging of nadere omschrijving van de voorstellen, den Minister in bovenaangehaald schrijven der Afdeeling gedaan.

De Voorzitter stelt 's Ministers missive met de bijlage in handen van eene Commissie, waarin hij den leden der Afdeeling G. VAN ITERSON JR., P. VAN ROMBURGH, C. EYKMAN en H. HAGA verzoekt zitting te nemen om met de leden van het bestuur der Afdeeling omtrent deze aangelegenheid te prae-adviseeren en dit prae-advies uit te brengen in de December-vergadering.

Anatomie. — De Heer L. Bolk brengt, mede namens den Heer Max Weber, het volgende rapport uit:

De in onze handen ter fine van advies gestelde verhandeling van Mej. Vorstman moet vooral beoordeeld worden in verband met het doel, dat de onderzoekster, blijkens de redactie van den titel, met het schrijven beoogd heeft. Het hoofddoel van dit onderzoek was een studie van de rangschikking der elementen in het gebit der Teleostiers, en eerst in de tweede plaats komen beschouwingen over de ontwikkeling der tanden dezer vertebratengroep. Hoewel men van oordeel kan zijn, dat bij onze nog zoo onvolledige kennis van de ontogenie der gebitselementen in deze groep, een ruimer bewerking gewenscht geweest ware, ook in deze richting van het materiaal, dat aan de schrijfster ten dienste stond, zoo zal men bij de beoordeeling der waarde van de aangeboden verhandeling toch in hoofdzaak rekening moeten houden met het voornaamste doel dat de onderzoekster zich bij haar onderzoek stelde, n.l. de rangschikking der elementen. En aan dit doel komt een wetenschappelijke waarde van vrij groote beteekenis toe, omdat de kennis van de rangschikking der elementen van het gebit in onmiddellijken samenhang staat met het vraagstuk der groeirichtingen in de oppervlaktebekleeding van het lichaam. In het als tandveld aangeduide gedeelte dezer bekleeding, komt nu volgens de schrijfster een groei in twee richtingen voor, n.l. een in mesio-distale en een in labio-linguale richting. Tot deze conclusie is de schrijfster gekomen, op grond van de wijze waarop bij jonge individuen de tandrijen of stichi aan de structuur van het gebit deelnemen. De stichi toch strekken zich nimmer uit over de geheele mesio-distale afmeting van het tandveld, doch slechts over een gedeelte ervan. Doordat de richting der stichi steeds een min of meer scherpen hoek maakt met den kaakrand, bereiken de meeste de mediaanlijn niet, doch eindigen op korter of langer afstand van deze aan den kaakrand. De hoofdrichting van elken stichos moge een mesio-distale zijn, steeds wijkt zij in een labio-linguale richting in meerdere of mindere mate af. Schrijfster verklaart dit zóó, dat gedurende de ontwikkeling het mesiale deel van een stichos verdwijnt, en wel in hoogere mate naar gelang de stichos vroeger is aangelegd. Door dat verdwijnen van het mesiale deel verschuift dus de stichos in distale richting en in de plaats van het verdwenen

deel, treedt het mesiale deel van den volgenden stichos, dat op zijn beurt bij de verdere ontwikkeling verloren gaat, om weder door dat van den nu volgenden vervangen te worden. Dit proces is voor de schrijfster het bewijs van de mesio-distale groeirichting in het tandveld.

Door de schrijfster wordt er verder op gewezen, dat volgens haar meening het alterneeren der elementen van achter elkander liggende stichi, veroorzaakt wordt door het schuine verloop van dezen ten opzichte van den kaakrand, een meening, die, hoewel men er een andere naast stellen kan, voorzeker reden van bestaan heeft, en door schrijfster voldoende gemotiveerd wordt.

Een ander punt dat door schrijfster in haar onderzoek is verwerkt, betreft het vraagstuk naar de genetische verwantschap der elementen van het gebit, in verband met de rangschikking, met andere woorden in hoeverre men ook bij de Teleostiers van het voorkomen van tandfamilies spreken kan. En inderdaad heeft de onderzoekster kunnen aantoonen, dat bij sommige der onderzochte soorten althans, zulk een genetisch verband bestaat, en wel regelmatig tusschen komponenten van achter elkander gelegen stichi. Deze waarneming is in verband met die, welke door vroegere onderzoekers bij andere vertebraten-groepen gemaakt waren, niet van gewicht ontbloot. Tot nu toe toch was nog slechts door Friedmann bij Esox een substantieel verband tusschen de elementen der als tandfamilie aangedude tandrijen aangetoond, zoodat de meening, dat deze komponenten alle van uit eenzelfde matrix ontstonden, zoo goed als zuiver hypothetisch was. Door de onderzoekingen nu van de schrijfster, wordt het hypothetisch karakter aan het begrip tandmatrix ontnomen, door het aantoonen van een daadwerkelijken samenhang, van althans de epitheelscheden, waarin deze komponenten eener familie vervat zijn. Men zou van meening kunnen zijn, dat het gewenscht geweest ware, indien schrijfster aan dit feit iets meer relief gegeven had. Het vermoeden dat het aantoonen van dit verband, — hetgeen bij reptilien niet gelukt — bij Selachiers gemakkelijker zal vallen, verkrijgt door de waarnemingen van onderzoekster meerder steun. Ten slotte ware het te wenschen geweest dat de schrijfster, van de eenigszins speciale morphologische begrippen, waarom het bij het onderhavige vraagpunt gaat, alvorens deze te gebruiken een korte verklarende toelichting had gegeven. Voor den lezer toch die niet geheel met de problemen der gebit- en tandontwikkeling vertrouwd is, zal het eenige moeite kosten de schrijfster steeds gemakkelijk te begrijpen. Dat is echter een bezwaar, dat bij de definitieve redactie ondervangen kan worden, en dat zeker geen reden zijn mag, om ondergeteekenden terug te houden

van het advies, de aangeboden verhandeling in de werken der Akademie op te nemen. De waarnemingen toch van de schrijfster leveren een zeer welkome bijdrage tot onze kennis, op een betrekkelijk nog weinig bekend terrein, en de beschouwingen die zij hieraan vastknoopt getuigen van een zelf gevormd inzicht waardoor een eigen standpunt wordt ingenomen.

(get.) Bolk.
,, Max Weber.

De vergadering hecht hare goedkeuring aan de conclusie van het rapport, strekkende tot opneming der verhandeling in de werken der Afdeeling.

Aan Mej. Vorstman zal hiervan mededeeling gedaan worden.

Physiologie. — C. A. Pekelharing: *„Over de beweging van pepsine in een al of niet eiwitbevattende gel van agar-agar".*

Vroeger[1]) heb ik in deze Akademie een mededeeling gedaan omtrent een eigenaardige eiwitstof, die uit het maagslijmvlies kan worden bereid, maar in zuiverder toestand, zoo dat de elementairanalyse geen grootere verschillen opleverde dan daarbij in het algemeen bij gezuiverde eiwitstoffen worden gevonden, te bereiden is uit, noch met ingeslikte stoffen, noch met bestanddeelen van den darminhoud verontreinigd maagsap van den hond. Deze stof vertoonde in zoo sterke mate de eigenschappen van pepsine en de verterende kracht was in verschillende preparaten zoo standvastig, dat ik de stelling meende te mogen uitspreken, dat deze stof het enzym zelf zou zijn. Latere onderzoekingen hebben mij telkens weer in deze meening bevestigd.

Bij een gesprek over den aard van enzymen maakte intusschen ons medelid Beijerinck mij opmerkzaam op een bezwaar tegen deze opvatting. Volgens zijn bevinding diffundeert pepsine, althans chymosine (welke enzymen, naar mijn meening, identiek zijn) in agar-agar ongeveer even snel als albumosen.

Dit bezwaar was inderdaad zeer ernstig. De pepsine, zooals ik die bereid, wordt, in zure oplossing snel tot kookhitte verwarmd, gesplitst, zoodat er albumosen, die opgelost blijven, vrij komen, terwijl zich een groot neerslag vormt, waarnit, door verwarming met kaliloog, een deel van de zwavel wordt losgemaakt en stoffen die de biureetreaktie geven. Uit de alkalische vloeistof kan nu met zuur een neerslag worden verkregen van een nieuwe eiwitstof, die betrekkelijk sterk zure eigenschappen heeft en in alkohol oplosbaar is. Deze pepsine is dus veel hooger samengesteld dan de eenvoudige eiwitstoffen die men onder den naam van albumosen samenvat. Was mijn opvatting juist, dan zou pepsine zeker niet zoo gemakkelijk als albumose in een gelei van agar-agar kunnen diffundeeren.

Ik stelde evenwel de vraag, of men de beweging van het enzym inderdaad geheel aan diffusie mocht toeschrijven. Kon er niet, indien de pepsine in de gel eiwit vond, dat zij kon aantasten, een andere oorzaak zijn voor de verspreiding?

Het is lang bekend, dat enzymen in staat zijn andere stoffen te

[1]) Verslag van de vergadering van 25 Januari 1902, p. 450.

binden, niet alleen stoffen, die onder den invloed van het enzym kunnen worden ontleed, maar ook stoffen van geheel anderen aard, waarop het enzym geenerlei werking heeft. Zoo verbindt zich pepsine niet alleen met eiwitstoffen, maar ook met kool.

In een beknopt overzicht over den aard en de werking van enzymen[1]) heb ik getracht te betoogen, dat deze binding op verschillende wijzen plaats vindt. Vooreerst is er adsorptie. Indien, zooals dit bij pepsine het geval is, het enzym en de daardoor aan te tasten stof beide colloide stoffen zijn en verschil in oppervlaktespanning dus voor de adsorptie niet veel beteekenis kan hebben, komt hierbij vooral het verschil in elektrische lading der molekulen in aanmerking. Tengevolge daarvan hoopen zich de deeltjes van de eene stof zoo dicht mogelijk aan den omtrek van die der andere op. In zure oplossing is pepsine negatief, eiwit positief geladen. De zoo gevormde verbinding is voor een goed deel onafhankelijk van den aard der beide stoffen. Evenals fijn verdeelde kool zoowel pepsine als allerlei andere enzymen vast kan houden, zoo verbindt zich ook trypsine niet alleen met eiwit, maar ook met zetmeel en heeft men verbindingen verkregen van amylase, niet alleen met zetmeel, maar ook met caseine. De adsorptie begunstigt de werkzaamheid der enzymen, door de concentratie van het substraat in den onmiddellijken omtrek van het enzym, of die van het enzym in den onmiddellijken omtrek van de deeltjes van het substraat, te vergrooten. Maar deze werking is niet meer dan begunstigend. Om tot scheikundige verandering te komen moet het enzym zich daarmede verbinden op een wijze die van de molekulaire constitutie zoowel van het substraat als van het enzym afhankelijk is. Het enzym moet, zooals E. Fischer het heeft uitgedrukt, op het substraat, of, zooals Beijerinck het heeft genoemd, het zymoteel, passen als de sleutel op het slot. Eerst wanneer deze soort van verbinding tot stand is gekomen, kan ontleding van het substraat, gewoonlijk onder opneming van water, plaats vinden, waarbij het enzym los raakt van het substraat, om zich terstond weer met andere, nog niet aangetaste, deeltjes daarvan te verbinden. Tengevolge daarvan kan een geringe hoeveelheid van het enzym steeds nieuwe deeltjes van het substraat ontleden, tenzij het enzym zelf door schadelijke invloeden wordt vernield, zooals dit b.v. ten opzichte van trypsine, door alkalische reactie van de oplossing, die overigens de werking van het enzym bevordert, bekend is.

Bij dezen gedachtengang moet onvermijdelijk worden ondersteld, dat de deeltjes van het enzym, terwijl onophoudelijk deeltjes van

---

[1]) Some remarks on enzymes. Recueil d. trav. botan. neerl. XVI, 207.

het substraat worden ontleed, in voortdurende beweging verkeeren. Wanneer dus een zekere hoeveelheid pepsine zich door diffusie in een eiwit bevattende gel gaat verspreiden, dan zullen de deeltjes der pepsine eerst door adsorptie, door het verschil in lading, aan de eiwitmolekulen worden gebonden. Was er nu alleen van adsorptie sprake, dan zou een groot deel der pepsine-molekulen worden vastgehouden, zonder daarbij verandering te ondergaan of te weeg te brengen, terwijl de verdere diffusie eer belemmerd dan versneld zou worden. Maar anders is het, indien de molekulen van het enzym zich ook, krachtens haar constitutie, aan de eiwitmolekulen vastklampen en, na de splitsing van het eiwit, weder met nieuwe, nog vrije eiwit-moleculen in aanraking gekomen, zich daaraan vasthechten en dus, aangezien vrije eitwitdeeltjes aan de periferie gelegen zijn, zich naar de periferie bewegen en — schijnbaar — de diffusie versnellen.

Nu bevatte de agar-gel, bij de waarnemingen waarop het bezwaar van Beijerinck berustte, eiwit. Het was dus de vraag, of in zulk een gel, onder overigens gelijke omstandigheden, de verspreiding der pepsine bij aanwezigheid van eiwit sneller plaats zou vinden dan in een gel zonder eiwit, waarin alleen ware diffusie in aanmerking zou komen.

Mijn vriend en opvolger, Prof. W. E. Ringer, heeft de groote vriendelijkheid gehad, mij niet alleen plaats in zijn laboratorium, maar ook zijn hooggewaardeerde hulp te verleenen, om te trachten een antwoord op deze vraag te vinden. Het onderzoek werd op de volgende wijze verricht.

In een reageerbuisje werd 25 mgr. gezuiverde pepsine, uit het maagslijmvlies van het varken, gebracht, bij lichaamstemperatuur opgelost in 2.5 CC 0.2 % HCl en daarna 2.5 CC agar-agar in water, ter sterkte van 3 %. De pepsine werd door schudden snel gelijkmatig met den warmen agar-agar vermengd en dan terstond in smeltend ijs afgekoeld. De kleine klompjes van gestolden agar, die, tengevolge van het schudden, aan den wand van het buisje bleven kleven, werden door zorgvuldig uitvegen verwijderd en dan werd het buisje, om alle pepsine die zich nog, boven het gestolde zuiltje, in het buisje mocht bevinden, te vernielen, met 1 % NaHO gevuld, na enkele oogenblikken leeggegoten, een paar malen met water en dan met 0.1 % HCl uitgespoeld. Daarop werd in het buisje 10 CC gegoten van een mengsel van 5 CC agar-agar 3 % en 5 CC 0.2 % HCl, waaraan al of niet eiwit was toegevoegd. Dan werd het buisje weder in ijs afgekoeld. Bij iedere proef werden 4 buisjes op deze wijze gevuld, 2 met en 2 zonder eiwit. Zij werden, dan, met een kurkstopje gesloten, vertikaal in een stoof geplaatst, die op 27° C. verwarmd werd gehouden.

De hoeveelheid pepsine onder in de buisjes gebracht, was zeer aanzienlijk, 25 mgr., terwijl 0.1 mgr. van dit enzym in 10 CC 0.2 °/₀ HCl in 24 uren bij 37° C. 5 à 6 mm. gestold kippeneiwit in buisjes van Mett oplost. Hetgeen daarvan verloren ging bij het vermengen der pepsine met den heeten agar (die terstond daarna in ijs werd afgekoeld) en bij het spoelen der buisjes met natronloog, waardoor natuurlijk ook een weinig van de pepsine aan de oppervlakte van het pepsine-agarzuiltje moest worden aangetast, kon, in verhouding tot die hoeveelheid, slechts zeer onbeduidend zijn. Men mocht dus aannemen, dat de concentratie van het enzym in het reservoir voldoende was om in de verschillende buisjes geen ongelijkmatigheid van beteekenis in de opstijging daarvan in de boven de pepsine-agar staande agar-zuil te veroorzaken.

Na eenige dagen werden telkens twee buisjes, een zonder en een met eiwit, geopend. Daartoe werd een ringvormige insnijding gemaakt in het glas, juist ter hoogte van de grens van den pepsine-agar en de daarbovenstaande zuil en werd het glas, door aanraking met een verhitte staaf, gebroken. Het onderste gedeelte van het buisje kon dan gemakkelijk worden verwijderd, waarna de geheele inhoud daaruit geschoven en op filtreerpapier werd gebracht.

Het zou mogelijk zijn, dat de vloeistof in de capillaire spleet tusschen den agar en het glas meer of minder pepsine uit den pepsine-agar had opgenomen, een mogelijkheid waarmede te meer rekening moest worden gehouden, daar somtijds aan de vrije oppervlakte van de zuil een weinig uitgeperste vloeistof kon worden waargenomen, die, ofschoon in zeer geringe mate, fibrine kon oplossen. Daarom werd de agar-zuil, nadat het reservoir van pepsine daarvan afgesneden was, enkele oogenblikken in 1 °/₀ Na_2CO_3 gedompeld, terstond daarna in 0.1 °/₀ HCl afgewasschen en, door voorzichtig rollen over filtreerpapier, afgedroogd.

Nu moest worden bepaald, hoe hoog de pepsine in de agar-zuil was doorgedrongen. Daartoe werd de zuil, nadat eerst nog een laagje ter dikte van 2 m.m. daar waar zij in onmiddellijke aanraking met den pepsine-agar was geweest, was afgesneden, in drie cylinders van gelijke lengte verdeeld, meestal 13, soms ook, als de diameter van het buisje wat kleiner en dus de geheele zuil wat langer was geweest, 15 m.m. lang. De verdeeling vond altijd plaats van onderen af gerekend, zoodat het laagje dat het dichtst bij de oppervlakte gelegen was kon worden verwijderd. De cylinders werden gewogen, dan in een mortier met 5 CC. 0.1 °/₀ HCl fijn gewreven. Van elk dezer vloeistoffen werd nu bepaald, in hoeveel tijd 1 CC. bij 27° C. 5 CC. melk tot stolling bracht, terwijl het

proteolytisch vermogen vergelijkenderwijs, volgens de methode van GRÜTZNER, werd onderzocht [1]), door 1 CC. van de vloeistof te vermengen met 9 CC. 0.1 °/₀ HCl, waarin minstens 10 minuten te vóren 50 mgr. fijn verdeelde karmijnfibrine was gebracht, daarna het buisje iedere minuut eenmaal om te keeren, den inhoud na een bepaalden tijd door glaswol te filtreeren en de sterkte der kleur daarvan met GRÜTZNER's kolorimeter tegenover een oplossing van karmijnfibrine in pepsine-zoutzuur te bepalen.

In de eerste plaats werd de voortbeweging van het enzym vergeleken in agar-agar met en zonder fibrine. Daartoe werd in elk van twee, van pepsine-agar voorziene, buisjes 10 CC. gebracht van een mengsel van gelijke deelen 3 °/₀ agar en 0.2 °/₀ HCl, in twee andere 10 CC. van een mengsel van 3 °/₀ agar en 0.2 °/₀ HCl met, zeer fijn gewreven, in dit zuur opgezwollen karmijnfibrine.

Na 3 dagen werd van elke twee buisjes een geopend en op de beschreven wijze onderzocht. Evenals in alle volgende proeven wordt met I de onderste, het meest nabij den pepsine-agar gelegen cylinder aangedui d, met II de volgende en met III de bovenste. De uitkomst was:

	Gewicht in gr.	Melk stolt in	Deel-streep Kolori-meter	Gewicht in gr.	Melk stolt in	Deel-streep Kolori-meter	Gewicht in gr.	Melk stolt in	Deelstreep Kolorimeter
et fibrine	I 2.04	2 min.	1.2	II 2.14	15 min.	0.5	III 2.0	30 min.	niet meetbaar
nder »	I 1.8	4 »	1.2	II 1.5	niet	0	1.5	niet	0
Na zes dagen werden de twee andere buisjes geopend. Nu werd gevonden:									
et fibrine	I 2.48	3½ min.	1.7	II 2.54	10 min.	0.8	III 8.24	90 min.	niet meetbaar
nder »	I 2.04	4 »	1.0	II 2.04	niet	0	III 2.0	niet	0
De tweede proef werd geheel op dezelfde wijze genomen. Uitkomst na 4 dagen:									
et fibrine	I 1.80	2 min.	4.1	II 1.95	17 min.	1.1	III 2.00	40 min.	0.5
nder »	I 2.10	2½ »	3.1	II 2.00	18 »	0.5	III 2.00	niet	niet meetbaar
Na 13 dagen:									
et fibrine	I 1.20	1¾ min.	2.8	II 1.54	4 min.	2.4	III 1.60	17 min.	1.2
nder »	I 1.66	2¼ »	2.6	II 1.94	14 »	1.2	III 1.90	60 »	0.1

[1]) Zie GESELSCHAP, Zeitschr. f. Physiol. Chem. XCIV, 205 en Onderz. Physiol. Laborat. Utrecht, 5e R. XVI, 198.

Van een bepaling van het absolute gehalte van de verschillende zuiltjes aan pepsine heb ik afgezien, ofschoon dit door vergelijking met een oplossing van pepsine van bekende sterkte mogelijk zou zijn geweest, omdat toch in elk zuiltje de daarin aanwezige pepsine niet gelijkmatig verdeeld was, maar van beneden naar boven sterk daalde. Uit de medegedeelde cijfers blijkt duidelijk genoeg, dat het enzym, zoowel in den agar zonder als in dien met eiwit, opsteeg, maar in die met eiwit in veel sterkere mate. Eerst na 13 dagen was aan te toonen dat het in de eiwitvrije gel het bovenste zuiltje had bereikt.

Vergelijking van de uitkomsten op verschillende dagen verkregen, is wat de absolute waarde der cijfers aangaat, niet geoorloofd, omdat telkens andere melk en, ter vergelijking in den kolorimeter, telkens een andere oplossing van karmijn-fibrine werd gebezigd.

Met gestold kippeneiwit werden overeenkomstige uitkomsten verkregen.

Geklopt, met de 10-voudige hoeveelheid water verdund kippeneiwit werd door koken, onder toevoeging van azijnzuur tot zeer zwak zure reaktie, gecoaguleerd. Het vlokkige neerslag werd afgefiltreerd en met water uitgewasschen. Hiervan werd een deel gebracht in 0.2°/₀ HCl en door krachtig schudden gelijkmatig in de vloeistof verdeeld. In elk van twee buisjes met pepsine-agar werd 5 CC van dit eiwithoudend zuur, met 5 CC 3°/₀ agar gemengd, gebracht, in twee andere buisjes 5 CC 3°/₀ agar met 5 CC 0.2°/₀ HCl.

Twee buisjes na 3 dagen onderzocht:

	Gewicht	Stolling	Kolorimeter	Gewicht	Stolling	Kolorimeter	Gewicht	Stolling	Kolorimeter
met eiwit	I 2.64	1¾ min.	2.2	II 2.56	22 min.	0.4	III 2.35	40 min.	zeer li rooc
zonder »	I 2.70	2 »	2.0	II 2.56	130 »	niet meetbaar	III 2.40	niet	0

Het tweede paar van deze buisjes ging verloren.

In alle buisjes was zooveel zoutzuur gebracht, dat het gehalte van de gel, van beneden tot boven, overal 0.1°/₀ bedroeg. Daarbij moest echter in aanmerking worden genomen, dat in de buisjes waarin zich eiwit bevond, het zuur voor een gedeelte werd gebonden, zoodat de concentratie der H-ionen in de agar-eiwitgel zeker kleiner was dan in de agargel zonder eiwit. De waargenomen verschillen konden evenwel daaraan niet wel worden toegeschreven. Berustte de beweging van het enzym uitsluitend op diffusie, dan zou men veeleer kunnen verwachten, dat zij door zure reaktie zou worden

bevorderd, aangezien het zuur bij het verblijf van de buisjes in een omgeving van 27° C. den agar aantast en week maakt. In alle proeven was dan ook de eiwithoudende agar vaster dan de eiwitvrije, ja in een paar van de verrichte proeven was zelfs de eiwitvrije agar zoo week geworden, dat het niet mogelijk was, die in zuiltjes te verdeelen en dus vergelijking met de eiwithoudende niet was uit te voeren.

In overeenstemming hiermede werd ook gevonden, dat het enzym zich in agar met caseine sneller voortbewoog bij zure dan bij neutrale reaktie.

Van zuivere, volgens HAMMARSTEN bereide, caseine werd, door toevoeging van NaHO, een neutrale oplossing gemaakt, ter sterkte van 3°/₀. Hiervan werd een gedeelte verdund met een gelijk volume water, een ander gedeelte met een gelijk volume 0.4°/₀ HCl. Het aanvankelijk bij de toevoeging van zoutzuur ontstane neerslag loste in de overmaat van zuur weder geheel op.

In twee buisjes met pepsine-agar werd 5 CC gebracht van de neutrale oplossing, vermengd met 5 CC 3°/₀ agar en in twee andere 5 CC van de zure oplossing met 5 CC 3°/₀ agar.

Na 3 dagen:

	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kol.
ur	I 2.27	3 min.	4.5	II 2.30	niet	0.6	III 2.24	niet	niet meetb.
utraal	I 2.25	2 „	5.6	II 2.30	niet	0.3	III 2.30	niet	0

Na 4 dagen:

ur	I 2.32	1¼ min.	4.4	II 2.30	10 min.	1.6	III 2.33	13 min.	1,3
utraal	I 2.30	1½ „	4.2	II 2.33	niet	0.3	III 2.30	niet	0

In beide paren van buisjes was er dus verschil ten gunste van de zure oplossing. Na 4 dagen was er zelfs in de bovenste cylinder van de zure gel duidelijk pepsine aan te toonen.

Ook bij neutrale reaktie werd intusschen de beweging van het enzym door de gel door de aanwezigheid van eiwit bevorderd, zooals bleek uit een proef met melk.

Van 4 buisjes met pepsine-agar werden twee voorzien ieder van 3 CC melk gemengd met 7 CC 3°/₀ agar, de twee andere ieder van 3 CC 1°/₀ NaCl met 3 droppels 1°/₀ $CaCl_2$ en 7 CC 3°/₀ agar.

Na 3 dagen:

	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori	Gewicht	Stolling	Deelstr. K
met melk	I 2.24	2 min.	3.0	II 2.24	4 min.	2.1	III 2.20	9 min.	0.5
zonder „	I 2.20	4 »	2.1	II 2.40	2¾ uur	niet meetb.	III 2.30	niet	0

Na 4 dagen:

met melk	I 2.25	2 min.	1.7	II 2.36	3 min.	1.5	III 2.40	20 min.	0.8
zonder „	I 2 50	2½ »	1.6	II 2.50	1 uur	0.4	III 2.25	niet	niet meetbaa

Ook van globuline uit bloedserum en van edestine kon de bevorderende invloed op de voortbeweging van pepsine door de agargel worden waargenomen.

Ten slotte vermeld ik nog eenige proeven die ik heb ingesteld om de onderstelling waarvan ik uitging nog eenigszins nader te toetsen, de onderstelling, dat de voortbeweging der pepsine in de eiwit bevattende gel zou worden bevorderd, omdat zij zich nog op een andere wijze als door adsorptie, met het eiwit verbindt, tengevolge van de scheikundige struktuur der molekulen. Bij het uiteenvallen dezer verbinding, waarin de werking van het enzym zich openbaart, zou het enzym, vrij gekomen, zich aan andere, aan de periferie gelegen, nog niet aangetaste eiwitmoleknlen vasthechten en op deze wijze, in de richting van den diffusie-stroom, zich voortbewegen. Indien deze opvatting juist is, dan moet de beweging der pepsine ook worden bevorderd door albumosen, die zij nog in staat is aan te tasten, maar niet door uit het eiwit vrij gemaakte aminozuren, die pepsine niet kan aantasten en die zij dan ook, in tegenstelling met albumosen, in een elektrisch veld niet vasthoudt [1]).

Daartoe werd, op de boven beschreven wijze, vooreerst van primaire en secundaire albumosen, door digestie van fibrine met maagsap bereid en dan van een mengsel van zuivere aminozuren, ongeveer in de verhouding waarin die in fibrine voorkomen, in een oplossing van 0.2 % HCl, met een gelijk volume 3 % agar-agar vermengd.

De primaire albumosen bevatten een aanzienlijke hoeveelheid heteroalbumose, de secundaire waren, door herhaald half verzadigen met ammoniumsulfaat en filtreeren, zooveel mogelijk van primaire bevrijd.

---

[1]) Zie Ringer, Zeitschr. f. Physiol. Chem. XCV, 195 en Onderz. Physiol. Laborat. Utrecht. 5de R. XVI, 252.

Primaire albumosen. 2 buisjes ieder met 100 mgr. albumose, 2 zonder albumose, op de gewone wijze bereid.

Na 3 dagen:

	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kol.
albumose	I 2.35	1 min.	3.3	II 2.40	7 min.	2.1	III 2.40	22 min.	1.0
nd. »	I 2.20	1¼ »	3.2	II 2.20	35 »	1.0	III 2.15	niet	0

Na 4 dagen:

albumose	I 2.05	50 sec.	3.5	II 1.95	2 min.	3.2	III 1.98	4 min.	2.5
nd. »	I 2.04	1 min.	3.1	II 2.00	6 »	1.2	III 2.08	niet	0

Deutero-albumosen, 100 mgr.

Na 2 dagen:

albumose	I 2.40	1¼ min.	5.5	II 2.44	15 min.	2.5	III 2.44	1 uur	1.0
nd. »	I 2.40	1½ »	4.5	II 2.34	1 uur	1.0	III 2.30	2 »	0.6

Na drie dagen:

albumose	I 2.24	1 min.	3.0	II 2.10	2½ uur	0.5	III 2.14	niet	0
nd. »	I 2.20	1¼ »	3.0	II 2.34	niet	0.2	III 2.20	niet	0

Terwijl dus de primaire albumosen de beweging van het enzym nog krachtig bevorderen, is de werking van de secundaire, die zoo-veel minder door pepsine worden aangetast, al is zij niet geheel te ontkennen, toch veel geringer.

Van een werking der aminozuren in den bedoelden zin was echter in het geheel niets te bespeuren, zooals uit de volgende proef te zien is.

De oplossing bevatte in 11 CC 0.2 % HCl, 75 mgr. tryptofaan, 7.5 mgr. cystine, 40 mgr. histidine 70 mgr. tyrosine en 30 mgr. alanine. Bij verwarming op 40° C. was de oplossing nagenoeg helder Hiervan werd in 2 buisjes elk 5 CC met 5 CC 3 % agar gebracht. In de andere 2 buisjes, in de plaats daarvan, 5 CC 0.2 % HCl met 5 CC agar.

In het 4 dagen op 27° C. verwarmde buisje was de gelei zonder aminozuren, die dus meer aan de werking van het zuur blootgesteld

Na 3 dagen:

	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori	Gewicht	Stolling	Deelstr. Kolori
m. aminozuren	I 2.27	1 min.	5.5	II 2.28	22 min.	0.5	III 2.80	niet	0
zond. »	I 2.10	2½ »	3.1	II 2.20	niet	0	III 2.16	niet	0

Na 4 dagen:

m. aminozuren	I 2.35	1½ »	3.5	II 2.30	2 uur	0.3	III 2.30	niet	0
zond. »	I 2.16	1 »	4.5	II 1.85	8 min.	1.7	III 1.70	25 min.	0.8

was geweest, zeer week. Misschien moet het daaraan worden toegeschreven, dat de pepsine hier verder dan gewoonlijk in den agar zonder eiwit was doorgedrongen.

Men zou nog het vermoeden kunnen opperen, dat uit de hier beschreven proeven niet eens blijkt, dat pepsine inderdaad in staat is, in zuiveren agar te diffundeeren, aangezien een gel daarvan, zooals men gewoon is die te bereiden, altijd wel stikstofhoudende stoffen bevat, die misschien wel tot de groep der proteïnen behooren. Ik meen echter dat dit vermoeden niet gerechtvaardigd zou zijn. Het is moeilijk na te gaan of de agar-gel of -sol inderdaad eiwit bevat, omdat gevoelige reakties op eiwit hier niet met goed gevolg kunnen worden toegepast, wegens de donkere kleur die door de werking van sterke minerale zuren op het koolhydraat ontstaat. Maar het is mogelijk, de stikstofhoudende stoffen althans grootendeels te verwijderen, door de agarsol gedurende 24 uren op ongeveer 50° C. te verwarmen. Dan scheiden de stikstofhoudende stoffen zich allengs vlokkig af, zoodat zij kunnen worden afgefiltreerd. Op deze wijze heb ik uit een op de gewone wijze, door niet langer dan noodig is te verwarmen en dan door watten te filtreeren, bereide 3 % agarsol, die op de vaste stof 1.6 % N bevatte, een sol verkregen, die nauwelijks opalesceerend was en ook na de stolling nagenoeg helder bleef. Hierin werd slechts 0.39 % N gevonden. Deze gel werd nu, op de gewone wijze, vergeleken met de slechts eenmaal gefiltreerde, met de uitkomst, dat er in de voortbeweging der pepsine geen onderscheid te vinden was. In de gel die slechts zeer weinig N bevatte, was in den ondersten cylinder, die zich op een paar millimeters afstand van de pepsine-agar had bevonden, evenveel enzym aan te toonen als in de gel die viermaal meer stikstof bevatte. Die pepsine is wel zonder twijfel door diffusie voortbewogen. Maar die beweging gaat

zeer langzaam. Terwijl uit het aan pepsine zeer rijke reservoir onder in het buisje in den onmiddellijk daaraan grenzenden agar na enkele dagen een vrij belangrijke hoeveelheid pepsine is binnengedrongen, is zij op een paar centimeters afstand, indien ten minste de gel haar vastheid heeft behouden, niet of nauwelijks te vinden. Bevat echter de gel eiwit, dan is het enzym in denzelfden tijd veel verder gevorderd.

Ik meen dus uit het medegedeelde te mogen afleiden, dat de beweging van pepsine door een gel die eiwit bevat dat zij kan aantasten, geen grond geeft om te betwijfelen, dat aan het molekuul van pepsine een zoo belangrijke grootte moet worden toegekend als door verscheidene andere waarnemingen waarschijnlijk is gemaakt.

Aan den anderen kant komt het mij voor, dat de invloed van eiwit op de beweging van pepsine door een gel pleit voor de onderstelling, dat de binding van een enzym aan het „zymoteel" niet enkel aan adsorptie, maar ook aan een geheel andere, van de struktuur der molekulen afhankelijke, werking moet worden toegeschreven.

Aanvankelijk had ik mij voorgesteld, dit onderzoek in verschillende richtingen en over meer enzymen uit te strekken, in het bijzonder ook over invertine en emulsine, die verschillende koolhydraten van bekende struktuur kunnen aantasten. Maar het is mij duidelijk geworden, dat voor mij de tijd van het werk in het laboratorium voorbij is. Ik moet dit nu overlaten aan jongere krachten, onder wie er misschien zijn, die dit onderwerp van genoeg belang achten om het op de aangegeven, of op hun eigen wijze, voort te zetten.

Plantkunde. — V. J. Koningsberger: „*Een methode ter registratie van den groei onder den invloed van verschillende uitwendige omstandigheden.*"

(Aangeboden door de Heeren F. A. F. C. Went en J. W. Moll).

De onderzoekingen van Blaauw[1]) over den invloed van bepaalde lichthoeveelheden op den lengtegroei hebben velen aangemoedigd te trachten een verband te leggen tusschen krommingen van kiemplanten en veranderingen in den groei, veroorzaakt door dezelfde „prikkels", die tot deze tropismen aanleiding geven. Daarbij werd steeds Blaauw's methode gebruikt, de groeimeting met behulp van het horizontaal-microscoop, bij zwak rood licht. Aan die methode kleven enkele fouten. Zoo toonde onlangs Mej. Zollikofer[2]) aan, dat ook zwak rood licht zijn invloed op den groei doet gelden. Afgezien van verdere fouten, is het niet mogelijk met deze methode den invloed van de zwaartekracht op den groei na te gaan, daar waarnemingen op den klinostaat-as b.v. zijn uitgesloten. Zoodoende waren er motieven om een poging te wagen, Blaauw's overigens fraaie methode te vervangen door een autographische, die aan genoemde bezwaren tegemoet kwam. De resultaten hiervan worden in deze bladzijden beschreven.

Het principe berust op een fijn electrisch contact, gemonteerd op een micrometer-inrichting. De plant slnit, groeiende tegen het contact, een zeer zwakken stroom, die, omgeschakeld over enkele relais, langs electro-magnetischen weg, het contact 5, 10, of meer μ, naar verkiezing van den experimentator, omhoog doet gaan. De plant moet nu weer dit bedrag groeien, alvorens opnieuw contact gemaakt wordt. De hiertoe benoodigde tijd wordt op bijzondere wijze geregistreerd. Een groot voordeel van deze methode is, dat de plant en de auxanometer plaatselijk geheel onafhankelijk zijn van het registreertoestel.

De Auxanometer is gemonteerd in een kamer, met inrichting voor constante temperatuur, op een 18 cM. lange as (**1**) (zie fig. 1), die

[1]) A. H. Blaauw. Zeitschr. f. Bot. 1914, **5.**, id. 1915, **7.**, Meded. v. d. Landb. Hoogeschool, Wageningen, 1918, **15.**

[2]) Clara Zollikofer. Proc. Kon. Akad. v. Wetensch. XXIII. 1920, N⁰. **4.**

op een klinostaattafel (**2**) is bevestigd. Er is nog een zijas (**3**) om rotatie van de plant, met de lengte-as vertikaal, mogelijk te maken. Aan de hoofdas (**1**) kan een verschuifbaar tafeltje (**4**), door een

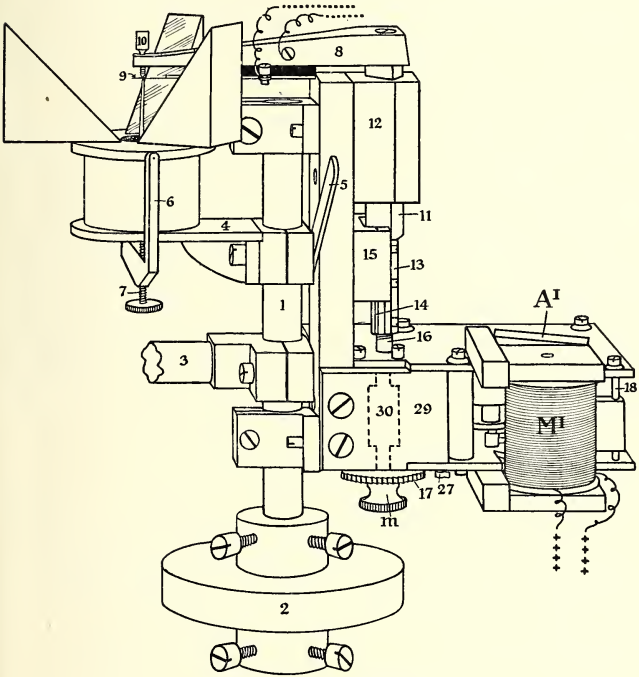


Fig. 1. De auxanometer.

opwaartsche beweging van het handel (**5**), worden vastgezet. Daarop staat de proefplant onbeweeglijk bevestigd, doordat met een schroef (**7**) aan het hengsel (**6**) van een dekseltje het zinken potje kan worden aangeklemd op de tafel (**4**). Op dat deksel zijn tevens drie spiegeltjes voor belichting geplaatst. Boven de plant is de contact-inrichting. Op schroef (**10**) is een platina-puntje gesoldeerd. Deze schroef zit in het koperen stuk (**8**), tevens is daaraan, geïsoleerd door eboniet, een metalen reepje bevestigd, waaraan een uiterst dun platina-plaatje (**9**) is aangebracht. Op dit plaatje ligt, tegenover schroef (**10**), een stukje bladgoud. Een minimale druk (eenige m.gr.) is voldoende om dit plaatje (**9**) tegen schroef (**10**) aan te drukken, wanneer beide

zoo dicht bij elkaar gebracht zijn, dat zij elkaar juist niet raken. Het platina-plaatje is zeer smal, zoodat een zich krommende of nuteerende plant er spoedig onderuit groeit, waardoor de proef automatisch ophoudt. Het koperen stuk (**8**), dus ook het contact, is gemonteerd op een koperen prisma (**11**), dat op en neer kan glijden in een gesloten slede (**12**). Door een sterke (inwendige) spiraalveer is dit prisma elastisch, doch stevig, verbonden met een gespleten moer (**13**). Deze moer loopt ook met vleugels (**14**) in een slede (**15**). In die moer (**13**) past een micrometerschroef (**16**), die een spoed heeft van 0,5 mM. Het verlengde van de schroef draagt een kraag (**30**), die past in een montuur (**29**). Door draaien aan de schroef gaat het contact dus omhoog of omlaag. Onder aan de micrometerschroef zit een tandwiel (**17**), dat door tusschenkomst van een electromagneet (M^1) een, twee of meer tandjes kan worden versteld, waardoor het contact 5, 10 of meer μ omhoog gaat. Wanneer de plant contact maakt, gaat er namelijk een stroom door dezen magneet, waardoor het anker (A^1) wordt aangetrokken. Tegelijkertijd daarmede een hefboom (**19**) (zie fig. 2), die door een veer (**21**) tegen een palrad (**20**) wordt aangedrukt en dit rad een tand doet draaien.

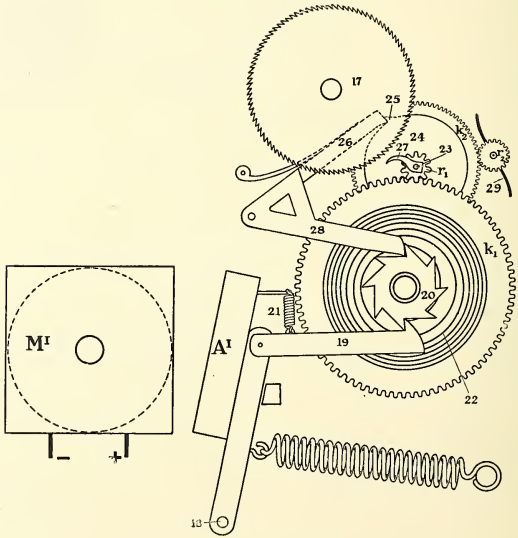


Fig. 2 Verklaring in den tekst.

Daardoor wordt een gespannen veer (**22**) nog meer opgewonden; die veer tracht zich te ontspannen op een uurwerkje, uit eenige tandraderen en ronsels bestaande (k_1, r_1, k_2, en r_2). Op de as (**23**) van r_1 en k_2 zit echter ook een schijf (**24**) met één tand (**25**). Daartegen drukt een pal (**26**(en deze belet de draaiing van het mechanisme. Op dezelfde as (**23**) is een klauwtje (**27**) aangebracht, dat, als het ronddraait, palrad (**17**) van den auxanometer over een bepaalden afstand (b.v. 2 tandjes) meeneemt.

Nu is hefboom (**26**) één geheel met pal (**28**) die de directe ontspanning van veer (**22**) belet. Tijdens de aantrekking van het anker wijkt deze pal uit over een tand van palwiel (**20**). Daardoor wijkt ook hefboom (**26**) uit en wel zoover, dat schijf (**24**) vrijkomt, juist op het oogenblik, dat tegenpal (**28**) over de tand van rad (**20**) snapt. Schijf (**24**) maakt nu een omwenteling, klauwtje (**27**) ook. Het contact gaat dus omhoog. De verhouding der tanden van k_1 en r_1 is zoo, (8 : 1), dat het uurwerkje telkens juist zoover wordt opgewonden, als het tegelijkertijd afloopt. Een vleugel-regulatie (**29**) matigt den gang van de raderen.

Het principe van dit toestel is, op andere wijze, reeds toegepast door Bovie[1]). Deze laat o.a. de plant direct den stroom sluiten, die den electro-magneet activeert. Hieruit moeten grove fouten voortvloeien; de zelfinductie bij het verbreken van den stroom moet een vonk geven, die de contact-metalen doet afsmelten; de plaats van contact is dus veranderlijk. Daarom wordt bij het boven beschreven toestel een zeer zwakke stroom door de plant gesloten, die wordt omgeschakeld door een bijzonder

Relais, n.l. een spiegel-galvanometer, achter welks spiegel een ijzeren staafje met platina-puntjes (**31**) (zie fig. 3) is aangebracht. Onder het draaien van den spiegel komen deze puntjes in een paar potjes met kwik (**32**), waardoor een tweede stroomketen wordt gesloten. Deze galvanometer, ingericht als relais, paart aan zijn groote gevoeligheid nog andere voordeelen. Zoo is de zelfinductie zeer gering, door dat er geen ijzeren kern

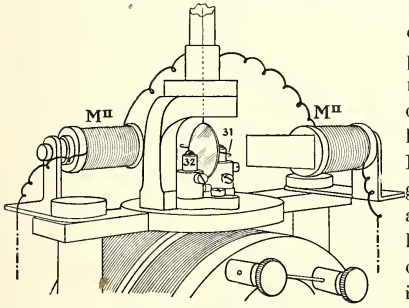


Fig. 3. De galvanometer, gebruikt als relais.

[1]) W. T. Bovie. Bot. Gazette, 1912. **53**.

is. Geen verbrekingsvonk zal dus tengevolge van inductie optreden. Verder heeft dit relais een groote traagheid. Korte stroomstooten, b.v. ten gevolge van trillingen, doen den spiegel schommelen, doch geven geen uitslag, groot genoeg, om de electrode bij het kwik te brengen. Dit gebeurt pas, wanneer de keten minstens $^1/_6$ secunde achtereen gesloten is geweest. Zoo is de invloed van trillingen afdoende geëlimineerd. De spiegel maakt een vollen uitslag, wanneer de plant een stroom (·····) sluit, ontleend aan een accu, door een weerstand verzwakt. De totale weerstand in den keten is zoo groot, dat de stroomsterkte slechts ± 1 milli-amp. bedraagt.

De galvanometer sluit, op de beschreven wijze, een tweeden keten (----------) (zie fig. 4), die een gewoon relais doet reageeren. De stroom (·—·—·—·—·—·—·—·—) die door dit relais wordt gesloten, brengt drie dingen tot stand:

1°. Een derde relais reageert en sluit den keten (++++++++++++++) die door tusschenkomst van magneet (M^I), op de beschreven wijze, het contact omhoog doet gaan.

2°. Het aardmagnetisme is niet bij machte de oppervlakte-spanning van het kwik bij den galvanometer te overwinnen, waardoor de electrode erin zou blijven zitten. Deze keten gaat nu door een paar kleine electromagneetjes (M^{II}) en deze trekken het ijzeren staafje (**31**) met kracht terug, en daardoor de platina-puntjes uit het kwik.

3°. Een magneet (M^{III}) wordt geactiveerd, die behoort bij een wip. Deze wip is een essentiëel onderdeel van

Het Registreertoestel, (zie fig. 4 en 5) opgesteld in een willekeurig vertrek. Een wagentje (**34**) met een glazen pen wordt langs het papier heen en weer bewogen, welke beweging wordt geregeld door een electrisch uurwerkje en een wip. Terwijl de registreer-trommel stilstaat, wordt het wagentje (**34**) iedere secunde 1 mM. opgetrokken, doordat een secunde-slinger (via een relais ·····) een stroom sluit (·+·+·+·+·+·+·+·+·), die magneet (M^V) activeert. Het anker (**40**) van dezen magneet wordt naar beneden getrokken en daarmede een koperen montuur (**37**). Aan dat montuur zit een pal (**38**), die telkens palrad (**36**) een tand verder draait en daardoor op het houten klosje (**33**) het draadje opwindt, waaraan het wagentje is bevestigd. Na iedere aantrekking veert het montuur (**37**) terug, (door een veer (**42**)) totdat het stuit tegen een koperen balkje (**43**). De tegenpal (**41**), die tijdens dit terugveeren het terugloopen van palrad (**36**) belet, steekt met een stiftje door een ring (**44**) van montuur (**37**). Telkens, wanneer nu een tweede, tot het uurwerk behoorende, magneet (M^{VI}) wordt geactiveerd, wordt het montuur (**37**) naar rechts getrokken, daar het anker (**39**) van M^{VI} ook aan

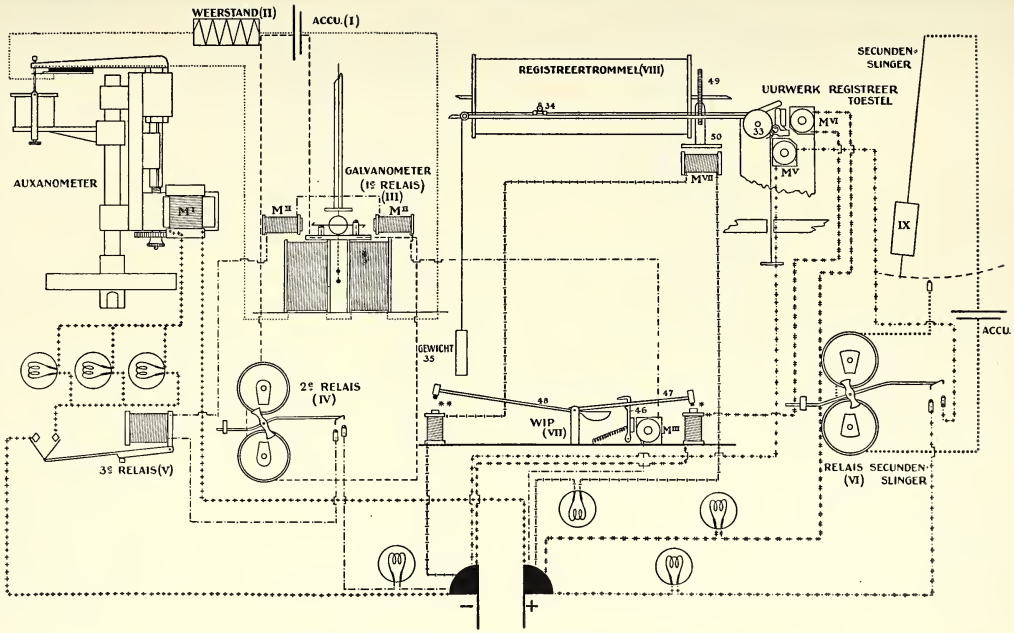


Fig. 4. Schakelings-schema. Verklaring in den tekst.

dat montuur zit. Het palrad (**36**) komt vrij, doordat tegenpal (**41**) met het stiftje in den ring ook naar rechts wordt getrokken.

Het wagentje schiet terug, doordat gewicht (**35**) valt.

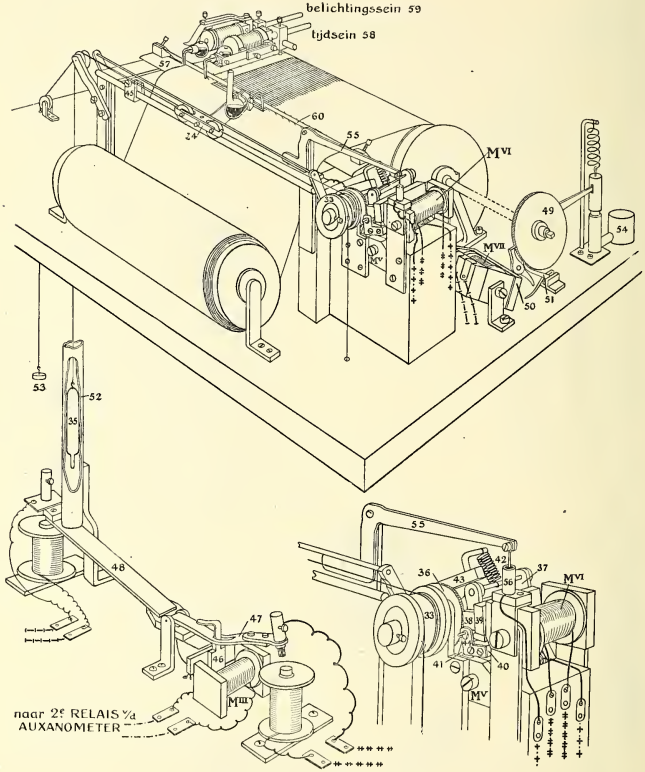


Fig. 5. Het registreer-toestel.

Magneet M^{VI} wordt nu telkens geactiveerd, wanneer de plant contact maakt. Immers wij zagen, dat magneet M^{III} van de wip dan wordt geactiveerd door den stroom, dien het tweede relais sluit. Het anker (**46**) van M^{III} wordt aangetrokken, waardoor hefboom (**47**) van de wip zijn steun verliest en valt. Bij *) wordt nu de stroom (* * * * * * * * * * * *) gesloten, voor magneet (M^{VI}). Daardoor

valt weer gewicht (**35**), terwijl het wagentje terugrijdt; het valt door een buis (**52**) op hefboom (**48**) van de wip. Het tegenwicht van deze hefboom duwt hefboom (**47**) omhoog en verbreekt den stroom van M^{VI}. Montuur (**37**) wordt nu door een veer, niet zichtbaar in de teekening, naar links teruggetrokken en dadelijk begint de secunden-magneet (M^{V}) het wagentje weer op te trekken. De tweede lijn zou op de eerste vallen, daar de trommel stilstaat. Daarom sluit het gevallen gewicht bij **) nog een stroom (—·—·—·—·—·—·—·—·—·—), die magneet (M^{VII}) activeert[1]). Deze magneet trekt een anker met pal aan (**50**), waardoor de trommel 1,5 mM., langs zijn omtrek, wordt gedraaid. Daar de trommel groote traagheid heeft, wordt de schok door een olie-pompje (**54**) gebroken, om te ver doorloopen te voorkomen, terwijl een tegenpal (**51**) terugdraaiing belet. Zoodra, met het wagentje, het gewicht weer wordt opgetrokken, wordt de stroom verbroken, doordat hefboom (**48**) omhoog gaat door een tegenwicht aan den korten hefboomsarm.

Op deze wijze zal nu een reeks lijnen ontstaan, 1,5 mM. van elkaar, wier lengte in mM. aangeeft, hoeveel secunden de plant noodig heeft gehad, om b.v. 10 μ te groeien. De toppen dier lijnen tot een kromme verbonden, reproduceeren het verloop van het groei-proces (fig. 6).

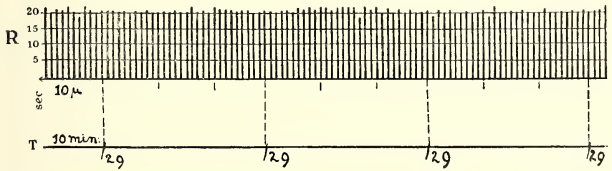


Fig. 6. Iets verkleinde reproductie van de registratie van 1 mM. groei in donker.
R = lijnen, die elk den tijd geven, gedaan over 10 μ groei.
T = tijdlijn.
Telkens is de groei in 10 min. 290 μ.

Er is, ten einde vergelijking mogelijk te maken met andere onderzoekingen, een tijdsein (**58**) aangebracht, dat, b.v. elke 10 minuten, een sein geeft. Het aantal lijnen tusschen twee tijdseinen geeft op 10 μ afgerond den groei gedurende dien tijd. Met een tweede signaal (**59**) kan men vanuit de kamer, waar de plant groeit, seinen, op welk oogenblik is belicht, enz. Het papier is opgerold op een tweeden

[1]) Om zoo min mogelijk last van vonken te hebben, zijn aan de wip blaasspoel-contacten aangebracht.

cylinder en wordt beschreven op een koperen plaat (**57**), zoodat het schrijf-niveau constant is, terwijl de trommel zelf dikker wordt. De verdeeling van het beschreven papier geschiedt doordat stijve borstels, gelijmd op een metalen strook (**60**), op 5 mM. onderlingen afstand, door de nog natte inkt sleepen.

Groeit de plant verkeerd, dan maakt deze niet langer contact. De registratie wordt nu uitgeschakeld, doordat het wagentje (**34**) geheel wordt opgetrokken en een hefboom (**55**) uit een kwikbakje (**56**) omhoog duwt. Door deze hefboom (weggelaten op fig. 4) gaat de stroom van den secunden-magneet (M^v); deze stroom wordt aldus verbroken.

Het geheele apparaat werd vervaardigd door den Heer P. A. de Bouter, amanuensis aan het Botanisch Laboratorium te Utrecht, aan wiens vakkennis ik menig denkbeeld dank. Voor de groote toewijding en zorg, waarmede hij ieder onderdeel construeerde, betuig ik hem mijn besten dank.

Utrecht, November 1921. *Botanisch Laboratorium.*

Physiologie. — K. LANDSTEINER: *„Over het samenstellen van heterogenetisch antigeen uit hapteen en proteine".*

(Aangeboden door de Heeren C. H. H. SPRONCK en C. EIJKMAN).

In vroegere mededeelingen [1]), waarin ook de betreffende citaten vermeld zijn, ben ik tot de gevolgtrekking gekomen, dat het eigenaardige gedrag van heterogenetisch antigeen waarschijnlijk daarop berust, dat dit uit een in alcohol oplosbaar deel, misschien van lipoiden aard, en uit proteine is opgebouwd, met dien verstande, dat het in alcohol oplosbare deel, hapteen genoemd, specifiek in vitro bindt, dat echter antigeeneigenschappen alleen aan het geheele complex (hapteen + proteine) toekomen. Deze zelfde opvatting werd sindsdien ook door TANIGUCHI [2]) verdedigd.

Het kwam mij gewenscht voor, deze opvatting door een direct bewijs te ondersteunen en derhalve werd getracht of het mogelijk was, het hapteen door kunstmatige combinatie met een eiwit, dat zelf geen heterogenetisch antigeen bevat, tot een heterogenetisch antigeen te maken. Deze poging, die a priori niet veel kans op slagen scheen te bieden, wijl dergelijke verschijnselen nog niet bekend waren, leidde inderdaad tot een positief resultaat.

Van vijf groepen van konijnen werd elke groep intraperitoneaal ingespoten met één der volgende stoffen:

1°. Varkensserum, tienvoudig verdund met keukenzout-oplossing.

2°. Het alcoholisch extract van paardennier geëmulgeerd in 0,9 °/₀ NaCl oplossing.

3°. Als 1, maar ½ uur op 80 °/₀ verwarmd.

4°. Extract van paardennier in 10voudig verdund varkenserum geëmulgeerd.

5°. Als 4 maar ½ uur op 80 °/₀ verwarmd.

Van deze oplossing werd den konijnen zesmaal telkens met een interval van een week 5 cc. ingespoten. De oplossingen werden gedurende eenigen tijd na toevoeging van ¼ °/₀ phenol, in de ijskast bewaard. Een week na de laatste inspuiting werd de haemolytische werking van deze sera op schapenbloed onderzocht.

---

[1]) Kon. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam 26 Febr. 1921. p. 1118. Biochem. Zeitschr. **119**, 294 (1921).

[2]) Journ. Pathol. a. Bacter. **24**, p. 253, 254, Juli 1921.

De in dit onderzoek benutte techniek en de aanduiding der resultaten zijn dezelfde als in de vorige mededeeling (m. sp. = minim. sp.)

In onderstaande tabel staan de resultaten vermeld van de haemolyse.

Injectie van	Varkensserum				Nierextract				Varkensserum verwarmd			Nierextract + Varkensserum				Nierextract + Varkensserum verwarmd			
Haemolyse.	0	0	0	m.sp.	0	0	0	sp.	0	0	0	c.	d.	zw.	m.sp.	sp.	st.	zw.	b.c.

De hier vermelde proeven zullen later elders uitvoerig gepubliceerd worden. Het verkregen resultaat geeft aanleiding verder te onderzoeken, of ook *met andere stoffen* als het hier gebruikte heterogenetische hapteen, op een dergelijke wijze antigeen-werkingen te verkrijgen zijn.

Dierkunde. H. Boschma: „*Knopvorming en Vergroeiing van Knoppen bij Fungia fungites en Fungia actiniformis*".

(Aangeboden door de Heeren C. Ph. Sluiter en Max Weber).

Knopvorming aan volwassen koralen van het geslacht *Fungia* is het eerst waargenomen door Semper[1]) bij een exemplaar dat, waarschijnlijk door een stoot, omgekeerd was komen te liggen. De septen waren nu om den rand heen verder gegroeid en op verschillende plaatsen waren op den oorspronkelijken onderkant nieuwe monden ontstaan, om welke de later gevormde septen min of meer radiair gerangschikt waren. Semper trekt hieruit de conclusie: „Es geht daraus hervor, dass alle diese Polypen ohne Ausnahme die Fähigkeit besitzen, an ganz beliebigen Stellen ihres Körpers neue Individuen zu erzeugen, wenn durch irgend eine Ursache — physiologisch-chemische oder rein mechanische — ein besonderer Anstoss zum Hervortreiben plastischer Massen gegeben ist"[2]). Naar de figuur (Taf. XXI, fig. 3) te oordeelen, zijn althans enkele van deze knoppen als calicale te beschouwen, daar zij geheel op den omgekrulden rand liggen. Mogelijk is natuurlijk, dat het laterale knoppen zijn, die ontstaan zijn ten gevolge van het verbreeden van een aantal stekels tot septen, een proces, dat bij de gewone laterale knopvorming goed te vervolgen is.

Laterale knopvorming (aan den onderkant van de schijf, welke kant overeenkomt met den zijkant van andere koralen) komt tamelijk algemeen voor bij *Fungia fungites* (L.)[3]). Deze wijze van ongeslachtelijke voortplanting is door Döderlein[4]) uitvoerig beschreven, hij geeft echter geen oorzaak op waardoor deze knopvorming tot stand gebracht wordt, misschien wel omdat Döderlein geen versch materiaal tot zijn beschikking had. Bij een groot aantal *Fungia fungites*, die ik bij het eiland Edam in de Baai van Batavia verzamelde, waren

---

[1]) C. Semper. Ueber Generationswechsel bei Steinkorallen und das M. Edwards'sche Wachsthumsgesetz der Polypen. Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. XXII. 1872.

[2]) l. c. pag. 275.

[3]) Semper vermeldt bovendien een geval van knopvorming aan den onderkant van een exemplaar van *Fungia Linnaei* Val. (= *F. repanda* Dana) (l. c. pag. 275, noot 1).

[4]) L. Döderlein. Die Korallengattung *Fungia*. Abh. der Senckenb. naturf. Ges. Bd. XXVII, 1902.

aan den onderkant knoppen in verschillende stadia van ontwikkeling te vinden; deze bevinden zich bijna altijd in de onmiddellijke nabijheid van een gedeelte van de moederkoraal, dat sterk met algen begroeid is. Ook komt het vaak voor, dat een knop ontstaat aan den onderkant, juist onder een gedeelte waar de bovenkant met algen begroeid is. Wanneer een deel van een *Fungia fungites* door wieren aangevallen wordt, oefenen deze een prikkel uit op het omgevende weefsel, dat daardoor een sterkere activiteit van groei vertoont. Deze sterkere groei-activiteit uit zich ook in een verhoogde skeletproductie, waardoor aan den onderkant grootere stekels, die ook vertakt kunnen zijn, of zelfs knoppen gevormd worden; aan den bovenkant komen door dezen intensieveren groei nieuwe septen tot stand, die vaak onregelmatig gevormd zijn, en in enkele gevallen worden knoppen gevormd.

Döderlein vermoedde reeds, dat ook calicale knopvorming bij *Fungia fungites* voorkomt, hij heeft het echter niet met zekerheid kunnen constateeren. Bij een paar exemplaren van deze soort van Edam waren min of meer duidelijke knoppen aan den bovenkant van de schijf gevormd, waarbij vooral één exemplaar opviel. Bij deze *Fungia* (Fig. 1) is een gedeelte der schijf begroeid met wieren van verschillende soorten en kokerwormen, waardoor de weefsels van het koraaldier op deze plek vernietigd zijn. Ook de mond is door algen overwoekerd. Nu heeft rondom het aangetaste deel een sterkere groei plaats gevonden, waardoor aan de randen van het

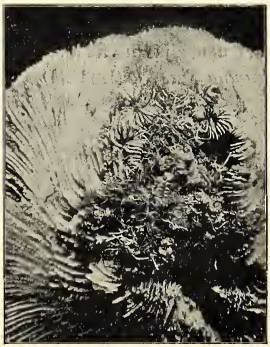


Fig. 1. *Fungia fungites*. Bovenkant. Calicale knopvorming rondom een met wieren en andere organismen begroeid gedeelte. 3/5 nat. gr.

vernietigde weefsel overal nieuwe septen gevormd zijn. Aan de van het aangetaste deel afgewende zijde zijn naast deze nieuwe septen monden ontstaan, zoodat tenslotte de Fungia in plaats van den ouden mond, die verloren gegaan was, een twintigtal nieuwe, kleine monden rondom de met algen begroeide zone bezat. Enkele van deze monden zijn rondom omgeven door nieuwe septen (in de figuur aan den bovenkant); deze knoppen hebben daardoor een regelmatiger uiterlijk dan de andere, waar de mond aan den eenen kant omgeven is door een halven kring van nieuwe, jonge septen, die zich aan den anderen kant aansluiten aan de onaangetaste septen van het moederdier [1]).

Ook aan den rand van de schijf kunnen bij *Fungia fungites* knoppen ontstaan, door afsnoering van een gedeelte van de septen van het moederdier en vorming van een nieuwen mond. Dit is dan dus ook een geval van calicale knopvorming. Het begin hiervan vertoont het exemplaar, waarvan in fig. 2 een gedeelte afgebeeld is. Aan den onderkant bevindt zich hier op eenigen afstand van den rand een

Fig. 2. *Fungia fungites*. Onderkant. Een gedeelte van den rand is naar den onderkant toe uitgegroeid. 3/5 nat. gr.

groef en waarschijnlijk is dit een litteeken van een oude wond en is later de rand door regeneratie op deze plaats vernieuwd. Aan de peripherie is een gedeelte van den rand naar onderen omgebogen, de rand is hier als het ware dubbelgevouwen en gedeelten van de septen bevinden zich aan den onderkant van de schijf. Overigens maakt deze Fungia een zeer normalen indruk. Wanneer nu dit omgebogen gedeelte afgesnoerd wordt, krijgen wij ook hier een knop,

[1]) De algenwoekering heeft zich bij dit exemplaar dwars door de schijf voortgezet tot aan den onderkant (bij *F. fungites* is de schijf van openingen voorzien), waardoor ook hier een aantal (laterale) knoppen ontstaan zijn, hoewel slechts een klein deel van het weefsel van den onderkant vernietigd is. Deze knoppen zijn vrij groot (de grootste is 32 bij 25 m.m. groot), de oudste knoppen hebben reeds een duidelijken verbreeden rand, zoodat zij met een steel aan den onderkant vastzitten.

en wel een calicale knop, die zich aan den onderkant van de moederkoraal bevindt.

Een verder stadium van deze knopvorming is bij een ander exemplaar (fig. 3) zichtbaar. Hier heeft zich, evenals bij de vorige, de rand op één plaats omgebogen naar onderen, maar de septen gaan hier niet geleidelijk over in die van de moederkoraal, de knop is

Fig. 3. *Fungia fungites.* Onderkant. Calicale knopvorming aan den rand. 3/5 nat. gr.

hier reeds min of meer zelfstandig geworden. Een mond is reeds gevormd en deze is geheel door septen omgeven, zoodat een scheiding tusschen den knop en het moederdier tot stand gekomen is. Hier is reeds duidelijk aan te geven welk gedeelte bij den knop behoort en welk deel bij de oude koraal, wat in het boven beschreven geval nog niet mogelijk was. Wanneer nu deze scheiding nog sterker wordt, maakt het geheel den indruk van een knop, die zich aan den onderkant bevindt en zulk een knop zou dan als latere knop beschouwd worden, hoewel hij ab origine een calicale was.

Op deze manier zijn misschien enkele van de knoppen van het door Semper afgebeelde en boven aangehaalde exemplaar ontstaan, daar in de figuur de septen van de oude koraal die van de knoppen aanraken.

De boven behandelde knoppen zijn alle òf ongesteeld òf zijn van een zeer korten steel voorzien. Bij een exemplaar vond ik aan den onderkant een langer gesteelde knop, zooals de jonge knoppen aan een anthocormus gewoonlijk gevormd zijn. Van de bedoelde Fungia is de bovenkant van de schijf geheel normaal, terwijl de onderkant van die van normale exemplaren afwijkt (fig. 4). Het centrale deel is van den rand vrij scherp gescheiden, terwijl een gedeelte van dit middenstuk dood is. Het maakt geheel den indruk, dat toen deze koraal een doorsnede had van ongeveer 3 cm. de weefsels van de eene helft door een of andere oorzaak te gronde gegaan zijn, terwijl daarna vanuit de andere helft een regeneratie plaats gevonden heeft,

waardoor de koraal tenslotte uitgegroeid is tot 8 à 9 cm. en verder een normaal niterlijk heeft. Alleen is het doode gedeelte blijven

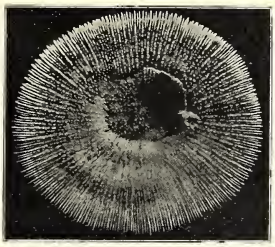


Fig. 4. *Fungia fungites.* Onderkant. Gesteelde knop aan een dood gedeelte in het midden. ½ nat gr.

bestaan en zit als een schub tegen het levende deel aan. Aan dit doode gedeelte bevindt zich nu een gesteelde jonge knop met een diameter van 6 mm., terwijl de steel zelf 8 mm. lang is. Het uiteinde is nog niet tot een schijf verbreed.

Dit is een geval, dat eenigszins herinnert aan het eerst door STUTCHBURY[1]) (bij *F. agariciformis* = *F. fungites*) beschreven voorkomen van een groot aantal jonge gesteelde Fungia's op de doode schijf van een koraal van dezelfde soort. Bij de Fungia's, die ik bij het eiland Edam verzamelde, waren ook eenige die dit vertoonden. Aan den onderkant bevonden zich bij één exemplaar nog restjes van levend weefsel, verder waren alle weeke deelen van deze koralen verdwenen en hadden er zich hier en daar wieren en kalkkokerwormen op vastgezet. Aan den rand bevinden zich bij alle exemplaren een groot aantal knoppen, terwijl bij een paar ook nog in het meer centrale gedeelte van den onderkant knoppen gevormd zijn. Van deze laatste knoppen is de steel overal even breed, in tegenstelling met vele van den rand, waarvan de steel aan den bovenkant verbreed is tot een schijfvormige jonge Fungia De steel van vele knoppen, die aan den rand van den onderkant vastzitten, is omgebogen, zoodat zich de schijf van de jonge Fungia aan den bovenkant van den rand van de oude koraal bevindt. Sommige van deze jonge koralen zijn met algen begroeid, de meeste zijn geheel levend en zien er zeer normaal uit.

---

[1]) S. STUTCHBURY, An Account of the Mode of Growth of Young Corals of the Genus Fungia. Trans. Linn. Soc. London, Vol. XVI, 1833.

STUTCHBURY [1]) beschouwt dit voorkomen van jonge koralen op een doode schijf van dezelfde soort als een toevallig iets („I consider the cases in which young *Fungiae* are found fixed to the underside of others of the same species, to arise from the accidental attachment of the young polype"), terwijl SEMPER de opvatting verdedigt, dat deze jonge koralen op de plaats zelf ontstaan zijn door knopvorming van de koraal, waarbij de oorzaak voor de knopvorming in verandering van de natuurlijke ligging te zoeken is.

MOSELEY [2]) vond, eveneens bij *Fungia fungites* [3]), een gedeelte van een zeer groote doode Fungia geheel bezet met talrijke jonge kolonies van verschillenden ouderdom. Deze zijn volgens MOSELEY uit larven ontstaan, die zich op de doode Fungia vastgezet hadden.

Ook SAVILLE KENT beschrijft deze Fungia's met jonge gesteelde exemplaren (bij *F. discus* = *F. fungites*) en beeldt een van deze met 13 gesteelde jonge koralen aan den bovenkant af (Plate XXIV, fig. 1). Hoewel hij zich niet voor een van beide meeningen verklaart, lijkt het hem toch het meest waarschijnlijk, dat wij hier met een geval van knopvorming te doen hebben: „It is a moot point whether this luxuriant colony of Nursestocks arose fortuitously from different sources, or in a single embryonic swarm from some more distant corallum, or whether they may not represent the product of the expiring vital energy of the defunct adult corallum to which they are united. The latter interpretation appears to be the most reasonable." [4])

Volgens DÖDERLEIN heeft het voorkomen van kolonies van jonge Fungia's op doode koralen van dezelfde soort niets met knopvorming te maken; deze jonge koralen zouden uit larven ontstaan zijn die van elders kwamen.

De exemplaren die ik bij Edam verzamelde lagen alle in den natuurlijken stand, met den mond naar boven. Zij vertoonen enkele eigenaardigheden, die er op wijzen, dat wij hier met echte knopvorming te doen hebben. De bedoelde specimina (verg. fig. 5) wijken af van die, welke STUTCHBURY, MOSELEY en SAVILLE KENT beschreven, daar aan den bovenkant van de schijf slechts aan den rand jonge polypen voorkomen en niet in het centraal deel. Ook bereiken deze

---

[1]) l. c. pag. 497.

[2]) H. N. MOSELEY, Notes by a Naturalist on the Challenger. London, 1872.

[3]) Door QUELCH gedetermineerd als *Fungia discus* (= *F. fungites*).

(J. J. QUELCH, Report on the Reef-Corals. Challenger Exp. Zoology, Vol. XVI, 1886).

[4]) W. SAVILLE KENT, The Great Barrier Reef of Australia. London 1893, pag. 38.

knoppen niet de grootte van die van de door SAVILLE KENT afgebeelde Fungia. Aan elk exemplaar bevinden zich een groot aantal

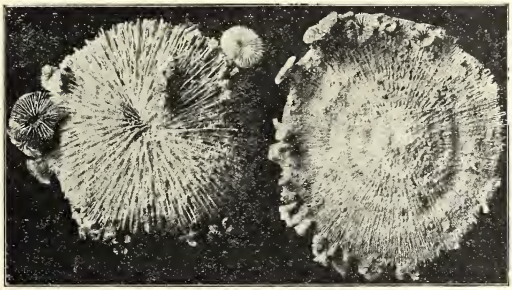


Fig. 5. *Fungia fungites.* Het bovenste exemplaar van boven, het onderste van beneden gezien. Knopvorming aan den rand van bijna geheel door parasieten overwoekerde individuen. 3/8 nat. gr.

van deze jonge koralen, bij een specimen bedraagt het geheele aantal knoppen 73 stuks. Dat wij hier werkelijk met knopvormig van de oude koraal te doen hebben is althans zeer waarschijnlijk, daar het volgende voor deze opvatting pleit:

1°. De rest van de moederkoraal is geheel of bijna geheel dood. Knopvorming wordt zooals wij boven gezien hebben, door algenparasitisme sterk in de hand gewerkt, en het is ook hier waarschijnlijk ontstaan als laatste uiting van levensbehoud van een ten doode opgeschreven individu.

2°. Slechts aan den rand, en verder niet op den bovenkant vinden wij deze gesteelde knoppen. Wanneer deze jonge koralen uit larven ontstaan waren, zouden zij niet zoo regelmatig in één rij langs den rand gerangschikt zijn.

3°. Ook aan den onderkant bevinden zich enkele knoppen, vrij ver van den rand. Wanneer een Fungia door algen aangevallen wordt, blijft het weefsel van den onderkant nog het langst intact, daar de wieren door de schijf heen moeten groeien om ook dit aan te tasten.

Vandaar dat, terwijl het weefsel van den bovenkant reeds geheel door algen vernietigd is, aan den onderkant nog resten van weeke deelen kunnen voorkomen, die aanleiding kunnen geven tot vorming van knoppen. Deze knoppen ontwikkelen zich niet zoo goed als die

aan den rand, hun uiteinde is niet schijfvormig verbreed, waarschijnlijk tengevolge van gebrek aan licht. Juist voor deze knoppen kan onmogelijk de opvatting verdedigd worden, dat zij zijn ontstaan uit larven, die zich hier vastgezet hebben. De onde Fungia ligt plat op den bodem, de randen zijn zelfs nog met sediment bedekt[1]) en daardoor is de onderkant geheel afgesloten van de omgeving, zoodat zich daar geen larven kunnen vastzetten, afgezien nog van de zeer ongunstige plaats die deze knoppen ten opzichte van het licht innemen.

4°. Slechts op de schijf van de doode Fungia en niet op de doode koraalfragmenten in den naasten omtrek vond ik deze gesteelde jonge Fungia's. Wanneer deze jonge polypen ontstaan waren uit een zwerm larven, die zich tegelijk of op verschillende tijdstippen vastgezet hadden, zouden tenminste wel enkele een vasthechtingsplaats in de nabijheid gevonden hebben.

Kolonies van vastzittende jonge Fungia's (Anthocormus) zijn vooral bekend van *Fungia fungites*. Van *Fungia actiniformis* Q. et G. zijn vastzittende jonge koralen door Studer[2]) beschreven, later is van anthocormusvorming bij deze soort niet meer melding gemaakt. Toch schijnt het niet zeldzaam te zijn, daar ik op het rif rondom Edam een 24-tal jonge kolonies van *Fungia actiniformis* verzamelde. Het aantal knoppen aan elken anthocormus is zeer verschillend, aan één exemplaar bevinden zich 48 knoppen of stelen, waarvan de jonge koraal losgelaten heeft. Op een aantal van deze stelen is reeds een nieuwe knop bezig zich te ontwikkelen. De grootste jonge Fungia, die aan een anthocormus vastzittend gevonden werd, heeft een diameter van 5 cm.

Behalve de knopvorming aan den anthocormus komt bij *Fungia actiniformis* ook laterale knopvorming voor. De manier van laterale knopvorming, die bij *F. fungites* een vrij algemeen voorkomend iets is, wanneer de weefsels van deze soort gedeeltelijk door algen verwoest zijn, schijnt bij *F. actiniformis* zeer zeldzaam te zijn. Ik vond slechts één exemplaar, dat deze manier van knopvorming vertoonde. Bedoelde Fungia was voor drie vierde gedeelte dood, slechts het

---

[1]) Een levende Fungia verwijdert voortdurend het sediment, dat op den bovenkant valt, door het te omhullen met een slijmlaag, die telkens vanaf het centrum over den rand heen verwijderd wordt.

[2]) Th. Studer, Uebersicht der Steinkorallen aus der Familie der *Madreporaria aporosa, Eupsammina* und *Turbinaria*, welche auf der Reise S. M. S. Gazelle um die Erde gesammelt wurden. Monatsber. K. Preuss. Ak. der Wiss. Berlin 1877.

overblijvende deel was met levend weefsel bedekt en droeg tentakels. Aan den onderkant bevindt zich nu, op de grens van het doode en het levende gedeelte, nog in dit laatste, een knop, ongeveer halverwege den rand en het midden. De septen van den knop, die duidelijk radiair gerangschikt zijn, zijn gemodificeerde stekels, maar veel grooter dan die van de omgeving en duidelijk afgeplat. De septen zijn over hun geheele lengte met de onderzijde van de moederkoraal verbonden, een steel is nog niet gevormd.

Een andere, zeer eigenaardige manier van knopvorming schijnt bij *F. actiniformis* vrij veel voor te komen; ik vond bij Edam 10 exemplaren die deze manier van knopvorming vertoonden.

Deze knoppen komen voor aan de onderzijde, vastzittend aan het litteeken, waarmee de koraal in haar jeugd vastgehecht geweest is aan den steel van de anthocormus (fig. 6). Dit litteeken is met levend weefsel bedekt, dat zich voortzet in het weefsel van den knop. De

Fig. 6. *Fungia actiniformis.* Onderkant van drie levende exemplaren met knopvorming aan het litteeken.

knoppen hebben duidelijke tentakels en maken verder een geheel normalen indruk, alleen zijn de weeke deelen lichter gekleurd dan die van den bovenkant van het moederdier. Daar de knoppen zich aan den onderkant bevinden, zijn zij van het licht afgesloten, wat wel de oorzaak zal zijn van de lichtere kleur van hun weefsel. Wanneer deze knopvorming voorkomt, vindt men gewoonlijk één knop aan het litteeken, soms twee. Bij de oudere knoppen van deze soort is de bovenkant reeds duidelijk schijfvormig verbreed, zoodat zij kort gesteeld zijn. Het skelet is regelmatig gebouwd, op de manier als dat van de jonge knoppen van een anthocormus, het is echter zeer dun en breekbaar. Een reden voor het ontstaan van deze

knoppen is moeilijk op te geven; de exemplaren, waarbij het voorkomt, zijn reeds geslachtsrijp, met een doorsnede van meer dan 5 cm. en maken overigens een geheel normalen indruk. Ook hebben zij niet van algenparasitisme te lijden gehad, zoodat ook dat niet deze knopvorming veroorzaakt kan hebben. Waarschijnlijk raken deze knoppen later los, maar komen dan onder de schijf van de moederkoraal te liggen, zoodat zij dan in zeer ongunstige omstandigheden verkeeren.

Behalve de vorming van knoppen aan den anthocormus is knopvorming bij *Fungia fungites* en *F. actiniformis* steeds een abnormaal verschijnsel. In bijna alle gevallen waar ik knoppen waarnam was aan te toonen, dat zij ontstaan waren door vermeerderden groei van het weefsel tengevolge van wieren of andere organismen, die zich hier vestigden.

Slechts één categorie van knoppen maakt hierop een uitzondering, nl. de knoppen op het litteeken van *F. actiniformis*. Nu is dit litteeken wel de plaats van een oude wond, maar zelfs zeer jonge, kortgeleden van den steel afgevallen Fungia's hebben deze wondvlakte reeds weer met levend weefsel bedekt. Er is dan ook moeilijk een reden aan te geven voor het ontstaan van deze vernieuwde activiteit van groei aan het litteeken, die aanleiding geeft tot de vorming van deze knoppen. Hoewel zij een normaal en regelmatig uiterlijk hebben, verkeeren zij toch in ongunstige omstandigheden om zich verder te ontwikkelen.

De meest succesvolle wijze van knopvorming aan volwassen Fungia's is wel die uit de resten van het levende weefsel van een bijna geheel door wieren en andere organismen overwoekerde schijf van *Fungia fungites*. Hier zijn de knoppen even normaal gevormd als die van een anthocormus, waarom dan ook vele onderzoekers deze knoppen beschouwen als direct te zijn ontstaan uit larven.

Aan een anthocormus vormen zich spoedig een groot aantal knoppen dicht bij elkaar, waarvan de meeste op zij van hun steel weer nieuwe knoppen doen ontstaan. Wanneer nu de anthocyathus der knoppen zich meer en meer vergroot, komt dit verbreede uiteinde dikwijls tegen de schijf van een naburige jonge Fungia aan, zoodat zij op die plaatsen niet verder in de breedte kunnen groeien. Op deze wijze komen abnormaal gevormde jonge Fungia's tot stand, zooals aan vele kolonies waar te nemen is. De anthocyathus is in vele gevallen hierdoor in één richting verlengd of hoekig met afgeplatte kanten.

Ook kan het gebeuren, dat de onderkanten van twee jonge Fungia's door deze nauwe aanraking met elkaar vergroeien, de knoppen vallen dan tenslotte samen af en blijven met elkaar verbonden. Aan een anthocormus van *Fungia actiniformis* vond ik twee van deze jonge knoppen, waarvan de onderzijde op één plaats met de andere vergroeid was. De septen van den eenen anthocyathus zijn nog geheel gescheiden van die van den anderen. Deze knoppen hebben bij het transport van hun stelen losgelaten, maar zijn met elkaar verbonden gebleven.

Ook komen, niet al te zeldzaam, oude Fungia's voor, bij welke uit te maken is, dat zij door de samengroeiing van twee knoppen ontstaan zijn; dit is met zekerheid aan te toonen, daar zulke dubbele exemplaren steeds twee litteekens aan den onderkant bezitten (verg. fig. 7). Wanneer deze tweelingen door de vergroeiing van twee ongeveer even onde Fungi's ontstaan zijn, vinden wij aan dien bovenkant twee monden met de omgevende septen, welke laatste op de

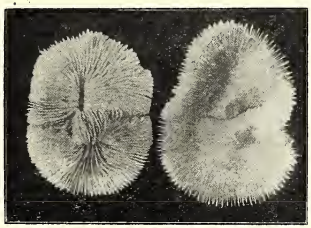


Fig. 7. *Fungia fungites.* Tweelingen, ontstaan door vergroeiing van twee knoppen van een anthocormus. Links een exemplaar van boven, rechts een van beneden gezien, $^{2}/_{5}$ nat. gr.

grens van de twee individuen onregelmatig met elkaar vergroeid zijn. Nu kan uit dit voorkomen van twee of meer monden aan de bovenzijde van een Fungia niet dadelijk geconcludeerd worden, dat zulk een koraal ontstaan is uit meerdere individuen, want wanneer door een of andere oorzaak in een gedeelte van den rand een sterkere groei optreedt, dan in het overige deel, dan komen vaak plooien tot stand, die zich vrij ver naar boven als een dubbelgevouwen opstaande rand kunnen uitstrekken. Zet zich deze plooivorming tot aan den mond voort, dan is het resultaat hiervan dikwijls een deeling van den oorspronkelijken mond in kleinere, terwijl zich dan rondom deze nieuwe monden de later gevormde septen zoo veel mogelijk

radiair rangschikken. Bij Edam vond ik dergelijke exemplaren zoowel van *F. fungites* als van *F. actiniformis*, maar aan de onderzijde blijkt duidelijk, dat wij hier met één individu te maken hebben, daar zich hier slechts één litteeken bevindt[1]).

Wanneer de knoppen die met elkaar vergroeien, vrij veel in grootte verschillen, kunnen vormen ontstaan, die doen denken aan knopvorming aan de onderzijde van een volwassen individu, zooals een specimen van *F. actiniformis* dat ik bij Edam vond, zeer fraai laat zien. Hier is aan den onderkant van een Fungia van 10 cm. doorsnede een jonge koraal van dezelfde soort van 4 cm. diameter met een gedeelte van haar onderzijde aan de eerste vergroeid[2]).

De septen van de kleine Fungia, die naar het centrum van de grootere toe gekeerd zijn, zijn weinig ontwikkeld, daar zij den grond aanraakten. De andere kant bezit goed ontwikkelde septen en droeg in levenden toestand lange tentakels. De mond ligt daardoor vrij ver excentrisch. De grootere Fungia heeft zich verder tot een normaal individu ontwikkeld, de kleine werd geheel door deze bedekt en was bovendien gedeeltelijk met wieren begroeid, die ook de scherpe contouren van het litteeken vervaagd hebben.

Bij *Fungia actiniformis* bevindt zich aan den onderkant in het centrum gewoonlijk een afgeknot kegelvormige verhooging, waarvan het afgeplatte gedeelte het meestal zeer scherp begrensde litteeken van de vasthechtingsplaats aan den anthocaulus is. Nu komt soms een exemplaar voor met gesteelde knoppen op zij van dit kegelvormige gedeelte. Ik vond er bijv. een van 43 mm. doorsnede, dat op zij van het verhoogde deel aan den onderkant twee knoppen droeg met een doorsnede van 3.5 en 3 mm., het periphere deel van den steel was nog niet schijfvormig verbreed. De lengte van deze knoppen vanaf de basis tot de septen bedroeg resp. 6 en 5 mm. Deze knoppen komen geheel overeen met jonge Fungia's van een anthocormus, men vindt ze zóó gewoonlijk aan den steel van een onderen knop als zijtakken. In normale gevallen bevinden zij zich onder de plaats, waar later de jonge Fungia van den steel zal loslaten, zoodat zij zich, wanneer deze eindknop afgevallen is, verder kunnen ontwikkelen. Zooals uit het beschreven voorbeeld blijkt, kan soms het weefsel boven de gepraeformeerde breukvlakte ook knoppen doen ontstaan, die dan echter, wanneer de eindknop afvalt van den antho-

---

[1]) Ook QUELCH (l. c. pag. 131) maakt melding van het voorkomen van dergelijke abnormale individuen.

[2]) De ribben van de kleinere Fungia zijn op de bedoelde plaats vergroeid met die van de grootere; wanneer wij hier een geval van knopvorming hadden, zouden deze ribben vrij zijn.

caulus, aan den onderkant van de jonge Fungia blijven zitten en daardoor in ongunstige omstandigheden komen voor verdere ontwikkeling. Bovenstaande verklaring lijkt mij waarschijnlijker dan dat wij hier een geval van laterale knopvorming hebben, ontstaan nadat de jonge Fungia van de anthocormus losgelaten heeft. De grootte van deze koraal wijst er op, dat hij nog pas kort geleden van den steel losgelaten heeft.

Bij *Fungia actiniformis* heeft het litteeken een scherpen rand, de grens tusschen het litteeken en den overigen onderkant blijft scherp, ook bij oude exemplaren van deze soort. Hierdoor is bij *F. actiniformis* gemakkelijker uit te maken of een vergroeid uitziend exemplaar werkelijk uit twee knoppen ontstaan is, dan wel door abnormalen groei van één specimen. Het litteeken van *F. fungites* wordt bij oudere exemplaren minder duidelijk, maar bij kleinere is het toch meestal nog goed zichtbaar. Aan de in fig. 7 afgebeelde exemplaren waren de litteekens duidelijk waarneembaar, zoodat wij hier zonder eenigen twijfel met een geval van vergroeiing op de anthocormus te doen hebben. Vastzittende gesteelde samengegroeide anthocyathi van *F. fungites* heb ik niet kunnen vinden.

Treub-Laboratorium Buitenzorg, Augustus 1921.

Palaeontologie. — J. Hofker: *„Beschrijving van een exemplaar van Pterodactylus longirostris Cuvier"*.

(Aangeboden door de Heeren K. Martin en L. Bolk).

Het stuk, te Solnhofen gevonden, werd door het Geologisch Museum te Leiden aangekocht onder den naam van Pt. crassirostris Goldf. Het bevindt zich op een kalkplaat, welke schuin doormidden gebroken is. Het allervoorste deel van den kop is verloren gegaan. Het dier ligt op de linkerzijde, de kop is sterk rugwaarts gekromd, de wervelkolom ten deele onder den kop verborgen. De vliegvingers zijn sterk opgetrokken, zooals men dat bij vele exemplaren vindt, die, evenals ook dit, in zeer verschen toestand bedolven zijn geraakt in de Solnhofer kalk. Het feit, dat overal de gewrichten nog met gewrichtskapsels bedekt zijn, en de onveranderde ligging der beenderen ten opzichte van elkaar, steunt dit vermoeden. Door den barst in den steen is een gedeelte van de borst verloren gegaan, waardoor het determineeren der daar gelegen beenfragmenten bemoeilijkt wordt. Van een pteroid is niets te vinden, ook het bekken is niet voldoende vrij gepraepareerd. Van de linkerhand zijn de vingerkootjes der gewone vingers afgebroken; de achterpooten zijn bijzonder gaaf.

Schedel.

Van den schedel, waar men schuin boven op ziet, is het voorste stuk, zooals gezegd, afwezig. Het middelste stuk is geheel versplinterd, het achterste echter bijzonder goed bewaard gebleven. Eigenlijke naden zijn niet te zien, wel hier en daar groeven als aanduiding van de scheidingslijn tusschen twee beenderen.

Het supraoccipitale loopt uit in een crista, welke van achteren plat is afgeknot, rostraal zich versmalt, om dan in den schedel af te loopen. Deze verhevenheid loopt mediaan van den schedel rostraalwaarts nog een eind, tot ongeveer ter hoogte van den achterrand der orbitae, door. De parietalia zijn vogelachtig gewelfd. Postfrontale, postorbitale en jugale vormen den achterrand van de orbita, welke naar voren uitspringt en de beide temporaalgroeven van voren begrenst, waarvan evenwel alleen de onderste duidelijk is waar te nemen. In de buurt van het quadratum vindt men onder elkaar twee beensplinters, waarvan de onderste en achterste misschien het quadratum, de voorste het quadrato-jugale

moeten heeten. Het jugale vormt ook den onder-voorrand van de orbita, en zendt een puntig uitsteeksel naar boven, dat naar binnen gedrukt is, evenals het daarmee correspondeerende uitsteeksel van het praefrontale-lacrimale, dat de orbita van boven omsluit. Ook de frontalia vormen een duidelijk uitstekende lijst, welke tusschen de orbitae begint en langs den snuit naar voren afloopt. Het naso-praemaxillare vormt een voor de praeorbitale-nasale-opening afhangende beenplaat, die het voorste deel van den snuit bedekt. De onderkaak is onder den voorrand van de orbita met den schedel verbonden, en ook grootendeels versplinterd, evenals de bovenkaak, waarvan echter een achttal puntige, korte, min of meer gebogen tandjes zichtbaar zijn, waarvan de achterste onder de praeorbitaal-opening zijn ingeplant. Van de onderkaak is maar één tandje vooraan te zien. Een van het frontale naar beneden hangend wigvormig beenstukje scheidt de praeorbitale en nasale openingen onvolledig van elkaar. In de basis van de orbita ziet men een dun beenstukje liggen, dat misschien als een stuk van het pterygoid of als een ramus van het hyobranchiale te duiden is.

Lengte kop: ± 12 cm.; hoogte langs achterrand orbita: 1,8 cm.; hoogte orbita 1,2 cm.; lengte van de kroon der tanden: ± 0,1 cm.

Wervelkolom.

Van de wervelkolom zijn de eerste halswervels onder den kop verborgen, ook de laatste zijn zóózeer geschonden door de breuk in het gesteente, dat zij zich slechts laten gissen. Vergelijkt men evenwel de zichtbare halswervels met die van het exemplaar te München, waarvan een afgietsel te mijner beschikking stond, dan blijkt, dat waarschijnlijk de 4e en 5e halswervel in hun geheel zichtbaar zijn, van den 6en nog een gedeelte.

Bij de beide soorten van Pterodactylus, waar de halswervels bijzonder lang zijn, n.l. bij Pt. longirostris en bij Pt. longicollis, is eerst de 3e wervel langer dan de atlas en epistropheus en de 4e is weer langer dan de derde. Denkt men zich de wervelkolom bij dit exemplaar vlak onder den kop gelegen en direct omgeknikt, dan ziet men, dat men den wervel, die onder den kop vandaan komt, en nagenoeg geheel zichtbaar is, als 4en wervel moet beschouwen. Hij is de langste der beide volledig bewaarde halswervels, wat bij de genoemde soorten met den vierden wervel ook het geval is. De 5e wervel is de best bewaarde. Zygapophysen zijn aangeduid, eveneens schijnen rudimenten van een halsrib rostraal aan dien wervel zichtbaar te zijn.

Van de rompwervels is de eerste wervel waarschijnlijk weggepraepareerd. Daarop volgen nog twee wervels, welke sterke ribben

dragen, waarvan de laatste goed, de voorlaatste onduidelijk is waar te nemen. Daarop volgen 11 ribbendragende wervels, waarvan de 2e, 3e en 4e onder den rechter humerus verborgen zijn. De processus spinosi zijn bij de meeste wervels duidelijk waarneembaar, proc. transversi niet. De laatst zichtbare wervel is ribloos en is dus blijkbaar de eerste der sacraalwervels, daar lendewervels bij de Pterodactyli ontbreken. Vermoedelijk bedraagt het aantal sacraalwervels 4 of 5, zooals dat ook bij het exemplaar van Pt. longicollum van Plieninger (15) en Pt. longirostris van Collini waarschijnlijk werd gemaakt. De staartwervels zijn slechts als flauwe afdruk bewaard gebleven; toch kan men 14 à 15 van zulke afdrukken tellen, hetgeen overeenkomt met Pt. longirostris. De wervels zijn procoel.

De *ribben* zijn dun en lang, en bestaan uit één stuk. Ze zijn waarschijnlijk van capitulum en tuberculum voorzien; hun ligging laat evenwel niet toe, daaromtrent absolute zekerheid te verkrijgen. Buikribben schijnen ook voor te komen; één à twee zijn te zien.

Het *sternum* is zeer slecht bewaard en laat een nadere beschrijving niet toe.

De *schoudergordel.*

De rechter scapula is goed bewaard gebleven; ze strekt zich ver naar achteren uit, misschien behoort een nog meer caudaalwaarts gelegen beenstukje ook tot haar of tot de linker scapula, welke onder en ventraal van de rechter gelegen is, en waarvan de kop geheel onder het gesteente is bedolven. De verbinding tusschen scapula en humerus schijnt nog vrijwel intact te zijn, misschien ook die met het rechter coracoid, waarvan ik vermoed, dat een geheel stukgepraepareerd beenstukje, ventraal van den gewrichtskop van den rechter humerus, een overblijfsel is; het ligt over den gewrichtskop van den linker humerus, welke ventraalwaarts verschoven is, heen.

De *bekkengordel.*

Deze is zeer slecht losgepraepareerd; waarschijnlijk zijn ook weeke deelen mede versteend, waardoor de beenderen overal daar, waar zij door veel vleesch omsloten waren, slecht uitkomen. Een stuk van het ilium tot aan de plek waar 't acetabulum gevormd wordt, is te zien; ik vermoed, hier met het rechter ilium te doen te hebben. Mogelijkerwijze is een beenstukje, rostraal van den kop van den femur gelegen, met een pubis te homologiseeren (eig. praepubis).

Voorste extremiteiten.

De voorste extremiteiten zijn beide nagenoeg in hun geheel aanwezig. Van de rechter is de eerste phalange van den vliegvinger sterk beschadigd, van de linker zijn phalangen van eenige kleine vingers, benevens de carpus, afwezig of niet waar te nemen.

Humerus.

De rechter humerus is in zijn geheel te zien en wel van den buitenkant; de linker humerus is van boven sterk beschadigd.

De rechter humerus is zwak gekromd, vertoont een sterken gewrichtskop, welke voorzien is van een tuberculum ulnare en een veel sterker ontwikkeld t. radiale. Ook de beide condyli zijn waar te nemen, nog iets beter aan den linker humerus; de condylus radialis is het sterkst ontwikkeld. Merkwaardig is een foramen, dat men zeer duidelijk op den rechter humerus, distaal van het tuberculum ulnare, waarneemt. Van een zenuw kan dit niet de intrede zijn, daar alleen foramina aan het distale deel van den humerus bij Reptilia bekend zijn. Plieninger beeldt op de foto van Pt. Suevicus (15, Taf. XVIII) een linker humerus van den buitenkant gezien, af. Ook hier is duidelijk een dergelijk foramen eveneens aan de ulnaire zijde gelegen, doch P. zegt er niets van. Echter beweert hij wel, bij de beschrijving van den humerus van Pt. longicollum (l.c.), dat de humerus pneumatisch geweest moet zijn; overal in de literatuur vindt men de bewering, dat de beenderen der Pterodactyloidea en Rhamphorhynchoidea met lucht gevuld waren. Die lucht zal dan waarschijnlijk, evenals bij de vogels, door middel van luchtzakken in de beenderen gevoerd moeten zijn. Nu treft men bij de vogels aan het proximale eind van den humerus, en wel aan den buitenkant, een foramen voor den luchtzak aan, hetwelk evenwel onder het ulnaire tuberculum gelegen is. Ik meen nu, dat de veronderstelling gewettigd is, dat we ook bij Pterodactylus een dergelijk foramen aan den humerus vinden, evenwel niet homoloog aan dat der vogels, doch convergent, zooals ook de vogelachtige vorm van den schedel als convergentie-verschijnsel moet worden opgevat. Echter merkt Seeley, bij bespreking van de foramina van Ornithocheirus op, dat: „in the Pterodactyle the corresponding foramen has the same position, form, and size . . . as is seen . . . in the bone of a bird (Dragons of the air, p. 47). Lengte 4,6 cm.; het distale deel vormt een duidelijke trochlea.

Ulna en *Radius.*

Deze beide beenderen zijn rechts nagenoeg gaaf, links is alleen de ulna goed te zien, de radius ligt hier onder de tweede phalange van den rechter vliegvinger. Lengte ulna: 5.9 c.m., lengte radius: 5.75 cm. Over het algemeen is de radius even sterk ontwikkeld als de ulna.

Van de *Carpalia* is, waarschijnlijk door het bewaard blijven van pezen, niet veel te zien. Vermoedelijk zijn echter twee rijen van carpalia te vinden. Ook van het pteroid is niets te vinden; dit is

waarschijnlijk nog onder steen bedolven. Evenwel moet het aanwezig zijn, daar het ook bij het exemplaar van COLLINI voorkomt, naar mij bij de bestudeering van het afgietsel bleek.

De *metacarpalia* zijn rechts goed, links minder goed bewaard gebleven. Het metacarpale van den vliegvinger vormt distaal een grooten condylus, die door een trochlea articuleert met het eerste lid van dien vinger. De kleine *vingers* zijn ook zeer goed bewaard gebleven aan de rechter extremiteit. De eerste van die vingers bezit 2, de volgende bezitten resp. 3 en 4, de vliegvinger heeft 4 phalangen. Er kan echter nog twijfel bestaan, in hoeverre het kleine lid van vinger III geen losse epiphyse is. De klauwen zijn, in vergelijking met die van de achterste ledematen, groot te noemen (voor: 1,8 cm., achter: 1,2). Ze zijn proximaal sterk aangezwollen. Ook bij het exemplaar van COLLINI is hetzelfde verschil tusschen voor- en achterklauw op te merken, en ook bij andere Pterodactyli is dat waar te nemen; klaarblijkelijk staat dit verschil in verband met een verschil in functie. De phalangen van den vliegvinger vertoonen aan beide extremiteiten een hoek tusschen 1e en 2e phalange; deze hoek kan den stand van den vinger in rust aangeven, kan evenwel ook een postmortaal verschijnsel zijn; het opgevouwen zijn van den vliegvinger, zijdelings naar achteren tegen het lichaam, is een verschijnsel, dat bij alle goed bewaarde exemplaren te vinden is. (zie echter SEELEY's reconstructies, Dragons of the air, p. 29 en 30) Het eindlid van den linker vliegvinger is omgeknikt. In het gesteente is verder een donkere lijn op te merken, rechts van het eind van den rechter vliegvinger; mogelijk stelt dit een rest van het plagiopatagium voor.

Achterste extremiteiten.

Beide extremiteiten zijn fraai te zien, de rechter weer iets beter dan de linker; de rechter laat de buitenzijde, de linker den binnenkant waarnemen. De *femur* is iets candaalwaarts gekromd, en bezit een duidelijken trochanter, lengte: 4,65 cm. De lange *tibia* (6,05 cm.) is recht en dun, aan het proximale eind verdikt, aan het distale veel minder. Van de *fibula* is alleen aan den rechter poot een aanduiding aanwezig. Zeer goed, en, evenals het overige geraamte, in hun natuurlijken stand bewaard gebleven, zijn de *voeten*.

Zij vertoonen nog eenige bijzonderheden. De *tarsalia* zijn aan beide voeten vrij goed bewaard, doch moeilijk te onderscheiden. Ze vormen duidelijk twee rijen. De proximale rij bestaat uit twee grootere beenstukjes, die ik met astragalus en calcaneus, de distale uit 2 à 3 kleinere beenstukjes, welke ik met de daarmede correspondeerende tarsalia der krokodillen zou willen vergelijken. Ook

de teenen zelf zijn eenigermate met die van de Crocodilia vergelijkbaar; de eerste teen bezit, het klauwlid medegerekend, 2, de tweede 3, de derde 3, de vierde 4 phalangen, waarvan de 2e phalange niets anders is dan een klein vierkant beenstukje. De vijfde teen is, evenals bij de Crocodilia, gereduceerd en bestaat uit een metatarsale, misschien nog een phalanx, en bezit waarschijnlijk geen klauwtje meer. Ook hier gaat dus de wet van Gegenbaur, welke zegt, dat de reductie der phalangen bij den ulnairen kant een aanvang neemt, door, hetgeen van eenig belang is voor de beoordeeling van het nummer van den vliegvinger. De klauwtjes zijn alle naar achteren gericht. Merkwaardig is nog, dat de metatarsalia vanaf den eersten teen kleiner worden; de maten zijn resp.: 2,65, 2,4, 2,3, 2,15 cm. De 4e teen, oorspronkelijk bij Reptilia de langste, is hier kleiner door verkorting van de 2e phalanx. (Zie echter het medegedeelde op pag. 354 en 355).

Vaststelling van de soort.

Het exemplaar stond, zooals gezegd, geboekt onder den naam: Pterodactylus crassirostris Goldf., Solnhofen, Bayern. Goldfusz beschreef onder dien naam eene vondst in de Nova Acta phys. medica der Akad. Caes. Leop. Carol, Bd. 15 in 1831. Aan dat exemplaar ontbreekt de staart geheel. Een nadere beschouwing van den schedel, zoowel als van de lengte van metacarpale t. o. van den humerus, wijst direct uit, dat men hier met een Rhamphorhynchus-achtige te doen heeft; dit merkte reeds Wagner (1861, 18, p. 518 en 519) op, en stelde er een nieuw genus Scaphognathus voor op.

Waar ons exemplaar echter ongetwijfeld een Pterodactylus is, (korte staart, beenderen van den schedel versmolten, praeorbitale en nasale openingen met elkander, zij het dan ook onvolledig, vereenigd, metacarpale van den vliegvinger langer dan de halve humerus), slaat de naam crassirostris Goldf. niet op dit exemplaar. (Zie ook de groote tabel).

Een vergelijking van de reeds bekende soorten van Pterodactylus doet reeds direct een aantal kenmerken als essentiëel opvallen. Wagner (18) verdeelde de Pterodactyli in longirostres en brevirostres. Zeer zeker behoort onze soort tot de eerste groep, en wel tot de ondergroep der minores, alhoewel ik de verdeeling in majores, mediae en minores weinig scherp kan vinden, vooral daar het mij zeer waarschijnlijk voorkomt, dat b.v. Pt. longirostris een jong exemplaar van Pt. longicollis is, en ook andere exemplaren der minores-groep als jonge individuën der majores en mediae te duiden zullen zijn.

De buitengewoon spitse en lange halswervels doen nu terstond

een overeenkomst vermoeden met het beroemde exemplaar van den eerst bekenden Pterodactylus, Pt. longirostris van Cuvier. Van dit exemplaar had ik een afgietsel ter beschikking.

Het werd het eerst beschreven door Collini (1784) die het een onbekend zeedier noemde, dat met de lange vingers in 't water zwom. Eerst Cuvier (1800) toonde aan, dat men hier met een reptiel te doen had, hetgeen door Sömmering werd bestreden, die nog met een zoogdier (Ornithocephalus antiquus) te maken dacht te hebben; vandaar den naam Pter. antiquus Söm., die men ook wel aan deze soort geeft. De groote praeorbitaalopening en eenige andere kenmerken gaven Giebel aanleiding, om deze soort te herdoopen in Macrotrachelus longirostris (1852).

Behalve het exemplaar van Collini, dat te München bewaard wordt, bestaan er van deze soort nog meer exemplaren, die kort besproken dienen te worden. Het tweede exemplaar, dat bekend werd, bevond zich ten tijde van H. v. Meyer, die het afbeeldt in Fauna der Vorwelt Tab. II, fig. 2, 3 en 4, in de verzameling van Dr. Redenbach. Het is een onvolledig exemplaar, waaraan nagenoeg de geheele schedel, de meeste halswervels, gedeelten der extremiteiten, ontbreken. v. Meyer beschreef het uitvoerig in Fauna d. Vorwelt.

Het derde exemplaar in 1854 te Eichstätt gevonden, beschreven door H. v. Meyer (voorloopig in Jahrb. f. Min. etc. 1855, p. 334, uitvoerig in Fauna d. Vorwelt Tab. I, fig. 1) is veel kleiner dan de beide vorige (verzameling-Hetzel). Een vierde individu, oorspr. door v. Meyer (Jahrb. f. Min. etc. 1850, p. 199—200) beschreven als Pt. longirostris, en bewaard te Leuchtenberg, in 't jaar 1848 gevonden te Eichstädt, werd naderhand in Fauna d. Vorwelt (Tab. I, fig. II), afgebeeld en beschreven als Pt. scolopaciceps, daar het met de vorige exemplaren eenige verschilpunten vertoonde. Eindelijk beschrijft R. Lijdekker (Catalogue of fossil Reptiles and Amphibia, British Museum, Part I, p. 6) een exemplaar, dat zich in 't British Museum moet bevinden, waaraan alleen de onderkaak en het voorstuk van den schedel ontbreken, en ook weer te Eichstädt is gevonden; het is iets kleiner dan het exemplaar van Collini, „but otherwise agrees exactly". In de volgende vergelijking mogen de verschillende opgenoemde exemplaren met de volgende letters worden aangedui d:

a = Collini-exemplaar; *b* = Redenbach'sche-exemplaar; *c* = Hetzel-exemplaar; *d* = Pt. scolopaciceps; *e* = exemplaar in 't British Museum; *f* = exemplaar in 't Leidsche Museum.

Kop. Voor *a* wordt door Cuvier, zoowel als door v. Meyer aangegeven, dat de tanden zich alleen uitstrekken in beide kaken tot

vóór het begin van de praeorbitaalopening. Nu merkt evenwel PLIENINGER (14, pag. 75) op: „Bezüglich der Ausdehnung der Bezahnung nach rückwärts bei Pter. antiquus, worin H. v. MEYER einen Unterschied finden wollte, hat eine erneute Untersuchung des schönen CUVIER'schen Originals ergeben, dass die Bezahnung wie bei Pt. Kochi, unter das vordere Drittel der Naso-praeorbitalöffnung reicht. Im Unterkiefer sind die hintersten Zähne im deutlichen Abdruck, im Oberkiefer noch die Zahnstumpfen zu sehen." Merkwaardig is het, dat dit niet reeds eerder aan de onderzoekers is opgevallen, daar ook aan het te Leiden bewaarde afgietsel deze afdrukken en afgebroken stompjes zeer duidelijk zijn waar te nemen met een binoculaire loupe. Een tweede belangrijk punt aan den kop van *a* is, dat waarschijnlijk alleen de rechtsche beenderen daarvan aanwezig zijn, waardoor de orbita b.v. groot, de hersenkas zelf zoo klein schijnen. De duidelijke scheiding tusschen praeorbitale en nasale opening door een van het frontale afhangende beenlamel, is van belang; deze komt evenwel ook bij vele andere soorten, zooals Pt. spectabilis, voor (evenwel heeft Pt. spectabilis vele kenmerken met Pt. longirostris gemeen). *b* kan met *a*, wat den schedel betreft, niet vergeleken worden; in de onderkaak reiken de tanden weinig ver naar achteren. Bij *c* is de kop dermate gelaedeerd, dat er weinig te vergelijken valt. Een uitsteeksel, dat zich aan het proximale eind van de onderkaak links bevindt, kan misschien voor het lacrimale-praefrontale-uitsteeksel gehouden worden, misschien ook voor een pterygoid, zooals v. MEYER het mogelijk vindt. Ook de tanden laten niet veel vergelijk toe. *d* vertoont een schedel, die in vele opzichten met *a* overeenkomt. Het iets langer zijn van den relatieven kop tot het lichaam van *a* is wel terug te brengen op een ouder-zijn. v. MEYER zegt (12, p. 34): „Pt. scolopaciceps hat einen spitzeren Scheitel, die obere Randlinie des Schädels ist auf die ganze Länge schwach concav, in Pt. longirostris die hintere Hälfte dieser Linie eher convex, ohne dass dies durch Druck veranlasst wäre". Maar ten eerste is de schedel van *a* wel degelijk platgedrukt, hetgeen reeds CUVIER opmerkte, en tevens is alleen de rechterhelft in het gesteente blijven zitten, zoodat allicht gedeelten van naso-praemaxillare zijn weggerukt, waardoor geen volkomen intacte omtrek tot stand is gekomen. Daarenboven kan door een iets schuine ligging van den schedel het uitstekende deel van het frontale vóór de orbita allicht eenige concaviteit veroorzaken. Doch een scleroticaalring, zooals deze te zien is bij *d*, is zoowel bij *a* als *f* niet waar te nemen. Ook de plaats van het gewricht van de onderkaak is bij alle exemplaren dezelfde, nl. onder het voorste gedeelte van de orbita. *f* laat nu zeer duidelijk

in de bovenkaak tanden tot aan de naso-praeorbitaalopening waarnemen; de duidelijke scheiding tusschen praeorbitaal- en nasale opening is geheel overeenkomstig met *a*, terwijl ook *d* die scheidingslamel vertoont, hoewel iets meer naar lacrimale-jugale verschoven, hetgeen echter door onnauwkeurige omgrenzing van de laatste beenbrug geschieden kan.

Wervelkolom. Een merkwaardig feit is, dat de meeste langsnuitige Pterodactyli ook langgerekte halswervels bezitten; maar vooral is dat een kenmerk voor *a* en voor Pterodactylus longicollum v. Meyer, waarvan 2 exemplaren zijn afgebeeld door v. Meyer (12, Tab. VII fig. 1—4) en een ander door Plieninger (15, Taf. XIX).

Plieninger (l.c. pag. 297) neemt 8 voor het meest waarschijnlijke aantal halswervels aan; O. Abel (2, pag. 560) zeven. Maar indien men den atlas medetelt, komt men bij de meeste soorten tot zeven halswervels, tenminste bij de Rhamphorhynchoidea; bij de Pterodactyli is het mogelijk, dat er 8 voorkomen; ook bij *a* zou men dat vermoeden. De verhouding tusschen lengte en breedte van den 5en halswervel is bij *a* : 7 : 2; *b* : ? ; *c* : 5 : 2; *d* : 7 : 2; *f* : 6 : 2; zoodat *c* nog het meest verschil met *a* oplevert. Bij het Stuttgartsche exemplaar van Pt. longicollum is deze verhouding 8 : 2. Nemen we, met v. Meyer, aan, dat *c* een jong exemplaar van *a* is, dan kan, wat deze verhouding aangaat, ook worden verondersteld, dat Pt. longicollum een ouder individu is. Merkwaardig is ook, hoe de wervels van *c* een veel robuster vorm hebben dan *d*, en deze weer meer dan *a* en *f*.

De rompwervels (volgens Abel en Plieninger bezitten alleen de Rhamphorhynchoidea 2 lendewervels) hebben bij *a* de eigenaardigheid, zeer groote processus spinosi te bezitten, terwijl transversale uitsteeksels weinig ontwikkeld zijn; ook bij *f* merkten we reeds hetzelfde op. Bij sommige exemplaren laten de ribben duidelijk een tuberculum en capitulum onderscheiden, iets, wat wij bij *f*, doordat de ribben onder het gesteente daar ter plaatse bedolven zijn, niet kunnen zien.

Voorste extremiteiten. Over het algemeen wordt aan de verhouding van de lengten der verschillende beenstukken nogal waarde gehecht, wat ik, met het oog op den verschillenden ouderdom der exemplaren, slechts met veel aarzeling zou durven doen. Evenwel volgt hier een tabel (zie p. 353) van de verhoudingen.

Dat *b* een langere eindphalange van den vliegvinger bezit dan *a*, is hier van minder belang, daar het vaak zoo moeilijk is, het werkelijke eind van die phalange te bepalen. Dit is dan ook het eenige punt, waar (zie de tabel) de curven van *a* en *b* elkaar zouden kruisen,

In m.M.	Humerus	Verschil	Ulna	Verschil	Metac. IV	Verschil	1e ph. IV	Verschil	2e ph. IV	Verschil	3e ph. IV	Verschil	4e ph. IV
a	29	17	46	12	34	14	48	6	42	5	37?	11	26
b	29	16	45	13	32	14	46	5	41	10	31	2	29
c	19	5	24	2	22	5	27	7	20	1	19	1	18
d	28	4	32	10	22	9	31	8	23	—7	29	11	18
f	45	14	59	12	47	11	58	10	58	9	49	8	41

zoodat hieraan geen waarde mag worden gehecht. De verschillen bij Pt. scolopaciceps blijken hier veel grooter te zijn dan bij de andere vormen, een der redenen, waarom H. v. Meyer deze soort afscheidde van de longirostris-vormen. Nu blijkt dat verschil evenwel voornamelijk in deze extremiteit te bestaan; hoewel de grootte niet zoo veel van *a* en *b* afwijkt, stemmen sommige waarden meer met de veel kleinere *e* overeen. Mag men nu evenwel niet met zekere mate van waarschijnlijkheid aannemen, dat juist een secundair geslachtskenmerk bij dergelijke gespecialiseerde dieren in de vliegextremiteiten te vinden zou kunnen zijn? Het lijkt mij niet gewenscht, om voornamelijk op dit verschil een nieuwe soort te baseeren. Het blijkt nu, dat *a*, *b* en *f* nog het meeste overeenkomen, maar zeer merkwaardig is, dat, waar *a* grooter is dan *b* en daardoor ook grootere verschillen doorgaans laat zien, *f*, grooter dan *a* en *b*, meest kleinere verschillen doet waarnemen, wat betreft de proximale, en grootere, wat de distale beenderen aangaat.

Bij een aantal exemplaren (zooals bij *a*, *b*, *c*, *d*) werd het pteroid als een enkelvoudig beenstukje waargenomen. Bij *a*, *b*, *d* en *f* blijkt het phalangen-aantal der vingers I, II en III resp. 2, 3 en 4 te zijn, de 2e phalange van IV is klein, bij *c* zijn de phalangen van III niet goed waar te nemen; mogelijk vindt men er bij *f* ook hier maar 3.

Merkwaardig is het feit, dat over het algemeen bij die Pterodactyli, welke pas gestorven tot afzetting zijn gekomen, de vingers der voorste extremiteiten wijd zijn uitgespreid, de teenen der achterste extremiteiten daarentegen vlak naast elkaar liggen. Dat staat ongetwijfeld met hun functie in verband. Bij Archaeopteryx, met echte vogelteenen, neemt men zoo'n verschil dan ook niet waar. Hiermede hangt misschien ook samen het veel minder ontwikkeld zijn van de klauwen der teenen, in vergelijking met die der vingers.

Achterste extremiteiten. Een dergelijke tabel laat zich ook voor de achterste extremiteiten opstellen:

	Femur	Tibia	Metatars I	M. II	M. III	M. IV
a	35	46	16	15	13½	11
b	33	45	?	?	?	?
c	21	24	8	8	7½	6½
d	22	31	11	11½	11	9
f	46	50	36	34	33	31

Een kenmerk voor Pt. longirostris lijkt te zijn het geleidelijk afnemen van de lengten der metatarsen I—IV. Hierbij zij nog even ingegaan op het rudiment van V, hetwelk aan H. v. Meyer vooral tot discussies aanleiding gegeven heeft.

Cuvier vond het eerst den vijfden teen bij het exemplaar *a*; in Recherches sur les Ossements fossiles, Tome V, 1823, Pars II, p. 374, zegt hij er van: „Il parait qu'ici le cinquième étoit reduit à un léger vestige de deux pièces". Ook *f* laat nu iets dergelijks zien; het proximale der beide beenstukjes heeft veel weg van een uitgegroeid tarsale, zooals dat bij de Crocodilia voorkomt, die de formule 2.3.4.4 hebben; het distale heeft den vorm van een gereduceerde phalange. Zeer duidelijk is hetzelfde waar te nemen bij *b*; ook bij *e* ziet men iets van een vijfden teen, doch *d* vertoont er niets van. Bij andere soorten van Pterodactylus kan de vijfde teen nog beter ontwikkeld zijn, zoo b.v. bij de exemplaren van Pt. elegans te Haarlem en te Leiden. Abel (2, p. 560) merkt op, dat bij de Rhamphorhynchoidea, en nog meer bij Dimorphodon, teen V verlengd is, waarschijnlijk tot steun van een uropatagium, evenals de spoor aan den calcaneus der Chiroptera dat doet.

Bij de Pterodactyloidea daarentegen is deze teen gereduceerd, zoodat het vermoeden voor de hand ligt, dat hier geen uropatagium aanwezig was; verschillende reconstructies zouden daardoor foutief blijken te zijn. Maar vooral, zooals gezegd, was het v. Meyer, die het vraagstuk van den vijfden teen nader uitwerkte (12, p. 20 en 21). Bij *a* wordt nu algemeen verondersteld, dat het aantal phalangen I—V bedraagt: 2 3 4 5 1. Bij beschouwing van het gipsafgietsel viel me evenwel op, dat de twee kleine kootjes, door Cuvier en v. Meyer aan den 4en teen gevonden, slechts één kootje uitmaken; het bovenste van die beide beenstukjes is waarschijnlijk de epiphyse

van 't daarboven gelegen kootje. Men moet in 't algemeen zeer voorzichtig zijn, daar ook PLIENINGER er op wijst, hoe vaak epiphysen van beenderen geheel los komen te liggen. Ook de exemplaren *c* en *d* laten aan IV slechts 4 kootjes waarnemen, en een nadere beschouwing van *f* laat de formule luiden: 2 3 3 4 1, waaruit dus waarschijnlijk volgt, dat het kleine kootje bij *a* op de afbeeldingen aan III te zien, een losse epiphyse is, te meer, daar bij *c* en *d* zoo'n kootje evenmin is waar te nemen als bij *f*. Reeds VON MEYER zegt bij de bespreking van de verschillende aantallen kootjes bij de verschillende soorten van Pterodactylus: „Es ist bemerkenswerth, dass diese Abweichungen in den Zahlen der Zehenglieder sich an Thieren vorfinden, die in den Zahlen der Fingerglieder Uebereinstimmung zeigen und auch sonst einander so nahe stehen, dass eine weitere Trennung als in Species mit ihnen nicht vorgenommen werden kann". Men diene bij een nader onderzoek dus nog eens nauwkeurig de aantallen der phalangen te herzien. Het getal 2 3 3 4 1 komt nu voor bij: Pt. longirostris, Pt. scolopaciceps, Pt. Kochi (Haarlem), misschien ook bij Rhamphorhynchus Gemmingi.

Toch moet ik hier, voorzichtigheidshalve, aan toevoegen, dat het onderzoek naar het al of niet aanwezig zijn van zulke kleine beenstukjes, vooral, als de beenderen beschadigd zijn, zooals haast steeds het geval is, met groote moeilijkheden gepaard gaat. Een nauwkeurig onderzoek, aan *f* met sterke loupen verricht, doet nl. twijfel ontstaan over het al of niet voorkomen dier beentjes, zooals uit de afzonderlijke afbeeldingen der 4e en 3e teenen volgt. Uit die afbeeldingen blijkt zelfs, dat het niet is uitgesloten, dat ook het kleine kootje van IV, dat ik hierboven nog aannam, een epiphyse is, en dat de formule 2 3 3 3 1 niet onmogelijk is, vooral waar deze ook voor andere soorten (b.v. voor Pterod. micronyx) gevonden is.

Gaat men thans de verschillende, hierboven opgenoemde feiten na, dan blijkt, dat *a* en *f* zeker tot dezelfde soort gerekend moeten worden; dat het waarschijnlijk is, dat *b* ook tot de species Pt. longirostris behoort; dat *c* zeer goed een jong exemplaar van deze soort kan zijn; en dat eindelijk *d* het meest waarschijnlijk tot Pt. longirostris moet gerekend worden, terwijl tevens de mogelijkheid werd uitgesproken, dat de verschillen, tusschen *d* en de overige exemplaren bestaande, geslachtelijke differentiaties zouden kunnen zijn.

Eindelijk zij nog iets opgemerkt omtrent de pteroid-vraag.

Een der belangrijkste en meest recente studies omtrent dit vraagstuk is die van F. PLIENINGER (Ueber die Hand der Pterosaurier, Centralblatt für Min., Geol. u. Pal., 1906, p. 399—412), waarover een nagenoeg gelijkluidende verhandeling voorkomt in Palaeonto-

graphica Bd. LIII, p. 301—308. Hierin wordt het standpunt verdedigd, dat het pteroid een carpale + metacarpale, of het laatste alleen, zou zijn, waaruit zou volgen, dat de vliegvinger de 5e zou moeten wezen. De volgende feiten worden hier aangevoerd.

1°. De wet v. GEGENBAUR, dat ook bij de Reptielen de reductie der vingers steeds van af den ulnairen kant plaats heeft (Unters. etc. Carpus und Tarsus, 1864), wordt door nieuwe onderzoekingen aan Seps calcides (SEWERTSOFT), vogels (NORSA, LEIGHTON, MEHNERT) niet bevestigd. Maar wel moet er op gewezen worden dat, Seps behoort tot de Scincidae, dus tot de Lacertilia, terwijl ABEL (2) e.a. er op wijzen, dat de Pterosauria in vele punten verwantschap vertoonen met de Crocodilia, waar de wet wel opgaat, terwijl ook een vergelijking van de toestanden bij Archaeopteryx slechts het vergelijken van convergenties kan zijn, en ook de vogels geen directe verwantschap met de Pterosauria kunnen bezitten; zoodat alleen de wet v. GEGENBAUR in 't algemeen, niet haar toepassing op dit geval, kan worden bestreden. Daarenboven bleek bij de beschouwing der achterste ledematen, dat daar deze wet, naar 't schijnt, wèl doorgaat.

2°. Volgens WILLISTON en anderen (o.a. ABEL, 2, p. 559) is het normaal aantal der phalangen van I—V van de voorste extremiteit 2 3 4 5 3; neemt men verder aan, dat aan den vliegvinger de distale phalange is gereduceerd, dan krijgt men daar met 2 3 4 4 een reeks, die precies met de eerste 4 vingers van het normaalaantal overeenkomt. PLIENINGER (p. 406) vindt nu echter, dat van een normaal aantal bij Reptielen in 't geheel niet kan worden gesproken; hiertegen zou men kunnen aanvoeren, dat bij vele soorten het getal 2 3 4 5 3 (Sphenodon, vele fossiele vormen, Lacertilia) voorkomt, terwijl de reeks 2 3 4 4 3 der krokodillen zeer wel op een reductie van het aantal kootjes van IV terug te brengen zou zijn, zooals ook door W. KÜKENTHAL (Morph. Jahrb. 19, 1892) is aangetoond.

Twee mogelijkheden zijn hier gegeven: òf de vliegvinger is een 4e, òf een 5e vinger. Vergelijken we deze veronderstellingen met het normale aantal phalangen, dan krijgen we:

1e veronderstelling:	2 3 4 *4*
Normaal aantal:	2 3 4 5 3
2e veronderstelling:	2 3 4 *4*.

In 't eerste geval zou men moeten veronderstellen, dat het klauwlid van den 4en vinger verdwenen was; de vorm van het eindlid stemt dan ook met dien der overige phalangen van den 4en vinger overeen.

In 't tweede geval daarentegen zou, behalve een reductie van de eindphalangen van vinger II, III en IV, benevens een wegvallen van

den 1en vinger, en behalve een toename van 't aantal phalangen van vinger V, 't waarschijnlijk worden, dat, hetzij de meest distale, hetzij de op een na distaalste phalanx overeen zou komen met het klauwlid van het normale geval. Een dergelijke verandering van een gespecialiseerd klauwlid in een ongespecialiseerde phalanx is, met inachtneming van de wet van Dollo, niet waarschijnlijk, daar een klauwlid oorspronkelijk uit een ongedifferentieerde phalanx ontstaan gedacht moet worden.

Natuurlijk is echter, ter verdediging van de 2e veronderstelling, hyperphalangie mogelijk, en deze wordt dan ook door sommige auteurs verdedigd.

Vergelijkt men den stand der drie klauwdragende vingers met dien der teenen, dan valt direct op, dat steeds die vingers wijd uiteenstaand worden aangetroffen. Het voorhanden zijn van veel grootere klauwen dan dat bij de achterste extremiteit het geval is (zie de groote tabel), benevens de geheel andere stand der vingers dan die der teenen, wijzen er op, dat deze vingers een geheel andere functie te verrichten hadden; zij doen sterk denken aan klemvoeten, gespecialiseerd, om zich tegen rotsen te klemmen.

Hieruit volgt, dat de voorouders der Pterodactyli *niet* boombewoners behoeven te zijn geweest, zooals zulks het geval is bij de voorouders der Vleermuizen, Galeopithecidae, etc., zoodat zij geen takken hebben te omspannen gehad, maar puntige rotsen moesten beetpakken. Daaruit is zeer wel de mogelijkheid te verkrijgen, dat hun 5e vinger reduceerde, nog vóór zij er aan dachten, zich zwevend van de rotsen naar beneden te laten; ook b.v. de Pseudosuchia (Aëtosaurus), Crocodilia bezitten als zwakst ontwikkelden vinger den vijfden. Werkelijk stelt de klauterbeweging tegen rotsen een geheel andere voorwaarde aan de vingers, dan een springen op dunne takken, die omklemd moeten worden.

Hiermede is Plieninger's bezwaar althans eenigermate ondervangen, als zou het niet denkbaar zijn, dat de klimmende voorouders der Pterosauria eerder hun 5en vinger verloren, dan hun vliegvinger verkregen hebben. Met deze niet-arboricale levenswijze der Pterosauria stemt ook overeen de reconstructie, welke Seeley (Dragons of the air, 1901, p. 29 en 30) van hen en wel speciaal van *a*, geeft. Abel, 1, p. 321 e.v., wijst er bovendien op, hoe de hoofdfunctie bij vele bewegingen bij de reptielen schijnt te liggen in den vierden vinger (Protorosaurus, Palaeohatteria). Nemen we dus, na dit alles, aan, dat het pteroid een sesambeen, of de combinatie van 2 van die verbeende pezen, voorstelt, dan rijst de vraag, welke functie dit been bezat.

Meestal wordt aangenomen, dat het tot steun van een propatagium diende; echter meen ik erop te moeten wijzen, dat ook andere functies niet uitgesloten zijn. Sesambeenderen toch ontstaan daar, waar een pees aan groote wrijving is blootgesteld (zie b.v. WIEDERSHEIM, vergl. Anat. d. Wirbeltiere, 7. Aufl. 1909, p. 233). Een dergelijke wrijving is bij zulk een propatagium niet te verwachten, en een vergelijking van dit meestal geheel losse sesambeen met de spoor der Chiroptera aan den voet (WAGNER), lijkt mij niet toegelaten, daar deze vaste spoor een geheel andere functie heeft, nl. het strakke uitspannen van het, als vangnet dienende, uropatagium. Toch lijkt het mij zeer wel mogelijk, dat het pteroid een echte verbeende pees, een sesambeen, is, bv. van den strekker van den vliegvinger, welke ongetwijfeld zeer krachtig geweest moet zijn. Echter wijst ABEL (2, p. 809) er op, dat het hoofdgewricht van den vliegvinger tusschen de proximale phalanx en het metacarpale ligt. Toch lijkt het me onbegrijpelijk, waartoe eigenlijk een propatagium een steun van noode had; eerder nog zou men kunnen veronderstellen, dat aan den voorrand een pees van een spier liep, welke een meer of minder spannen van dezen rand mogelijk maakte; ook dan zou een sesambeenvorming mogelijk kunnen zijn.

Eindelijk zij nog opgemerkt, dat, waar de exemplaren *a*, *b*, *c*, *d* en *e* waarschijnlijk alle te Eichstätt gevonden werden, *f* als uit Solnhofen afkomstig geboekt staat. Dit behoeft ons geenszins te verwonderen, waar reeds A. v. HUMBOLDT (1823) op de gelijkenis tusschen de Solnhofer kalk en die van Eichstätt en Regensburg wijst (zie PLIENINGER, 15, p. 237).

Bij de Tabel van maten van eenige beenderen van Pterosauria.

Een vergelijking van deze maten doet, naar mij bij metingen aan recente Crocodilia bleek, een argument te meer aan de hand ter bepaling van het al of niet tot eenzelfde soort behooren van individuen van verschillende grootte. Bij die recente reptielen bleek, dat, indien men die maten in dezelfde volgorde op ordinaten uitzet, en de toppen er van verbindt, men curven krijgt, die indien de maten tot eenzelfde soort behooren, elkaar niet, maar als ze van verschillende soorten afkomstig zijn, elkaar zeer vaak snijden. Ook uit tabellen is dat waar te nemen; bij de individuen van dezelfde soort en van ongeveer dezelfde gemiddelde grootte, zijn van het kleinste ook *alle* maten iets kleiner dan van het grootste; maar bij exemplaren van verschillende soorten van ongeveer dezelfde

TABEL ter vergelijking van maten van eenige beenderen van *Pterosauria*, in millimeters.

	Namen der beenderen	hoogte orbita	lengte tanden ±	lengte 4e halswervel	lengte 5e halswervel	lengte humerus	lengte ulna	lengte metacarpale v. d. vliegvinger	lengte phalanx 1e vinger	1e phalanx vliegvinger	2e dito	3e dito	4e dito	lengte lichaam rompwervel ±	lengte femur	lengte tibia	lengte klauw v. d. hand	lengte klauw v. d. voet	lengte kop	lengte metatarsale I	dito II	dito III	dito IV
(*c*)	Pterodactylus longirostris v. Meyer, Tab. I, fig. 1.	?	?	4½	7½	19	**24**	21½	2½	28	**20**	19	18	2	21	24	1½	?	45	8	8½	7½	7
(*d*)	Pterodactylus scolopaciceps v. Meyer, Tab. I, fig. 2.	7	2	**9**	8	28	31½	22	5	31	23	**29**	18	2½	22	31	3	2	60	11	11½	11½	9
(*b*)	Pterodactylus longirostris v. Meyer, Tab. II, fig. 2—4.	?	?	?	?	**29**	45	31	**7½**	46	41	36½	**29**	3	32½	45	?	?	95	?	?	?	?
(*a*)	Pterodactylus longirostris, ex. v. Collini.	12	2	7	6½	29	46	34	7	48	**42**	37	26	3½	35	46	4	3	105	16	15	13½	11
(*f*)	Pterodactylus longirostris, nieuw exempl.	12½	2⅓	20	19	45	59	47	10	58	57½	49½	41	4½	46	59	7	5	111	26	24	23	21
(*g*)	Pterodactylus Kochi, v. Meyer, Tab. III, fig. 1.	9⅓	2	**9**	8½	28	42	30½	5½	44½	34½	**32**	24½	3	28	44	**5½**	2½	85	?	?	?	?
(*h*)	Pterodactylus Kochi, v. Meyer, Tab. III, fig. 2.	7	1½	?	?	**25**	37	23	6	34	30½	**25**	**17**	?	24	35	4	2	65	11½	12	12	10½
(*k*)	Rhamphorynchus Kokeni, ex. v. Plieninger.	21	8	**18**	**16**	49	93	**30**	12	64	**8**	?	?	18	50	?	12	?	114	?	?	?	?

grootte, bleken sommige maten van het kleinste individu grooter, andere kleiner dan die van het grootere dier.

Men zou kunnen aannemen, dat dieren van dezelfde soort direct na 't verlaten van het ei even groot zijn; groeien ze onder ongeveer gelijke omstandigheden op, dan blijven de maten der beenderen van oudere exemplaren steeds grooter dan, of hoogstens gelijk aan die van jongere. Bij verschillende soorten behoeft dat niet het geval te zijn. Het spreekt vanzelf, dat alle variaties etc. hier niet in aanmerking worden genomen. Maar ondanks de groote variabiliteit van b.v. schedels van Crocodilus porosus snijden de verkregen curven hiervan elkaar niet. Het spreekt van zelf, dat ook secundaire geslachtskenmerken zich hier als soortskenmerken voordoen, en dat ook zelfs „reine Linien" snijdende curven kunnen geven. Zoodat een dergelijke tabel of grafische voorstelling slechts de waarde heeft van een geringen steun aan de overige argumenten, om een individu al of niet tot een bepaalde soort te rekenen, zóó, dat men dieren van verschillende grootte, alleen afgaande op het bekend-zijn van hun skelet, tot eenzelfde species rekent.

Dit in het oog houdende, ziet men uit de tabel, dat *c*, *d*, *b*, *a* en *f* één geheel vormen, waarin alleen *b* een uitzondering maakt; dat exemplaar is echter tamelijk slecht bewaard; de lengte van de 1e phalanx van den vliegvinger en die van den 4en vinger zijn beide in de teekening eenigszins dubieus; zoodat de onregelmatigheid, die hier optreedt, niet veel gewicht in de schaal legt.

Veel sterker treden die onregelmatigheden op den voorgrond, als men *g* (tusschen *d* en *b* te denken), *h* (tusschen *d* en *b* en vóór *g*) en *k* (onder *f*) beschouwt. Deze exemplaren geven curven, die zich tot de vorige verhouden als b.v. de curven van Caiman sclerops tot Crocodilus porosus. (De afwijkende maten zijn in de tabel vet gedrukt).

VOORNAAMSTE GEBRUIKTE LITERATUUR.

1. Abel. O. 1912. Palaeobiologie (Grundzüge der).
2. „ „ 1919. Die Stämme der Wirbeltiere.
3. Bowerbank. J. S. 1851. Proceed. Zool. Society.
4. Branca. 1908. Abh. d. Pr. Akad. Wiss.
5. Cuvier. G. 1824. Recherches sur les ossements fossiles. Vol. 5, pt. 2.
6. Fraas. O. 1878. Palaeontographica. Bd. 25.
7. Goldfuss. Dr. 1831. Nova Acta phys. med. Akad. Caes. Leop. Carol. Bd. 15.
8. Lijdekker. R. 1888. Catalogue of the fossil Rept. a Amph. in the British Museum, London.

HELIOTYPIE VAN LEER AMSTERDAM.

grootte, bleken sommige maten van het kleinste individu grooter, andere kleiner dan die van het grootere dier.

Men zou kunnen aannemen, dat dieren van dezelfde soort direct na 't verlaten van het ei even groot zijn; groeien ze onder ongeveer gelijke omstandigheden op, dan blijven de maten der beenderen van oudere exemplaren steeds grooter dan, of hoogstens gelijk aan die van jongere. Bij verschillende soorten behoeft dat niet het geval te zijn. Het spreekt vanzelf, dat alle variaties etc. hier niet in aanmerking worden genomen. Maar ondanks de groote variabiliteit van b.v. schedels van Crocodilus porosus snijden de verkregen curven hiervan elkaar niet. Het spreekt van zelf, dat ook secundaire geslachtskenmerken zich hier als soortskenmerken voordoen, en dat ook zelfs „reine Linien" snijdende curven kunnen geven. Zoodat een dergelijke tabel of grafische voorstelling slechts de waarde heeft van een geringen steun aan de overige argumenten, om een individu al of niet tot een bepaalde soort te rekenen, zóó, dat men dieren van verschillende grootte, alleen afgaande op het bekend-zijn van hun skelet, tot eenzelfde species rekent.

Dit in het oog houdende, ziet men uit de tabel, dat *c*, *d*, *b*, *a* en *f* één geheel vormen, waarin alleen *b* een uitzondering maakt; dat exemplaar is echter tamelijk slecht bewaard; de lengte van de 1e phalanx van den vliegvinger en die van den 4en vinger zijn beide in de teekening eenigszins dubieus; zoodat de onregelmatigheid, die hier optreedt, niet veel gewicht in de schaal legt.

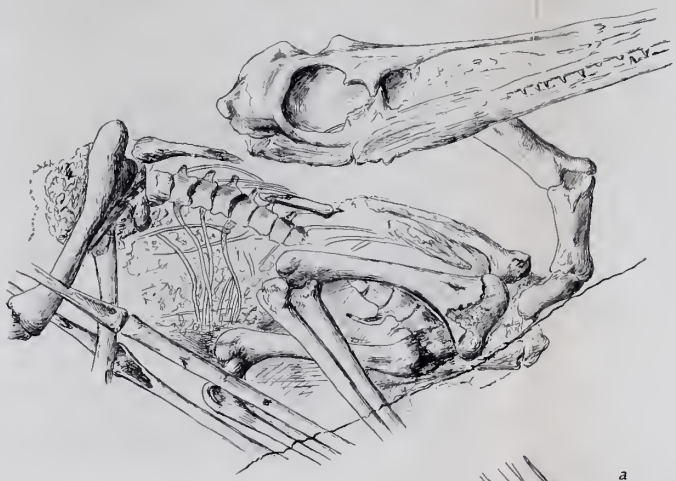
Veel sterker treden die onregelmatigheden op den voorgrond, als men *g* (tusschen *d* en *b* te denken), *h* (tusschen *d* en *b* en vóór *g*) en *k* (onder *f*) beschouwt. Deze exemplaren geven curven, die zich tot de vorige verhouden als b.v. de curven van Caiman sclerops tot Crocodilus porosus. (De afwijkende maten zijn in de tabel vet gedrukt).

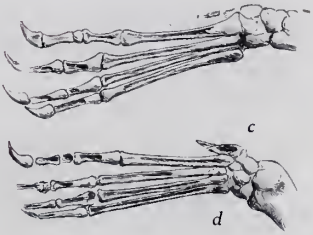
VOORNAAMSTE GEBRUIKTE LITERATUUR.

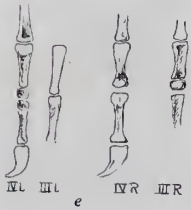
1. Abel. O. 1912. Palaeobiologie (Grundzüge der).
2. „ „ 1919. Die Stämme der Wirbeltiere.
3. Bowerbank. J. S. 1851. Proceed. Zool. Society.
4. Branca. 1908. Abh. d. Pr. Akad. Wiss.
5. Cuvier. G. 1824. Recherches sur les ossements fossiles. Vol. 5, pt. 2.
6. Fraas. O. 1878. Palaeontographica. Bd. 25.
7. Goldfuss. Dr. 1831. Nova Acta phys. med. Akad. Caes. Leop. Carol. Bd. 15.
8. Lijdekker. R. 1888. Catalogue of the fossil Rept. a Amph. in the British Museum, London.

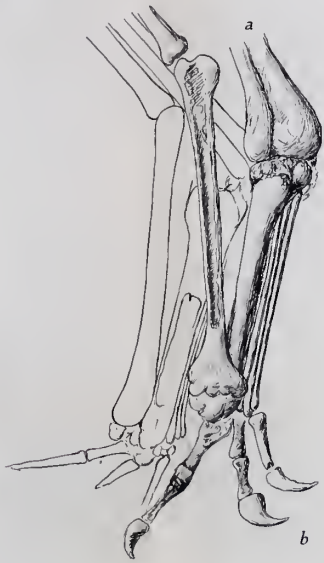
Sc.
Stern?
I
II
III

HELIOTYPIE VAN LEEK AMSTERDAM









J. HOFKER del

HELIOTYPIE VAN LEER AMSTERDAM

9, 10, 11. MEYER. H. v. Jahrb. f. Mineral. etc. 1850, '54, '55.
12. „ „ „ 1860. Zur Fauna der Vorwelt. Rept. aus dem lithogr. Schiefer des Jura etc. Frankf. a. M.
13, 14, 15. PLIENINGER. F. Palaeontografica. Bd. 41, 1894; Bd. 48, 1901; Bd. 53, 1906/07.
16. „ „ 1906. Centralbl. f. Min. Geol. etc.
17. SEELEY. H. G. 1901. Dragons of the air. London.
18. WAGNER. A. 1861. Abh. d. K. bayr. Akad. d. W. Bd. 9. 1e Abt.
19. „ „ 1861. Sitz.ber. d. K. bayr. Akad. d. W. I.
20. ZITTEL. K. A. v. Palaeontografica. Vol. 23. 1882.

FIGUURVERKLARINGEN.

Plaat I.

par.	parietale.	*stern.?*	sternum.
p.f.	postfrontale.	*cor.?*	coracoid.
sq.	squamosum.	*sc. d., sc. l.*	rechter, linker scapula.
T.	onderste temporaalgroef.	*hum. d., l.*	rechter, linker humerus.
qu. j.	quadrato-jugale.	*rad. d., rad. l.*	„ , „ radius.
jug.	jugale.	*uln. d., l.*	„ , „ ulna.
hy?	hyobranchiale?	*cond. h.*	condylus v. d. linker humerus.
lac.	lacrimale.	*pu?*	praepubis?
fr.	frontale.	*fem. d., s.*	rechter, linker femur.
nas.	nasale.	*Tib. d., s.*	„ , „ tibia.
n.p.m	nasopraemaxillare.	*cau.*	staart.
max.	maxillare.	*m. c.*	metacarpalia.
dent.	dentale.	*ph.*	phalangen.

4, 5, 6, 7. 4e, enz. halswervels.
De foto is op ware grootte genomen.

Plaat II.

a. Kop en romp, × 4/3, met teekenapparaat van ABBE geconstrueerd.

b. Gedeelte der voorpooten, × 4/3, idem idem, alleen de rechter extremiteit is beschaduwd.

c. rechtervoet, × 4/3, idem idem, zooals deze zich met een zwakke loupe voordoet.

d. linkervoet, × 4/3, idem idem idem.

e. Teekeningen van teen III en IV, schematisch, zooals deze zich voordeden na een onderzoek met het binoculair microscoop. Het is hier niet uit te maken, of de kleine leedjes aparte beenstukjes, of losse epiphysen zijn.

Natuurkunde. — H. A. LORENTZ: *„Dubbele breking bij regulaire kristallen"*.

1. Zooals welbekend is, zijn kristallen van het regulaire stelsel, wat hunne elastische eigenschappen betreft, anisotroop; tusschen hunne drie elasticiteitsconstanten bestaat niet de betrekking die voor isotrope zelfstandigheden geldt en meetkundig gelijke staafjes, in verschillende richtingen uit het kristal gesneden, worden dan ook door dezelfde krachten in ongelijke mate gebogen of getordeerd.

Daarentegen zijn stoffen als klipzout en vloeispaath in eerste benadering optisch enkelbrekend. De ellipsoïde van FRESNEL, waaruit men in de optica der kristallen alle verschijnselen afleidt, is een bol en moet dat volgens de electromagnetische lichttheorie ook zijn als men aanneemt dat de optische eigenschappen door de dielectrische constante bepaald worden. Kristallen met drie gelijkwaardige, onderling loodrechte hoofdrichtingen kunnen maar ééne dielectrische constante hebben.

Intusschen blijkt bij nadere beschouwing dat deze optische isotropie slechts bestaan kan zoo lang de afstand δ der molekulen zeer klein is in vergelijking met de golflengte λ. Wordt hij daarmede eenigszins vergelijkbaar, dan zijn er bij een bepaalde voortplantingsrichting twee onderling loodrechte trillingsrichtingen, de „hoofdtrillingsrichtingen" aan te wijzen, aan welke verschillende voortplantingssnelheden beantwoorden.

2. Ik werd in 1877 tot de behandeling van dit vraagstuk geleid [1]), en wel bij een discussie over de in vroeger tijd veelal aangenomen verklaring der kleurschifting, volgens welke de ongelijke voortplantingssnelheid van stralen van verschillende goflengte hieraan zou te wijten zijn, dat de onderlinge afstand der molekulen niet geheel tegenover de goflengte mag worden verwaarloosd, een opvatting die men o.a. in oude verhandelingen van KELVIN kan vinden. Ik wees er toen op dat deze opvatting in strijd is met het feit dat de regulaire kristallen althans op weinig na enkelbrekend zijn; zou nl. de verhouding δ/λ zoo groot zijn, dat zij van de waargenomen dis-

[1]) H. A. LORENTZ: Over het verband tusschen de voortplantingssnelheid van het licht en de dichtheid en samenstelling der middenstoffen. Verh. der Akad. van Wetenschappen te Amsterdam, 1878.

persie rekenschap kan geven, dan kon een merkbare dubbele breking niet ontbreken.

De waarde die δ in werkelijkheid heeft, ontleende ik toenmaals aan de eerste schattingen van VAN DER WAALS. Tegenwoordig, nu wij de absolute grootte der molekulen kennen, is ook de afstand δ goed bekend en wij kunnen bovendien, dank zij de onderzoekingen over de interferentie der Röntgenstralen, de structuur der kristallen in bijzonderheden aangeven. Daarom scheen het wenschelijk, het vraagstuk weer op te vatten; het komt hierop neer of, terwijl de golflengte der Röntgenstralen vergelijkbaar met δ is, ook reeds bij lichtstralen de molekulaire discontinuïteit zich doet gevoelen, of er aanwijzingen bestaan, dat δ/λ niet geheel kan worden verwaarloosd.

Bij mijne vroegere berekeningen bediende ik mij van de theorie van MAXWELL in den vorm dien HELMHOLTZ er aan had gegeven; ik volgde dien weg omdat ik in den gedachtengang van MAXWELL nog niet genoegzaam was doorgedrongen. Thans was het in de eerste plaats noodig, de berekeningen, geheel op den grondslag van de theorie van MAXWELL en de electronentheorie te herhalen. Daarbij kwam ik tot dezelfde uitkomsten als bij de eerste behandeling.

3. Het zal voldoende zijn, het geval van een kubische rangschikking der molekulen te beschouwen. Bij de opstelling van de vergelijkingen voor de lichtbeweging dacht ik aan onderling gelijke deeltjes in de punten van een kubisch net geplaatst; er wordt ondersteld dat in elk molekuul door een electrische kracht een daaraan evenredig electrisch moment in de richting dier kracht wordt opgewekt.

Uit beschouwingen over de symmetrie van het kristal kan men gemakkelijk afleiden dat er voor enkele bepaalde voortplantingsrichtingen, vergelijkbaar met de as van een éénassig kristal, slechts één voortplantingssnelheid kan bestaan; deze richtingen zijn die van de ribben van het kubisch net en van de diagonalen van den elementairen kubus. Daarentegen worden door de diagonalen van de zijvlakken van dezen kubus de voortplantingsrichtingen gegeven, bij welke men mag verwachten (en dit wordt door de berekening bevestigd) dat de anisotropie die wij op het oog hebben, zich het meest zal doen gevoelen. In hetgeen volgt wordt steeds ondersteld dat de voortplantingsrichting samenvalt met zulk een diagonaal L van een kubus-zijvlak. De hoofdtrillingsrichtingen R_1 en R_2 zijn dan onmiddellijk aan te geven. De eerste is die van de kubus-ribbe loodrecht op dat zijvlak, de tweede die van de tweede diagonaal van dit laatste.

Wij zullen de voortplantingssnelheden die bij deze trillingsrichtin-

gen behooren door v_1 en v_2, en de daarbij passende waarden van den brekingsindex $\frac{c}{v_1}$ en $\frac{c}{v_2}$ (c voortplantingssnelheid in het luchtledige) door μ_1 en μ_2 voorstellen. Voor het verschil van deze laatste grootheden vindt men, met behulp van eenige vereenvoudigingen die geoorloofd zijn omdat het verschil een zeer kleine grootheid is

$$\mu_1 - \mu_2 = 0{,}11 \frac{n^2 \delta^2 \mu (\mu^2 - 1)^2}{\pi c^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Hierin is n het aantal trillingen in den tijd 2π, δ de afstand der molekulen, d. w. z. de ribbe van het kubisch net, en μ een der brekingsindices μ_1 en μ_2, of wel het gemiddelde daarvan, men kan zeggen de waargenomen brekingsindex.

Uit (1) volgt dat het teeken van $\mu_1 - \mu_2$ hetzelfde is als bij een plaat kalkspaath waarvan de optische as met de richting R_2 samenvalt, en ook hetzelfde als bij een glasplaat die in de richting R_2 wordt samengedrukt.

Bij de voortplanting in het kristal over een afstand D ontstaat tusschen de trillingen in de richtingen R_1 en R_2 een phaseverschil dat, in trillingstijden of golflengten uitgedrukt, bepaald wordt door

$$\omega = (\mu_1 - \mu_2) \frac{D}{\lambda} = 0{,}44\, \pi \mu (\mu^2 - 1)^2 \frac{D \delta^2}{\lambda^3}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

als λ de golflengte in het luchtledig is.

Voor klipzout is $\delta = 2{,}80 \,.\, 10^{-8}$ cM.

Hiermede vindt men voor een dikte van 1 cM. de volgende waarden van ω

$\lambda = 5{,}9 \,.\, 10^{-5}$ (natriumlicht); $5{,}1 \,.\, 10^{-5}$; $3{,}1 \,.\, 10^{-5}$; $1{,}8 \,.\, 10^{-5}$

$\omega = 0{,}016$; $0{,}025$; $0{,}14$; $2{,}1$.

Deze getallen zijn, ook in het zichtbare spectrum, groot genoeg om te doen verwachten dat men onder niet te ongunstige omstandigheden het effect der dubbele breking zal kunnen zien als het kristal tusschen gekruiste Nicols geplaatst wordt.

4. Ik heb naar het verschijnsel gezocht bij een aantal stukken gesneden uit klipzout waaraan de kubusvlakken goed waren te herkennen, en begrensd door twee zijvlakken die loodrecht staan op de boven met L aangeduide richting; de afstand dier vlakken was ongeveer een centimeter. De zijvlakken konden gemakkelijk gepolijst worden, maar men ondervindt het bezwaar dat zij al spoedig, zelfs wanneer het kristal in droge lucht bewaard wordt, hun glans verliezen. Om hieraan tegemoet te komen werd het kristal in een buis gevat, iets langer dan de dikte van het klipzout en aan

weerskanten gesloten met glasplaatjes, van HILGER afkomstig en zonder noemenswaardige dubbele breking. De in de buis overblijvende ruimte werd aangevuld met een mengsel van zwavelkoolstof en benzol, waarvan, voor gemiddeld geel licht, de brekingsindex gelijk was aan die van het klipzout. Het kristal is onder deze omstandigheden mooi doorschijnend, ook al zijn de zijvlakken niet bijzonder goed gepolijst. Ook komt het nu op het plat zijn en de evenwijdigheid dier vlakken niet aan; het is voldoende dat de glasplaatjes redelijk goed evenwijdig aan elkaar zijn. Alleen moest worden gezorgd dat deze plaatjes geen te grooten druk ondervinden, zoodat de dichting (met caoutchoucringen tusschen de glasplaatjes en vlakke metaalranden) wel te wenschen overliet, wat echter geen bezwaar oplevert.

5. Plaatst men nu het op deze wijze ingesloten kristal tusschen gekruiste Nicols, dan komt het licht weer te voorschijn en men ziet, wanneer men het kristal in het oog vat, over de uitgestrektheid daarvan (ongeveer 1 cm²) onregelmatige lichte vlekken. Deze zijn het gevolg van inwendige structuurafwijkingen en spanningen en zouden van verdere pogingen kunnen terughouden. Intusschen blijken de phaseverschillen bij deze „accidenteele" dubbele breking vrij klein te zijn. Bedroegen zij ergens een halve golflengte, dan zou men tusschen evenwijdige Nicols donkere plekken moeten zien. Daarvan was echter geen sprake; het is voldoende om een der Nicols uit den gekruisten stand weinige graden te draaien om een gelijkmatige lichtverdeeling te krijgen.

Nu de onregelmatige phaseverschillen zoo klein waren kon men verwachten dat het effect van een regelmatige anisotropie, over de geheele doorsnede van den lichtbundel dezelfde, nog wel te zien zou zijn als het op de onregelmatige verschillen gesuperponeerd wordt. Inderdaad bleek dit het geval te zijn als een dun micaplaatje werd aangebracht en in zijn vlak werd gedraaid.

6. De proef werd nu als volgt genomen. Een kleine ronde opening, waarin de stralen van een gloeilamp met matten bol vallen, staat in het hoofdbrandpunt van een collimatorlens en de uit deze tredende stralen vallen in een kijker die op oneindigen afstand is ingesteld. Men ziet dan een scherp beeld van de lichtopening, welk beeld tot extinctie wordt gebracht door twee tusschen de collimatorlens en den kijker geplaatste Nicols.

Plaatst men nu het kristal tusschen de Nicols en draait men het rond, dan worden bij standen die 90° uiteenliggen minima van licht-

sterkte waargenomen. Die minima zijn nu eens meer, dan eens minder geprononceerd, maar steeds onmiskenbaar.

Dat het licht in de genoemde standen niet geheel verdwijnt, is natuurlijk aan de accidenteele dubbele breking te wijten, die nu echter tot een gelijkmatige verlichting aanleiding geeft. Nu men n.l. niet op het kristal, maar op de lichtopening heeft ingesteld, krijgt men in elk punt van het beeld stralen die op verschillende punten van de doorsnede door het kristal zijn gegaan; men kan zeggen dat men het effect dier dubbele breking, gemiddeld over de geheele doorsnede, waarneemt.

Het verdient opmerking dat ook wat de achter elkaar liggende lagen van het kristal betreft, van een dergelijk gemiddelde sprake is en dat de groote dikte waarmee gewerkt werd, tot op zekere hoogte een voordeel oplevert. Verandert nl. de storende dubbele breking op onregelmatige wijze langs den lichtstraal, dan mag men aannemen dat de lichtsterkte die zij teweegbrengt evenredig is met de dikte, terwijl een regelmatige dubbele breking, zoolang het phaseverschil klein is, een lichtsterkte evenredig aan de tweede macht der dikte geeft.

De storende anomalieën hebben ten gevolge dat een scherpe instelling op het minimum niet mogelijk is. Om eenigszins te beoordeelen hoe ver men het kan brengen, en dus een oordeel te krijgen over de regelmatigheid van het verschijnsel werden de standen van het kristal na instelling zoo goed mogelijk op het minimum, op een verdeelden cirkel afgelezen. De uitkomsten waren bij een der kristallen bij voortdurend ronddraaien ervan, in graden

17	107	202	294
14	105	196	293
19	108	196	291

Vermindert men de getallen van de tweede kolom met 90, die van de derde met 180 en die van de vierde met 270, en neemt men dan het gemiddelde van de 12 getallen, dan komt er 18, zoodat de hoofdstanden zouden zijn

18	108	198	288.

Bij de andere kristallen kreeg men dergelijke uitkomsten, soms iets mooier, soms wat minder mooi.

8. De uitdoovingsstanden waren steeds die, waarbij de richtingen die wij R_1 en R_2 noemden, elk met een van de trillingsrichtingen der Nicols samenvielen. Wat dit betreft werd dus de theoretische verwachting bevestigd.

Om na te gaan of ook het teeken der dubbele breking aan formule

(1) beantwoordt, werd gebruik gemaakt van een in ééne richting samengedrukt glasplaatje, dat op den weg der stralen geplaatst werd en in zijn vlak werd rondgedraaid. Het bleek toen dat bij alle tien onderzochte kristallen, gesneden uit verschillende stukken klipzout, het effect door het glasplaatje kon worden gecompenseerd als de richting waarin dit is samengedrukt met R_2 samenviel. Met het oog op het in § 4 gezegde volgt hieruit dat het teeken tegengesteld is aan wat form. (1) aanwijst.

Hoewel deze tegenspraak niet bevredigend is, komt het mij voor dat men er zich niet te zeer over moet verwonderen, en wel omdat de theorie waaruit de vergelijking werd afgeleid, in het licht onzer tegenwoordige kennis zoo gebrekkig is. Terwijl werd aangenomen dat in de punten van het kristalnet gelijke molekulen geplaatst zijn, en dat in elk daarvan een electrisch moment wordt opgewekt, zooals het geval zal zijn als het molekuul een quasi-elastisch en wel isotroop gebonden electron bevat, stellen wij ons thans voor dat langs elke netribbe natrium- en chloorkernen met elkaar afwisselen en dat om die kernen, en misschien ook om de verbindingslijnen, electronen in kringen rondloopen. Geschiedt dat rondloopen in platte vlakken, dan kan ook de stand daarvan een anisotropie teweegbrengen.

Misschien is het eenige wat de oude theorie aannemelijk kan maken dit, dat een anisotropie die zooals de door (1) bepaalde evenredig is met $\frac{\delta^2}{\lambda^2}$ wel mag worden verwacht. Aan een berekening op grond van de nieuwe opvattingen heb ik mij niet gewaagd; men zal vóór men die beproeft verder moeten zijn in de behandeling der lichttrillingen in het algemeen.

Dat de oude theorie veel te wenschen overlaat blijkt nog uit iets anders. Het door (2) bepaalde phaseverschil neemt bij afnemende golflengte sterk toe en men zou dus, met wit licht werkende, het gezichtsveld duidelijk gekleurd moeten zien. Dit is echter volstrekt niet het geval.

Wat de grootte van het phaseverschil betreft, die heb ik wegens het onvolkomene der uitdoovingen moeilijk kunnen bepalen.

Het gelukte niet het voor de gebezigde kristallen rechtstreeks met den compensator van Babinet te meten. Het eenige wat ik kon doen was, met dit hulpmiddel het phaseverschil te bepalen voor het samengedrukte glasplaatje waardoor de dubbele breking van het klipzout vrij wel gecompenseerd was. Zoo bleek het dat het phaseverschil een klein onderdeel, zoo iets als $^1/_{30}$ of $^1/_{40}$ van een golflengte bedroeg.

Het lag voor de hand ook met kristallen te werken, waarvan de zijvlakken loodrecht op een netribbe staan, in welk geval een dubbele breking zooals de hier behandelde niet kan bestaan.

Tot mijn verwondering konden ook nu veelal twee onderling loodrechte standen worden onderscheiden, in welke de intensiteit een minimum is, zoodat het schijnt of ook bij het gemiddelde der accidenteele dubbele breking over de doorsnede van het kristal nog van twee hoofdrichtingen kan worden gesproken. Intusschen waren de verschijnselen onmiskenbaar minder regelmatig dan bij de kristallen waarmede ik eerst had gewerkt. De minima waren minder geprononceerd en met uitzondering van een enkel geval kon er niet zoo nauwkeurig op worden ingesteld als in het vorige geval; soms was de instelling veel twijfelachtiger. Ook waren de uitdoovingsstanden niet altijd dezelfde; de twee netribben die nu in een vlak loodrecht op den lichtbundel liggen, vielen soms ten ruwste met de trillingsrichtingen der Nicols samen, maar maakten er ook wel eens hoeken van 30° of 40° mee.

Alles samengenomen heb ik den indruk gekregen dat de beschouwde dubbele breking inderdaad bestaat, maar ik hoop dat anderen gelegenheid zullen hebben de proeven te herhalen met betere kristallen dan waarover ik kon beschikken.

Natuurkunde. — J. J. van Laar: *„Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van* Planck." III. *Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éenatomige stoffen.*

(Aangeboden door de Heeren H. A. Lorentz en F. A. H. Schreinemakers.)

Daar het uitvoerige Artikel in het Engelsch Verslag zal verschijnen, moet ik mij hier tot een kort overzicht beperken.

Bij de afleiding der krachtswerking tusschen twee moleculen, zooals o.a. door van der Waals Jr., Debije en Keesom is geschied, werd tot nog toe altijd *gemiddeld* over alle mogelijke orientaties, wat betreft de positie der aan de moleculen verbonden electrische ladingen. Maar wanneer men deze beschouwt als gedragen door de om den positieven kern rondloopende negatieve electronen, dan komt men — wanneer men nl. de gewone middelingsmethoden laat varen — tot een *periodiek* werkende kracht, dan eens aantrekkend, dan weer afstootend, al naar de onderlinge posities der electronen. Ook blijkt dat, zelfs bij middeling, de totale kracht volstrekt niet zou verdwijnen, zooals o.a. Debije meende, op grond van een bekend electrisch theorema; en dat het dus niet noodig is ter verklaring eener resulteerende krachtswerking een door het electrisch veld verwekte „polarisatie" in het molecuul aan te nemen.

De uitdrukking welke men op deze wijze verkrijgt, is niet zeer eenvoudig, en leent zich slecht tot uitvoering der integraties der bewegingsvergelijkingen. Toch blijkt onmiddellijk dat de krachtswerking den factor x bevat, die de projectie voorstelt van de verbindingslijn van electron en kern op die der beide moleculen. Een gemakkelijke berekening voor eenige gevallen laat een grootteschatting van het met x telkens van teeken wisselende effect toe; en een integratie der bewegingsvergelijkingen door middel van reeksen geeft nader uitsluitsel, quantitatief in de verschillende bepalende grootheden uitgedrukt, aangaande de werking in de grensgevallen (gassen en vaste lichamen).

Het blijkt dat bij vaste lichamen de moleculen in gesloten banen om evenwichtsstanden zullen roteeren, van welke banen de omloopstijden natuurlijk in eenvoudig verband zullen staan tot die van de electronen om den kern — zoodat dus ook in de betrekking tusschen

Energie en temperatuur, vroeger door mij afgeleid, de grootheden h en r een rol zullen spelen.

Dat bij hoogere temperaturen de gesloten banen opgeheven worden en vervangen door telkens slechts door „botsingen" onderbroken banen (*vloeistoffen* en *gassen*) wordt eveneens gemakkelijk verklaard door het feit, dat bij eenigszins groote aanvangssnelheid (nl. die waarmede het beschouwde molecuul in projectie fictief den evenwichtsstand passeert) deze snelheid bij de eerste periodieke afstooting niet meer dadelijk $= 0$ wordt, maar eerst later, bij onmiddellijke aanraking met het andere molecuul. Terwijl bij temperaturen beneden het „*smeltpunt*" dit wèl geschiedt. Hetgeen dan, ruimtelijk overgezet, beteekent dat de in projectie om den evenwichtsstand zonder botsing heen en weer gaande baan alsdan wordt omgezet in een *gesloten* baan om dien evenwichtsstand.

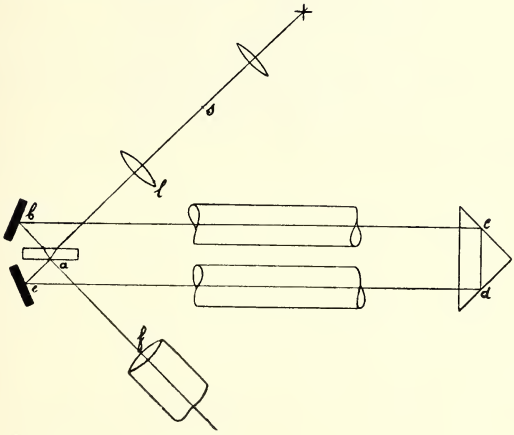
Zoo kon ik b.v. het (fictieve) smeltpunt van H berekenen, hetgeen hooger dan dat van H_2 (14° abs.) zou moeten uitvallen, aangezien de aantrekking tusschen de H-atomen grooter is dan die tusschen de H_2-moleculen. Inderdaad werd dit dan ook gevonden (nl. 36°,4 abs.).

Maar ook bij *gassen* moet een temperatuur bestaan, die overeenkomt met het smeltpunt bij vaste lichamen: de z.g. *ontaardingstemperatuur*, waarboven de moleculen zich in nagenoeg rechtlijnige banen bewegen tot botsing intreedt, maar waar beneden weer *gesloten* banen zullen optreden (*gasontaarding*). Ook wordt ten slotte gewezen op het bestaan van *meerdere* zulke gesloten banen, al naar gelang der aanvangssnelheid; in verband met de mogelijkheid dat de snelheid reeds tot 0 wordt gereduceerd bij de 1e, 2e en 3e enz. periode.

Natuurkunde. — G. C. Dibbetz Jr. en P. Zeeman: „*Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den lichtweg van de interferometer-opstelling* Fizeau-Michelson".

(Aangeboden in de vergadering van 29 Mei 1920).

Wanneer in een van de lichtbundels van de interferentie-opstelling, die bij de proef van Fizeau gebezigd wordt, natriumdamp gebracht wordt, kunnen verrassende veranderingen van interferentiestrepen worden waargenomen. Het is daarvoor noodig dat de natriumdamp als een prisma werkt en dat met een spektroskoop de verandering van den afstand der interferentiestrepen met de golflengte kan worden waargenomen door op de spleet van den spektroskoop de interferentiestrepen te projecteeren.



De bovenstaande figuur ontleenen wij aan een vroegere mededeeling [1]) over den meesleepings-coëfficient van Fresnel voor verschillende kleuren in water, waarbij de interferometer volgens Michelson en Morley dienst doet. In *a* ontmoet de straal Michelson's

[1]) Zeeman. Deze Verslagen, Deel **23**, 27 Juni 1914.

zwakverzilverden spiegel. Daar wordt de invallende bundel *s l a* in een teruggekaatsten en een doorgelaten ontbonden. De teruggekaatste volgt den weg *a b c d e a f*, de doorgelaten den weg *a e d c b a f*. Tusschen *e* en *d* werd bij enkele proeven de vlam van een MEKÈRbrander, waarin een platinaschuitje met keukenzout was gebracht, geplaatst. In een tweede geval werd een sterker dichtheidsverval van den natriumdamp verkregen, door in een ijzeren buis, die met een luchtpomp in verbinding staat en aan weerszijden met glazen platen is afgesloten, natrium te brengen en de buis van onderen te verhitten en van boven af te koelen.

Met de vlam tusschen *e* en *d* werd het verschijnsel waargenomen dat op de Plaat in Fig. 1 is gereproduceerd.

Fig. 2 geeft het interferentieverschijnsel met een sterker werkend natriumprisma weer. Beide foto's zijn genomen met een spektroskoop met één glazen prisma; de eerste is 7 maal, de tweede 4 maal vergroot. In Fig. 1 zijn de beide absorptie *D*-lijnen zichtbaar. In Fig. 2 is het geheele gebied om *D*-lijnen verdwenen.

Een volledige verklaring van de proef zal hier niet worden beproefd en zou ook meer ruimte vorderen dan hier tot onze beschikking staat. Zelfs zonder den natriumdamp is de verklaring van de afhankelijkheid der interferentiestrepen van den onderlingen stand der vijf spiegelende vlakken en van de dikte van den zwakverzilverden spiegel een nogal samengesteld probleem, dat voor zoover ons bekend nog niet in details behandeld werd.

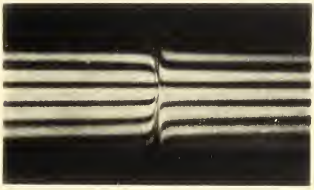
Wij bepalen ons tot een paar opmerkingen over omstandigheden, die bij het totstandkomen van het verschijnsel een rol spelen.

Een punt waarop wij de aandacht vestigen is de bijzonderheid dat de stralen, die in tegengestelde richting rondloopen na doorgang door het natrium prisma een verschillend bedrag worden afgebogen. Immers zal als het dampprisma tusschen *e* en *d* staat, straal *a e d* nog den langen weg *d c b a f* moeten doorloopen voor hij in het objectief van den kijker komt, daarentegen moet *a b c d* alleen den korten weg over *e a f* afleggen.

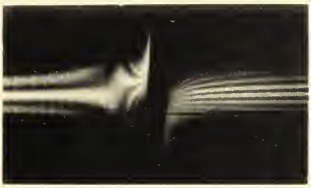
In dit verband vermelden wij nog dat er nooit iets is gebleken van een afhankelijkheid van de voortplantingssnelheid van het licht van de intensiteit. Wij nemen aan, dat die ook niet bestaat, anders zouden bij onze proef door zulk eene afhankelijkheid reeds phaseverschillen tot stand moeten komen omdat de eene straal in het begin, de andere aan het eind van zijn weg verzwakt wordt.

Belangrijk is dan nog de volgende hulpproef. Tusschen *l* en *a* brengen wij een schermpje, met een nauwe opening aan om als het ware een lichtstraal te isoleeren. Terwijl bij de hoofdproef een

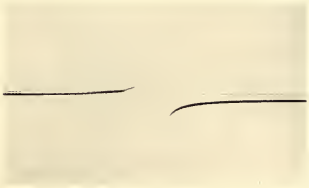
IBBETZ EN P. ZEEMAN. Een interferentieverschijnsel met natrium damp in een lichtweg van de interferometer opstelling Fizeau-Michelson



1



2



3

HELIOTYPIE, VAN LEER, AMSTERDAM

beeld van de interferentiestrepen met behulp van de lens f op de spleet van den spektroskoop werd ontworpen, vergrooten we nu den afstand tusschen f en het vlak van de spleet. We kunnen dan, wanneer zooals bij de proef de lichtweg tusschen den zwakverzilverden spiegel en de lens omstreeks 600 cM. bedraagt, door een verschuiving van 4,5 cM. (brandpuntsafstand der projecteerende lens 50 cM.) in het beeldvlak twee scherpe, verticaal boven elkaar gelegen, cohaerente beeldpunten waarnemen. De afstand der beeldpunten is een functie van de golflengte. Worden ze op de spleet van den spektroskoop ontworpen, dan neemt men daarin de afhankelijkheid van beeldafstand en kleur direct waar. Fig. 3 geeft een positief foto die onder genoemde omstandigheden en met de buis met natrium verkregen werd. De donkere lijn links en de donkere rechts zijn van het eene, de flauwe lijnen van het andere lichtpunt afkomstig. Het intensiteitsverschil der lijnen werd veroorzaakt doordat niet beide lichtpunten precies onder elkaar op de spleet vielen. In de omgeving van de absorptie D-lijnen kunnen de lijnen van Fig. 3 niet worden waargenomen. In het linkerdeel der figuur zijn onze lijnen beide naar boven gekromd, in het rechtergedeelte krommen beide zich naar beneden. Verder valt op dat de lijnen in het linkerdeel elkaar snijden, terwijl ze in het rechterdeel steeds verder van elkaar gaan.

Brengen we nu vervolgens weer de spleet van den spektroskoop in het hoofdbrandvlak van de lens, zoodat de interferentiestrepen op het spleetvlak vallen dan zien we in den spektroskoop de interferentiefiguur van Fig. 2.

Het schijnt nu zeer plausibel in het verloop der lijnen van Fig. 3 den grond te zoeken voor het ontstaan van Fig. 2. We verwachten dan een verschuiving in het middendeel der figuur van het geheele strepensysteem, links naar boven rechts naar beneden. Verder interferentiestrepen dicht op elkaar waar de lijnen van Fig. 3 ver uiteen loopen, wijd van elkaar waar de afstand dier lijnen klein is. Waar de lijnen elkaar snijden verwachten we geen interferentiestrepen. Zoo zou dan het typische ruitvormige middenstuk in de figuur komen.

Er dient nog te worden opgemerkt dat in Fig. 2 een donker horizontaal lijntje voorkomt, dit is door een stofje in de spleet ontstaan. De verticale schaduwen in het linkerdeel van de figuur zijn de eerste aanduidingen van het absorptie bandenspectrum van natrium.

Geologie. — B. G. Escher: *„De warme lahar in de vallei der tienduizend rookpluimen (Alaska)".*

(Aangeboden door de Heeren G. A. F. Molengraaff en Eug. Dubois).

Robert F. Griggs heeft na herhaalde expedities naar den *Mt. Katmai*-vulkaan en de *„Valley of ten thousand smokes"* in *Alaska* uitvoerig zijn bevindingen medegedeeld (lit. 1—6). De waargenomen verschijnselen waren zoo belangwekkend dat dit gebied door besluit van den president der Vereenigde Staten van Noord Amerika als „Katmai National Monument" toegevoegd is aan de reeks van nationale natuurreservaties.

In het bijzonder heeft Griggs den grooten warmen modderstroom van 1.37 KM^2 oppervlakte in de vallei der tienduizend rookpluimen aan beschouwingen onderworpen. Zooals hij zelf mededeelt [1]) was hij vooral wat betreft dit verschijnsel zoo uitvoerig omdat hij een verklaring meende te moeten geven die een novum zou zijn in de vulkanologie. Wij moeten hem dankbaar zijn voor zijn openhartigheid en voor de gelegenheid die hij vakgenooten bood om zich te kunnen wagen aan een andere verklaring van den grooten warmen modderstroom.

Uit zijn geschriften blijkt ten duidelijkste, dat Griggs het eruptiekarakter van den Goenoeng *Kloet* op Java niet kent en het komt mij voor dat deze vulkaan ons den sleutel in handen geeft voor de ontwarring van het raadsel waartegenover Griggs stond.

In het kort komen de waarnemingen en verklaringen van Griggs

[1]) In the discussion of this remarkable terrane we have set down numerous considerations which would be quite superfluous if it were located in a district more accessible to geologists, so absolutely clear are its major relations. But, recognizing that under present circumstances it would not be practicable for all geologists who might be skeptical to go and see it for themselves, we have tried to supply the answers to all the questions likely to arise in the minds of such skeptics" (lit. 5 p. 142).

en:

„I would further add that I am not committed to any theory of the origin of this curious terrane, but will be glad to accept any other interpretation that can be suggested, provided only that it is consistent with the facts as found in the field. Certainly any suggestion that would relieve us of the necessity of postulating an entirely new type of volcanic action will be most welcome" (lit. 5, p. 119).

op het volgende neer[1]): Eenige valleien, met een grootste gezamenlijke lengte van 32 KM. zijn door een modderstroom bedekt, welke vrijwel overal aan de berghellingen een hoog-modder-merk (in analogie met hoog-water-merk) heeft achtergelaten. Op deze modderstroomtuf ligt versch gevallen, gelaagde asch van de eruptie van Mt. Katmai van Juni 1912. Deze gelaagde asch bedekt overigens een veel grootere omgeving en hierop ligt aan den Zuidvoet van Mt. Katmai een koude modderstroom. Deze koude modderstroom wordt door GRIGGS m.i. geheel terecht verklaard, door sterken regenval. Het analogon hiervan kennen wij in Java o.a. in de koude lahar's van de *Smeroe* met de beruchte ramp van *Loemadjang* (lit. 11).

Nu kent GRIGGS geen andere modderstroomen van vulkanisch materiaal met water dan zulke met regenwater of water van gesmolten gletschers[2]). Er zijn echter voldoende aanwijzingen in het gebied van Mt. Katmai, dat in verband met de uitbarsting van den Katmai vulkaan de gletschers niet noemenswaard zijn afgesmolten.

GRIGGS schat de totale hoeveelheid tuf van den modderstroom op 1 kubieke mijl (lit. 5 p. 137), dus op 4096 millioen m^3. Om deze hoeveelheid vaste stof in suspensie te houden acht hij minstens evenveel water, dus minstens 4096 millioen m^3 water noodig en het gelukt hem niet om hiervoor een oorsprong te vinden.

Verder is het hem onverklaarbaar dat de groote modderstoom ouder moet zijn dan de aschregen, terwijl de subaërisch gesedimenteerde asch volgens hem de explosie van Mt. Katmai vertegenwoordigt. Indien de aschlaag onder lag en de modderstroom daarboven dan meent GRIGGS dat de zaak eenvoudiger te verklaren ware; hetgeen echter geenszins het geval is, want de groote modderstroom was immers warm.

Ten einde raad komt GRIGGS tot de conclusie, dat de modder die den grooten modderstroom gevormd heeft uit den bodem van de vallei opwelde. Hij stelt zich voor dat de modder door talrijke spleten in den dalbodem opsteeg en wel zonder bijzondere explosieve verschijnselen maar zeer kalm.

GRIGGS is zich wel bewust hiermede een nieuw vulkanisch verschijnsel in het leven te hebben geroepen en verklaart ook geen hypothese te bezitten om het mechanisme van dit verschijnsel te verduidelijken. Hij heeft zijn conclusie besproken met eenige vulkanologen in Amerika, die na heftigen tegenstand (lit. 5,

---

[1]) In het volgende laat ik voorloopig buiten beschouwing de laatste lezing van GRIGGS (lit. 6).

[2]) De laatste zijn o. a. van IJSLAND, bekend onder den naam „jökulhlaup" (lit. 18, p. 171).

p. 117) zijn interpretatie als een noodzakelijke consequentie der feiten aannamen.

Hieruit blijkt dat men de vele publicaties over den *Kloet* (lit. 7—15) in Amerika niet kent.

In het kort komt het eruptiekarakter van den Kloet, dat uit talrijke uitbarstingen bekend is, op het volgende neer.

Na een uitbarsting, opvulling van den krater met regenwater in zes jaren gedurende een rustperiode van gemiddeld 18 jaren [1]). De nieuwe uitbarsting moet dus plaats vinden door het water van het kratermeer heen, zoodat het water uitgeblazen wordt, en vermengd met heete asch, puimsteen en andere bommen en lapilli, als heete modderstroom (*lahar*) de helling van den vulkaankegel afstroomt.

Bekend geworden zijn uitbarstingen van den Kloet van 1586, 1752, 1771, 1811, 11—14 Oct. 1826, 1835, 16 Mei 1848, 4 Jan. 1864, 22—23 Mei 1901 en 19—20 Mei 1919.

Bij de laatste eruptie werden meer dan 5000 menschen gedood. In 1875 brokkelde de Westzijde van den kraterwand af, waardoor het kratermeer zich gedeeltelijk ledigde en koude lahar's optraden.

Duurt de uitbarsting langer dan de tijd die noodig is om vrijwel al het water uit het kratermeer weg te blazen, dan volgt op de warme lahar een gewone aschregen. Hierop volgen dan, tengevolge der intensieve tropische regens koude lahars. Het profiel dat hierbij plaatselijk kan ontstaan bevat dus van boven naar onder:

III. Tuf van koude lahars tengevolge van regen (omgezet materiaal van I en II).

II. Asch, subaërisch bezonken (2e eruptie-sediment).

I. Tuf van warme lahars (1e eruptie-sediment).

Ditzelfde ideale profiel werd door Griggs waargenomen en hierin kostte de verklaring van I hem zooveel hoofdbreken.

Het is opmerkelijk hoeveel warmte er in een dergelijke lahar overblijft nadat de oorspronkelijke hoeveelheid water daaruit weggeloopen en verdampt is. Kort na de uitbarsting van 1919 kon Kemmerling (lit. 14) op talrijke plaatsen pseudo-vulkanische verschijnselen waarnemen, te voorschijn geroepen door verdampend water in den lahar [2]).

Vissering (lit. 11, p. 73) vermeldt, dat een wandelstok die vier dagen na de uitbarsting van 1901 een voet diep in den lahar werd gestoken, er brandende uitgetrokken werd. Kemmerling deelt

---

[1]) Gemiddelde berekend sedert 1811.

[2]) Een prachtige foto van den lahar van 1919 met dampppluimen komt voor op p. 116—117 van de „Illustration" van 9 Aug. 1919, 77e jaargang, No. 3988. Zij werd 22 Mei 1919 opgenomen.

mede (lit. 14, p. 811), dat hij (eenige dagen) na de uitbarsting in den lahar aan een gasuitstrooming een temperatuur van 360° C. aflas! Op 25 Maart 1921 bezocht ik den Kloet en deelde de heer G. K. R. Höjgaard, landmeter bij het Mijnwezen mij mede, dat de temperatuur van den lahar van Mei 1919 op 50 cm. diepte toen nog 178° C. bedroeg.

Het definitieve rapport over de Kloet-eruptie van 1919 van den vulkanoloog bij het Mijnwezen Dr. G. L. L. Kemmerling is nog niet verschenen. Het beste kaartje van den lahar van 1919 is, voor zoover mij bekend, tot nu toe verschenen in het „Keloet Number" van „Picturesque Netherlands East-Indies„ Vol. II" N°. 5[1]). De schaal van dit

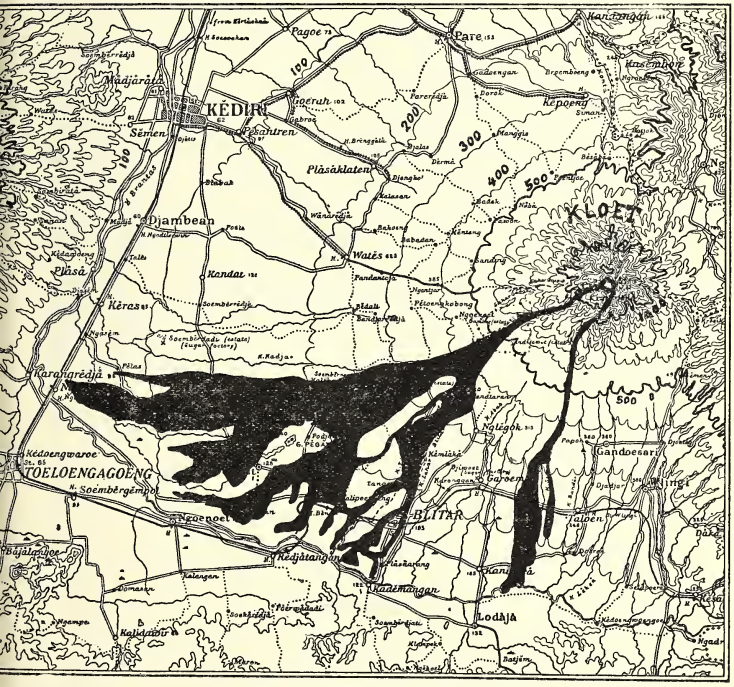


Fig. 1.

The hot lahars of the Kloet volcano, in 1919.

After G. L. L. Kemmerling. Scale 1 : 400.000.

[1]) Uitgegeven door het Official Tourist Bureau te Weltevreden, Java. Juli 1919.

kaartje bedraagt niet 1 : 250.000 zooals daarbij staat aangegeven, maar ten naaste bij 1 : 400.000. De verspreiding van den lahar is daarop naar gegevens van KEMMERLING ingeteekend. (fig. 1). Ik heb naar dit kaartje de oppervlakte van den lahar becijferd op 208 KM^2 of rond 200 millioen M^2.

Omtrent de dikte van de laharbedekking staan voorloopig nog weinig gegevens ter beschikking. Boven bij den *lahar Goepit* bedroeg de dikte naar mijn schatting meer dan 50 M. Maar hier is de breedte slechts ± 200 M. De groote dikte houdt hier verband met een opstuwing achter de lager gelegen *Doerga kloof* van slechts 10—15 M. breedte, waar de geheele lahar (*Badak*) van 1919 door moest. Dit bovengedeelte van den lahar wordt nu door erosie sterk aangetast, waardoor de dikte geschat kan worden.

Belangrijker voor een inhoudsbepaling van den lahar is echter de dikte in de vlakte. KEMMERLING (lit. 14 p. 810) noemt een plaatselijke dikte te Blitar tot 1,55—2,20 M. en vermeldt, dat in de thans overstroomde vlakte alle vegetatie onder een 40 tot 60 cM. dikke zand en steenenlaag begraven ligt. Indien men 50 cM. als gemiddelde dikte der laharbedekking aanneemt, zou de inhoud van den lahar van 1919 zijn: 0,5 × 200 millioen m^3 = 100 millioen M^3, neemt men 20 cM. als gemiddelde dikte aan, en lager zal men toch zeker niet behoeven te gaan, dan zou de inhoud bedragen: 0,2 × 200 millioen M^3 = 40 millioen M^3. Het lahar materiaal bestaat ten eerste uit asch, lapilli en bommen van de eruptie van 1919 en ten tweede uit oud lahar-materiaal, dat door den nieuwen modderstroom weer opgewoeld, uitgeërodeerd en meegesleurd werd. De inhoud van het kratermeer bedroeg (lit. 14) 38 millioen M^3 [1]).

De verhouding van vaste stof (A) tot water (W) in den heeten lahar van 1919 zou dus hebben bedragen:

Bij de aanname eener 50 cM. dikke laharbedekking:

$$\frac{A}{W} = \frac{100}{38} = 2{,}6$$

en bij de aanname eener 20 cM. dikke laharbedekking:

$$\frac{A}{W} = \frac{40}{38} = \pm 1.$$

Beschouwen wij nu de *Katmai*-omgeving nog eens nader.

---

[1]) Na de uitbarsting van 1901 werd het peil van het kratermeer kunstmatig verlaagd, zoodat de inhoud terugliep van 44 millioen M^3 (lit. 10) tot 38 millioen M^3. Nu bouwt men een tunnel om den krater vóór een volgende uitbarsting droog te hebben en zoodoende de vorming van lahars te voorkomen.

Griggs schijnt in zijn beschouwingen geheel over het hoofd te hebben gezien, dat er voor de eruptie van 1912 van Mt. Katmai ook een kratermeer zal hebben bestaan, evenals dat blijkens zijn profiel (lit. 2 p. 167) nu het geval is. Het is duidelijk, dat het water uit dit kratermeer een soortgelijke rol moet hebben gespeeld als bij den Kloet.

Het eerste sediment der Mt. Katmai uitbarsting moet dus niet zooals Griggs zich voorstelt de subaërisch neergezette asch geweest zijn, maar de warme lahar, die de boomen verkoolde. Daarna moet een stadium zijn ingetreden waarin al het water reeds uit den krater weggeblazen was en de asch droog opgeworpen werd en ver in den omtrek neerviel, en ten slotte, als verschijnsel dat niet direct met de uitbarsting samenhangt, veroorzaakte de regen een koude modderstroom op de zuid-helling van Mt. Katmai.

Gaan we nu de hoeveelheden vaste stof en water na.

Vaste stof in den grooten modderstroom van het dal der tienduizend rookpluimen is er volgens de schatting van Griggs ongeveer 4096 millioen M^3 (lit. 5, p. 137) [1]). Hij schat de kraterruimte na de uitbarsting op 4.500 millioen kubieke yards = 3442 millioen M^3. Door de uitbarsting is de kraterrand echter aanmerkelijk verlaagd van maximaal 7500 voet (2280 M.) op maximaal 6970 voet (2120 M.) (lit. 2, p. 167) en minimaal 5200 voet (1580 M.) (lit. 1, p. 59). De kraterruimte vóór de uitbarsting van 1912 wordt door Griggs geschat op 11,000 millioen kubieke yards = 8415 millioen M^3. De inhoud van het kratermeer zal dus voor de uitbarsting in 1912 ongeveer hebben bedragen 8415 millioen M^3, zoodat de bovengenoemde verhouding voor den Mt. Katmai zou bedragen:

$$\frac{A}{W} = \frac{4096}{8415} = 0{,}49.$$

Ook al was dus de inhoud van het kratermeer voor de eruptie kleiner en de hoeveelheid vaste stof in den lahar grooter, dan nog zou, vergeleken met den Kloet, voldoende water in den Katmai-krater aanwezig geweest zijn om den modderstroom te veroorzaken die nu in de vallei der tienduizend rookpluimen door Griggs werd waargenomen.

Rest nog de vraag of de verspreiding van den modderstroom in overeenstemming is met de aanname dat de Mt. Katmai-krater de oorsprong is. Op bladz. 132 van zijn verhandeling van December 1918 (lit. 5) geeft Griggs een kaartje van de uitbreiding van den

[1]) In lit. 6, p. 241 schat Griggs het totale volume van den zand- (lees: modder-)stroom „as greater than a cubic mile".

grooten modderstroom (fl. 2). Deze bereikt ten W. van Mt. Katmai de isohypse van 3000 voet (910 M.), terwijl hij naar het N.W.

The Valley of ten thousand Smokes.
Het dal der tienduizend rookpluimen.
Simplified after R. F. Griggs.

Way of the hot lahar after the author.
Hot lahar (mud flow) after R. F. Griggs.

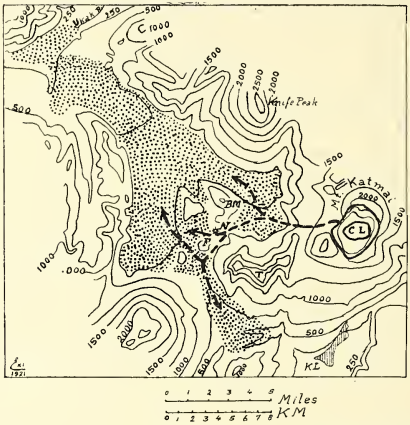


Fig. 2. Scale 1 : 400.000.
Heights in metres.

CL = Crater Lake.
KL = Katmai cold mudflow.
BM = Broken Mountain.
N = Novarupta volcano.
F = Falling Mountain.
T = Trident volcano.

verloopend over ± 24 K.M. daalt tot ± 300 voet (91 M.), (lit. 5), p. 120).

Tusschen *Broken Hill* en *Trident Volcano* ligt de nieuwe vulkaan *Novarupta*, die volgens de nomenclatuur van Schneider (lit. 16, p. 67) gerekend moet worden tot de *tholoïden* [1]).

[1]) Novarupta bestaat uit een ringwal van losse uitwerpselen en een lavaprop (tholoïde) in het midden (lit. 6, foto p. 230). Evenals bij den Goenoeng Galoenggoeng (Java) waarin in 1918 een tholoïde: Goenoeng Baroe ontstond lit. 18) is dus ook bij Novarupta de tholoïde een vorm in een krater, zoodat

De pashoogte tusschen Novarupta en Trident Volcano bedraagt ± 2600 voet (790 M.), terwijl de pas tusschen Falling Mt. en Trident Volc. ± 2800 voet (850 M.) hoog is.

De weg die de warme lahar volgens mijn meening genomen heeft, heb ik op bijgaand kaartje (fig. 2) met een dikke streeplijn aangegeven. Met geweld en groote snelheid komende van den Katmai krater, daalde hij naar het W. af, splitste zich voor de eerste maal bij Broken Hill, waarbij de hoofdmassa naar het N.W. stroomde, en een kleiner gedeelte tusschen Broken Hill en Trident Volc. naar het S.W. Bij Falling Mt. had een tweede splitsing plaats; een gedeelte stroomde in Westelijke richting en vereenigde zich later Noordwaarts ombuigend met den hoofdstroom, terwijl een ander gedeelte naar het S. en S.W. over den Katmai-pas stroomde en afdaalde tot den Mageik Creek tot op een niveau van ± 1400 voet (425 M.).

Deze verklaring is opgebouwd uit het kaartje van Griggs. Hij zelf zal kunnen nagaan of zij met zijn detail-opnamen overeenkomt.

Wat nog verklaart dient te worden is het ontbreken van den lahar tusschen den W. kraterwand (± 6000 voet) (1820 M.) en de isohypse van 3000 voet (910 M.). Een soortgelijk verschijnsel wordt ook, hoewel minder opvallend bij den Kloet waargenomen [1]). Het berust hierop, dat in het kortere bovenste steile gedeelte van zijn stroombaan de lahar erodeert, in het veel langere onderste, vlakkere gedeelte, de lahar pas gelegenheid heeft te sedimenteeren. De naam Kloet beteekend: veger, hij vaagt bij elke eruptie heele gedeelten van zijn hellingen schoon en verderop cultures en dorpen weg.

In verband met het hierboven medegedeelde zou ik willen voorstellen de volgende nomenclatuur voor modderstroomen te aanvaarden:

I. *Specifiek vulkanische*:

1. Door een eruptie door een kratermeer heen:		Type
	lahar (warme lahar) (warme modderstroom)	Kloet (Java)
2. Door eruptief smelten van een ijskap:	*jökulhlaup*	IJsland

II. *Niet specifiek vulkanische*:

3. Door sterken regenval op los materiaal:	*Muhrgang* (koude lahar) (koude modderstroom).	

In het bovenstaande is getracht te bewijzen, dat de Katmai-eruptie van 1912 een vergrootte uitgave was van de zoo dikwijls waar-

F. v. Wolff (lit. 17, p. 491) gelijk schijnt te hebben waar hij zegt dat tholoïden niet tot de grondvormen der vulkanische bouwwerken behooren. Het zijn secundaire vormen in reeds bestaande vulkanen.

[1]) De nauwe Doergakloof stuwt den lahar die daarom gedeeltelijk daarachter blijft liggen.

genomen Kloet-erupties (fig. 3) en dat de heete modderstroom uit de vallei der tienduizend rookpluimen een warme lahar was.

Op den lahar van den Kloet werden pseudo-vulkanische verschijnselen waargenomen in verband staande met het verdampen van regen- en grondwater en het plotseling te voorschijn treden van waterdamp onder spanning. Dat die spanning nogal hoog kan zijn, volgt uit de temperatuur van 360° C., die KEMMERLING eenige dagen na de laatste uitbarsting aan uit den lahar stroomende gassen kon meten.

De hoogste gemeten temperatuur in de vallei der tienduizend rookpluimen bedroeg 645° C. (lit. 6 p. 250). Ik zou niet durven beweren, dat de rookpluimen in de laatstgenoemde vallei alle afkomstig zijn van de warmte die in den lahar opgesloten is. Wel is waar is het lahar materiaal door zijn puimsteengehalte een uitstekende isolator tegen warmteverlies, zoodat het zeer goed mogelijk schijnt, dat de lahar van Mt. Katmai ook nog na jaren een gedeelte van zijn eigen warmte zal behouden, maar er zijn drie feiten door GRIGGS genoemd die er toch voor spreken, dat er nog een andere warmtebron in de vallei bestaat.

In de eerste plaats werden echte solfataren waargenomen met de sublimatie-producten: realgaar, auripigment en zwavel (lit. 4 p. 105) welk feit volgens onze ervaringen nog moet worden teruggebracht op magma in den ondergrond.

In de tweede plaats gelukte het GRIGGS fumarolen te vinden, die niet op den modderstroom waren gelegen, maar daarnaast in het gesteente (Jura-zandsteen) dat plaatselijk den ondergrond van den modderstroom vormt (lit. 4 p. 111).

En in de derde plaats is aan een einde van de vallei de lava uit den grond te voorschijn getreden en heeft het daar de tholoïde Novarupta gevormd (lit. 4, p. 111). Deze drie feiten kunnen niet in overeenstemming worden gebracht met de eigenschappen der warme lahars zooals wij die van den Kloet kennen en worden door GRIGGS verklaard (lit. 4) door de aanname dat het magma onder de vallei dicht bij de oppervlakte ligt.

Daar het echter zeker is dat de Katmai-lahar ook pseudo-vulkanische verschijnselen te voorschijn zal roepen, evenals de Kloetlahars dat hebben gedaan, is wellicht uit gedetailleerde gegevens op te maken of inderdaad aangenomen moet worden (lit. 4, p. 116) dat het areaal waarover het magma dicht aan de oppervlakte komt, 32 km. lang is, of dat gedeelten van dit gebied geen echt vulkanische verschijnselen maar slechts pseudo-vulkanische lahar-verschijnselen vertoonen.

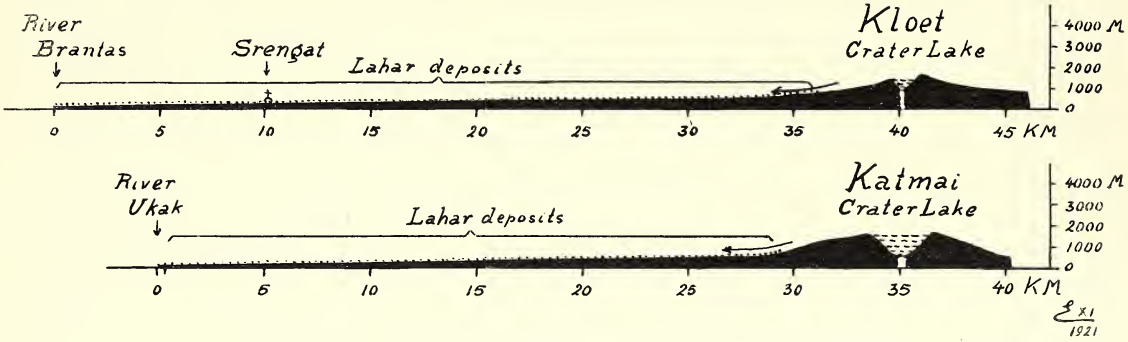


Fig. 3. Scale 1 : 250.000.

Two hot Lahar's of
Katmai (Alaska) after the eruption of 1912
and *Kloet* (Java) after the eruption of 1919.

Dit zou wellicht uitgemaakt kunnen worden met behulp van de analyses der fumarolen gassen en een kaart van de verspreiding der verschillende gassoorten.

Het zou b.v. denkbaar zijn, dat het gedeelte van den Katmai-lahar dat zich over den Katmai-pas naar het SE bewoog geen echte solfataren bezat.

In zijn laatste verhandeling (lit. 6, p. 248) wijst GRIGGS er op, dat de intensiteit van sommige fumarolen in 1919 geringer was dan in de voorafgaande jaren.

Enkele fumarolen bezaten in 1919 een lagere temperatuur, andere (een honderdtal) hadden opgehouden te bestaan. Deze waarnemingen zouden betrekking kunnen hebben op pseudo-fumarolen.

In de bespreking van den grooten modderstroom is tot nu toe door mij slechts gebruik gemaakt van de verhandelingen van GRIGGS, lit. 1 tot en met 5. Vooral in lit. 5 is hij zeer uitvoerig over den modderstroom. In herinnering zij geroepen, dat hij spreekt van een „high-water-mark" (lit. 5, p. 121 f. f.) en in het onderschrift van een foto (lit. 5, p. 126) van een „high-mud-mark".

In lit. 6 is echter plotseling sprake van een „high-sand-mark" (p. 232) en blijkt dat GRIGGS nu de tufopvulling in het dal wil verklaren door het d r o o g vulkanisch uitwerpen van asch en zand door honderden vulkaantjes in den bodem van het dal. Hij spreekt over "the tremendous outflow of incandescent sand" (p. 241) en als onderschrift van een foto (p. 228) komt de uitdrukking "hot sand-flow" voor.

Het mechanisme van deze heete-zand-stroom wordt voorloopig onvoldoende verklaard: "The continuity of this "high-sand-mark" shows clearly that the incandescent mass was not poured down one of the adjacent mountain sides into the valley, but must have originated from vents within its confines. This is clearly evidenced by many additional facts which cannot be detailed here. During the whole period of flow the mass was probably kept in a state of constant turmoil by the continued evolution of gas from the substance of its solid components" (lit. 6, p. 232). Bij de foto van Novarupta (lit. 6, p. 230) staat vermeld: "It is probable that a considerable fraction of the incandescent sand came from this vent".

Deze nieuwe hypothese van GRIGGS is klaarblijkelijk bedacht omdat hem bij nadere beschouwing een opwellen van een heeten modderstroom uit den dalbodem onwaarschijnlijk voorkwam.

Hoe dit ook zij, zijn gedetailleerde waarnemingen in lit. 5 mede gedeeld, hebben bij mij de overtuiging gevestigd, dat de tufopvulling

van het dal der tienduizend rookpluimen veroorzaakt is door een warme lahar, afkomstig uit het kratermeer van den Mt. Katmai.

Reeds nu kan daarom met vrij groote zekerheid worden voorspeld, dat bij een volgende eruptie van Mt. Katmai weer warme lahars zullen ontstaan en wel voornamelijk naar die zijde of zijden waar nu de kraterrand het laagst is.

17 Nov. 1921.

LITERATUUR.

I. Mt. Katmai.

1. Robert F. Griggs: „*The Valley of ten thousand smokes*". The National Geographic Magazine. Washington 1917, January pp. 13—68.

2. R. F. Griggs: „*The Valley of ten thousand smokes*". Washington 1918, February pp. 115—169.

3. R. F. Griggs: „*The Recovery of Vegetation at Kodiak*". The Ohio Journal of Science 1918. November pp. 1—57.

4. R. F. Griggs: „*Are the ten thousand smokes real volcanoes?*" The Ohio Journal of Science 1918. December pp. 97—116.

5. R. F. Griggs: „*The great hot mud flow of the valley of ten thousand smokes*". The Ohio Journal of Science 1918. December pp. 117—142.

6. R. F. Griggs: „*Our greatest national monument*". The National Geographic Magazine 1921. September p.p. 219—292.

II. Kloet.

7. Fr. Junghuhn: „*Java*". IIe uitgave 1854. Deel III, pp. 668—723.

8. R. D. M. Verbeek et R. Fennema: „*Description géologique de Java et Madoura*". 1899. Tome I, pp. 177—178.

9. L. Houwink: „*Verslag van een onderzoek naar aanleiding van de uitbarsting van den vulkaan Keloet in den nacht van den 22en op den 23en Mei 1901*". Jaarboek v. h. Mijnwezen in Ned. Oost-Indië. 35e jaarg. 1901, pp. 122—136.

10. H. Cool: „*Eenige mededeelingen en beschouwingen naar aanleiding van een onderzoek aan den kraterwand van den Keloet in Mei 1907*". Jaarboek v. h. Mijnwezen in Ned. Oost-Indië. 1907, pp. 185—233.

(Met lijst van oudere Kloet-literatuur).

11. G. Vissering: „*Geweldige Natuurkraehten*". Batavia-Amsterdam 1910.

12. B. G. Escher: „*De Kloet van een geomorfologisch standpunt beschouwd*". Natuurkundig Tijdschrift voor Ned. Indië. Deel LXXIX, pp. 120—127. 1919.

13. B. G. Escher: „*De Kloet*". Waterstaats-Ingenieur. 7e jaargang, pp. 304—309. 1919.

14. G. L. L. Kemmerling: „*De Kloetramp*". De Ingenieur. 34e jaargang, pp. 804—813. 1919.

III. Diversen.

16. K. Schneider: „*Die vulkanischen Erscheinungen der Erde*".

17. F. von Wolff: „*Der Vulkanismus*".

18. Th. Thoroddsen: „*Island*". Ergänzungshefte zu Petermann's Mitteilungen No. 152—153.

19. B. G. Escher: „*L'éruption du Gounoung Galounggoung en Juillet 1918*". Natuurkundig Tijdschrift v. Ned. Indië. Deel LXXX, pp. 260—264. 1920.

Palaeontologie. — Eug. Dubois: *„Over den schedelvorm van Homo neandertalensis en van Pithecanthropos erectus, bepaald door mechanische factoren".*

(Deze mededeeling wordt in het volgend Zittingsverslag opgenomen).

Ter uitgave in de Verhandelingen der Afdeeling wordt door den Heer G. A. F. Molengraaff aangeboden het manuscript van eene verhandeling van den Heer G. L. L. Kemmerling, getiteld: „Over den ouderdom en het mechanisme der plooiing in het Noord-Zwitsersche Juragebergte".

Het manuscript wordt door den Voorzitter gesteld in handen van de Heeren K. Martin en Eug. Dubois met verzoek daarover te praeadviseeren in een volgende vergadering.

Door den Heer W. H. Julius wordt voorgelezen en overgelegd een brief, gedateerd 22 September 1921, die door hem ontvangen werd van den Heer K. A. R. Bosscha te 's-Gravenhage, den Voorzitter der Ned.-Indische sterrekundige Vereeniging, en geadresseerd is aan de Ned. Eclips-Commissie, p.a. den Secretaris der Kon. Akademie van Wetenschappen. Bij dezen brief is gevoegd het verzoek van eene Commissie uit de „Astronomische Gesellschaft" te Leipzig, om steun te verleenen aan haar plan om bij gelegenheid van de totale zonsverdnistering op 22 September 1922 in Indië waarnemingen te doen betreffende afwijking der lichtstralen in het gravitatieveld der zon (Einstein-effect). De Ned. Eclips-Commissie wordt nu in dien brief verzocht om het belang dier expeditie ook bij den Nederlandschen Minister van Koloniën te bepleiten.

De Voorzitter geeft den Heer Julius in overweging zich in verbinding te stellen met de astronomen onder de leden der Afdeeling en in de volgende vergadering den uitslag dezer bespreking mede te deelen, opdat de Afdeeling dan de door haar te volgen gedragslijn in deze aangelegenheid zal kunnen vaststellen.

Daar de laatste Zaterdag van December dit jaar valt op Oudejaarsdag, een dag die voor het samenkomen der leden bezwaar oplevert, wordt, op voorstel van den Voorzitter, besloten de volgende vergadering te houden op Vrijdag 23 December a.s., nu ook de voorlaatste Zaterdag van December door het onmiddellijk hieropvolgend Kerstfeest voor een samenkomst der leden moeilijkheid zou geven.

De vergadering wordt gesloten.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN
TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP VRIJDAG 23 DECEMBER 1921.

DEEL XXX.

N°. 7.

Voorzitter: de Heer F. A. F. C. WENT.
Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Afscheidswoord van den Voorzitter tot den ambtenaar der Akademie, den Heer F. H. LEMSTRA, bij het nederleggen van zijn functie op 1 Januari 1922, p. 387.
Ingekomen stukken, p. 389.
EUG. DUBOIS: „Over den schedelvorm van *Homo neandertalensis* en van *Pithecanthropus erectus*, bepaald door mechanische factoren", p. 391. (Met één plaat).
H. ZWAARDEMAKER: „Oppervlakte- en diepteprocessen", p. 412.
L. J. J. MUSKENS: „De Myoclonische Reflexen". (Aangeboden door de Heeren H. ZWAARDEMAKER en R. MAGNUS), p. 418.
R. J. WOLVIUS: „Een objectieve methode ter stollingsbepaling van bloed". (Aangeboden door de Heeren A. A. HIJMANS V. D. BERGH en R. MAGNUS), p. 420.
W. E. DE MOL: „Over het ontstaan van hypo-triploide dwerghyacinthen uit triploide Hollandsche varieteiten door somatische variatie". (Aangeboden door de Heeren J. C. SCHOUTE en F. A. F. C. WENT), p. 424.
M. W. BEIJERINCK: „Azotobacter chroöcoccum als indikator van de vruchtbaarheid van den grond", p. 431.
Aanbieding boekgeschenken, p. 438.

Nadat het Proces-verbaal der vorige vergadering is goedgekeurd, verzoekt de Voorzitter de Heeren C. WINKLER en R. MAGNUS om den ambtenaar der Akademie, den Heer F. H. LEMSTRA, die, na een diensttijd van 43 jaren, met 1 Januari 1922 zijne functie bij de Akademie zal nederleggen, ter vergaderzaal binnen te leiden.

Zoodra de Heer LEMSTRA met zijne echtgenoote, zijne familieleden en de andere ambtenaren der Akademie op de voor hen bestemde zetels vóór de bestuurstafel hebben plaatsgenomen, neemt de Voor-

zitter het woord en richt zich tot den scheidenden functionaris om op hartelijke wijze uiting te geven aan het gevoel van dankbaarheid, dat bestuur en leden der Akademie vervult voor de vele en goede diensten, door den Heer LEMSTRA, als custos en administratief ambtenaar, gedurende die lange reeks van jaren hun allen en der Akademie bewezen met groote toewijding, onverflauwden ijver en zeldzame plichtsbetrachting, eene dienstpraestatie, welke hij niet anders dan op de meest loffelijke en waardeerende wijze hier in herinnering kan brengen.

De Voorzitter, wijzend op de onbegrensde werkkracht en de bijzondere toewijding, waarmede de Heer LEMSTRA in dienst der Akademie is werkzaam geweest, verheugt er zich over dat hij hier vergezeld is van zijne echtgenoote, die hem, als custos, steeds tot hulp en bijstand was en die, bijzonder voor de vervulling der meer huishoudelijke aangelegenheden in dienst der Akademie, niet minder den dank van bestuur en leden verdient.

Zijn aanspraak vervolgend, zegt de Voorzitter tot den Heer LEMSTRA: Nu Gij de Akademie gaat verlaten, is het voor ons allen een uur van droefenis en hoewel wij U thans een aantal jaren van rust gunnen, stemt het ons toch weemoedig nu wij van U afscheid moeten nemen. Naast die stemming van weemoed evenwel rijst een gevoel van groote erkentelijkheid, waaraan wij uiting wenschen te geven ook op stoffelijke wijze door het aanbieden van een couvert, welks inhoud wij U verzoeken te besteden op de wijze, die U zelf de beste zal dunken. Wij vertrouwen dat gij daarbij nog wel eens zult denken aan de gevers, wier namen gij vereenigd zult vinden aan den voet der op perkament gecalligrapheerde oorkonde, welke wij U tegelijk vereeren als een blijk van ons aller hulde.

Nadat de Voorzitter, namens het Bestuur en alle leden der Akademie, den Heer LEMSTRA nog heeft toegewenscht, dat hij en zijne vrouw nog vele jaren van hun rust zullen mogen genieten, besluit hij zijne toespraak met een herhaling van den dank voor alles wat door beiden voor de Akademie is gedaan.

De Heer LEMSTRA dankt den Voorzitter voor zijn hartelijke toespraak en spreekt tevens zijn dank uit aan het Bestuur en alle leden der Akademie voor de hem gebrachte hulde, die hem zeer getroffen heeft. Een deel daarvan meent hij echter te moeten afwentelen op hen, die hem bij zijn werk hulpvaardig ter zijde stonden en bijzonder aan zijn collega VAN GOCH. Ook hem stemt het afscheid tot weemoed en hij is er van verzekerd dat, als hij straks van zijn rust genieten zal, hij nog vaak in zijn herinnering zal terugggaan

naar de Akademie, in dienst waarvan hij het grootste en beste gedeelte van zijn leven is werkzaam geweest.

Daarna nemen de aanwezige leden, één voor één, persoonlijk afscheid met een handdruk en wordt de Heer LEMSTRA met zijne echtgenoote uitgeleid.

Hierna wordt mededeeling gedaan van de volgende ingekomen stukken:

1°. Bericht van den Heer G. A. F. MOLENGRAAFF dat hij, door zijn verblijf in Zuid-Afrika gedurende omstreeks acht maanden, te rekenen van begin Januari 1922 af, niet zal kunnen deelnemen aan werkzaamheden, die verband houden met zijn lidmaatschap der Akademie.

Voorts een kennisgeving van de Heeren F. M. JAEGER, P. VAN ROMBURGH, K. MARTIN en EUG. DUBOIS, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

Aangenomen voor kennisgeving.

2°. Schrijven van Zijne Exc. den Minister van Arbeid d.d. 15 December 1921 n°. 952 B, afd. V., waarin de Minister zijn bijzonderen dank betuigt aan de Afdeeling voor het door haar uitgebrachte rapport inzake het voorkomen van artesisch water in duingronden, een rapport waarvan door hem met belangstelling kennis genomen is.

Aangenomen voor kennisgeving.

3°. Bericht van den Heer G. VAN ITERSON JR., dat hij bereid is zitting te nemen in de commissie, welke in de November-vergadering benoemd is voor het prae-adviseeren der Afdeeling omtrent het antwoord, dat door haar te geven zal zijn aan den Minister van O., K. en W. op diens vraag of zij in de haar door den Minister toegezonden adviezen van Prof. DE VOOYS aanleiding vindt tot eene wijziging of nadere omschrijving van de door haar gedane voorstellen over een plan van organisatie der natuurwetenschappelijke voorlichting van Regeering en volk. (Reorganisatie der commissie van advies en onderzoek in het belang van volkswelvaart en weerbaarheid).

Aangenomen voor kennisgeving.

4°. Schrijven van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen d.d. 6 December 1921 n°. 5588, afd. K.W., met bericht dat bij Zijne Exc. geen bezwaar bestaat tegen het door Prof. THEOD. J. STOMPS gedaan verzoek om uitstel tot den zomer van 1923 van zijn reis naar het botanisch station te Buitenzorg, waarheen hij,

op voordracht der Afdeeling, voor rekening van het Buitenzorgfonds vermeerderd met eene Rijkstoelage, zal uitgezonden worden.

Aan den Heer STOMPS is hiervan mededeeling gedaan.

5°. Schrijven van de Heeren W. H. JULIUS, W. DE SITTER en E. HERTZSPRUNG, aan wie in de November-vergadering verzocht werd eene samenspreking te houden over den inhoud van een door den Heer JULIUS ontvangen brief van den Heer K. A. R. BOSSCHA, waarbij gevoegd was het verzoek van eene commissie uit de „Astronomische Gesellschaft" te Leipzig aan de Ned. Eclips-commissie om ook bij den Nederlandschen Minister van Koloniën het belang te bepleiten van een voorgenomen expeditie naar Ned. Indië tot het doen van waarnemingen betreffende afwijking der lichtstralen in het gravitatieveld der zon (EINSTEIN-effect), tijdens de totale zonsverduistering in Indië op 22 September 1922.

Deze samenspreking heeft geleid tot het concipieeren van een brief aan den Minister van Koloniën, welk concept wordt overgelegd en door den Voorzitter wordt voorgelezen.

De vergadering hecht hare goedkeuring aan dezen concept-brief en besluit een met het concept gelijkluidend schrijven namens de Afdeeling aan den Minister te zenden.

Palaeontologie. — Eug. Dubois: „*Over den schedelvorm van Homo neandertalensis en van Pithecanthropus erectus, bepaald door mechanische factoren.*"

Alle goed bekende fossiele menschen kunnen tot twee hoofdtypen gebracht worden, in die mate van elkander verschillend, dat zij, ten minste, als *soorten* van één genus moeten worden onderscheiden. Het eene is dat van *Homo sapiens*, de tegenwoordige menschensoort. Wel zijn ook onder de fossiele vertegenwoordigers dezer soort verschillende rassen te herkennen. Zoo — om alleen de oudste te noemen — het eskimo-achtig ras van Chancelade, in Frankrijk levende, naast eene steppenfauna, na den vierden of laatsten ijstijd der Alpen (gedurende de droge periode, toen in ons land de boomen groeiden van welke wij als overblijfselen de zandstobben onder de hoogvenen aantreffen); het ras van Cro-Magnon, in Frankrijk en elders in West-Europa levende gedurende de Rendierperiode, dien vierden ijstijd (in welken de afzetting van het bovenste Zanddiluvium in het zuidelijk gedeelte van ons land plaats had), welk ras van sommige recente Westeuropeesche en Noordafrikaansche stammen niet te onderscheiden is. Van iets vroegeren tijd is het negerachtig ras van Grimaldi, bij Mentone, aan de Middellandsche Zee, zoo goed als zeker nauw verwant met de tegenwoordige Bosjesmannen van Zuid-Afrika. Waarschijnlijk nog ouder is de australoiede Mensch van Wadjak op Java.

Dat feit van de differentieering der fossiele Homo sapiens in nog bestaande vormen, die geen van alle op wezenlijk lageren morphologischen ontwikkelingstrap stonden dan de overeenkomstige tegenwoordige rassen, doet ons den oorsprong van dit type veel vroeger stellen dan den tijd waarvan zijn oudste overblijfselen dateeren. Deze volgt onmiddellijk op de periode van den Mammouth, den derden IJstijd der Alpen (toen de noordelijke helft van ons land onder eene dikke ijsmassa bedolven lag), in welken tijd *Homo neandertalensis*, de andere menschensoort, leefde. In den tweeden IJstijd der Alpen (gedurende welken de bovenste afdeeling van het Fluviatiel Grinddiluvium in den bodem van Nederland werd neergelegd) of — naar de vergezellende fauna waarschijnlijker — in de onmiddellijk daarop volgende tweede Interglaciale of Hippopotamus-periode (het tijdperk van onze Potklei) leefde de Heidelberg-Mensch, een neandertaloiede

vorm, die nog scherper van het *sapiens*-type onderscheiden is dan de eigenlijke Neandertaler, welke laatste spoedig na de Mammouthperiode uitsterft.

Ongetwijfeld hebben derhalve beide menschtypen reeds zeer vroeg naast elkander bestaan. Dat is een der redenen waarom wij den Neandertalmensch niet als voorouder van den tegenwoordigen Mensch kunnen beschouwen. Klemmender reden is evenwel de zeer bijzondere specialiseering van den Neandertal-Mensch.

Door de ontdekkingen in Frankrijk en de meesterlijke beschrijvingen van Marcellin Boule vooral, hebben wij nu zeer voldoende kennis van deze soort gekregen. Wij weten thans dat de Neandertalmensch klein was van gestalte, kleiner dan de kleinste tegenwoordige rassen, doch gedrongen, stevig gebouwd en zeer gespierd. Hij had betrekkelijk korte beenen en een groot hoofd, een bijzonder groot gezicht en liep schuifelend, met eenigszins gebogen knieën, meer op de buitenranden der voeten dan de tegenwoordige Mensch; de groote teen was zoo bewegelijk, dat nog beter dan bij vele tegenwoordige natuurmenschen voorwerpen van den grond konden worden opgeraapt. Blijkens het ontbreken van de nekkromming der wervelkolom (welker aanwezigheid zoo kenmerkend is voor de soort Homo sapiens) was de gewone houding van het hoofd een voorovergebogene. De schedel is door tal van vormeigenschappen van dien der tegenwoordige menschen onderscheiden. Hij ziet er uit als van boven afgeplat, in de lengte en breedte uitgezet, met wijkend voorhoofd en plat chignon-achtig uitstekend achterhoofd. De bovenoogkuilsche randen zijn tot enorme beenwallen geworden, de linker en de rechter te zamen een torus supraorbitalis vormend, gelijk hij bij de meeste Apen en bij Pithecanthropus gevonden wordt. De tepelvormige uitsteeksels zijn zeer klein, waaruit blijkt, dat de borstbeen-sleutelbeen-tepelspieren, als draaispieren van het hoofd betrekkelijk zwak waren; wel konden zij, vooral door hun overige aanhechting, de nekspieren helpend, het hoofd krachtig achterover trekken. Sterke reliefs en depressies van het nekvlak van het achterhoofdsbeen bewijzen de buitengewoon machtige ontwikkeling der nekspieren, die noodig was om het gewoonlijk zwaar vooroverhangende hoofd te dragen, want het gezicht is lang en bijna snuitvormig vooruitstekend en de kaken zijn groot. De jukbogen reiken ver naar buiten, waarmede binnenwaarts gerichte, meer voor malend kauwen geschikte kauwspieren gepaard gingen. De oogkassen zijn zeer groot; de dienvolgens groote oogen moeten ingericht zijn geweest voor het vormen van groote beelden, als bij dieren, die in boomen levend, voorwerpen nauwkeurig van nabij moeten bekijken, of wel, in steppen of woestijnen, een groot

gezichtsveld behoeven. De Neandertalmensch zocht zijn overwegend plantaardig voedsel waarschijnlijk op of in den grond; uit het vroegtijdig afslijten van zijn gebit hebben inderdaad alle onderzoekers afgeleid, dat het voedsel sterk met aarde verontreinigd was; de tanden hebben zeer groote pulpaholten, waren bijgevolg rijkelijk voorzien met bloedvaten en zenuwen en aldus bijzonder gevoelige tastorganen (die bij vegetarisch voedsel noodiger zijn dan bij carnivorische levenswijze). De robuste onderkaak bezit geen of slechts een rudimentaire kin; zij is te dier plaatse aan de binnenzijde versterkt (overeenkomstig de naar binnen gerichte kauwspieren); het aan den rand afgestompte hoekgedeelte is dun en naar binnen gericht, gelijk de kauwspieren, weder aangevend, dat het voedsel meer fijngemalen dan gebeten werd. De bovenste tandenboog is dan ook niet, als bij Homo sapiens aanmerkelijk breeder dan de onderste, doch beide bogen dekken elkander ongeveer. Opmerkelijk wijkt de vorm der neusopening nog meer dan die van Homo sapiens af van het type der Apen.

Uit deze korte beschrijving blijkt wel voldoende, dat Homo neandertalensis, morphologisch en biologisch zoodanig gespecialiseerd was, dat, ten eerste, hij als bijzondere soort van den tegenwoordigen Mensch moet onderscheiden worden — de verschillen zijn inderdaad grooter dan die waardoor men twee zoogdiersoorten van één geslacht pleegt te onderscheiden —, ten tweede, uit hem het tegenwoordig menschentype onmogelijk kan zijn afgeleid. In velerlei opzicht is de tegenwoordige Mensch primitiever, minder gespecialiseerd dan de Neandertalmensch, zooals de tegenwoordige Afrikaansche Olifant primitiever en minder gespecialiseerd is dan de diluviale Elephas primigenius, de Mammouth.

Wel worden nog zeer algemeen aan Homo neandertalensis zooveel primitieve of aapachtige eigenschappen toegeschreven, dat men dit type op een lageren trap der menschelijke evolutie plaatst dan de tegenwoordige menschheid; maar waarschijnlijk zullen niet weinige van die eigenschappen, wanneer wij ze beter hebben leeren kennen, worden uitgelegd als direct gevolg van bijzondere physiologische, mechanische aanpassingen, als verschijnselen van convergentie. Het is niet verwonderlijk, dat de eene soort van Homo sommige primitieve of aapachtige eigenschappen bezit, die de andere mist, en deze treffen ons in Homo neandertalensis bijzonder, omdat wij die andere, onze eigen soort, morphologisch beter kennen. Wij zijn daarom licht geneigd en vinden vrijheid om van de alleen in den fossielen, dat wil zeggen onvolledigen staat bekende soort sommige vormeigenschappen voor primitief te houden, die in werkelijkheid niet primitief

zijn, andere primitieve eigenschappen zelfs geheel te onderstellen. Wij mogen verwachten, dat met toeneming onzer kennis het getal van deze belangrijk zal inkrimpen, omdat inderdaad reeds gebleken is, dat wij ons, met betrekking tot de belangrijkste eigenschap, welke den Mensch van de Apen onderscheidt, de zeer groote relatieve hersenhoeveelheid, in Homo neandertalensis vergist hadden. Tot nu twaalf jaar geleden, toen van den hersenschedel nog alleen het bovenste gedeelte, de schedelkap, goed bekend was, liet men zich door haren werkelijk aapachtig voorkomenden vorm en overeenkomstig geringen inhoud verleiden om den inhoud van den geheelen hersenschedel zeer laag te taxeeren. Merkwaardigerwijs ging men daarbij uit van de onderstelling, dat het ontbrekende, althans minder goed bekende onderste gedeelte, in tegenstelling met het aapachtige bovenste gedeelte, naar het gewone menschelijk type gebouwd was. Zoo kwam SCHWALBE, nog in 1901, tot een veel te lage schatting van de geheele schedelcapaciteit, het hersenvolume, dat slechts 1230 c.M^3. zou bedragen hebben, ofschoon reeds in 1898, door mij, was aangetoond, dat bij de Apen de bovenschedel een betrekkelijk kleiner, de onderschedel een betrekkelijk grooter deel van den geheelen schedelinhoud uitmaakt dan bij den tegenwoordigen Mensch. De inhoud van den onderschedel, tot het vlak door de voorste hersenpool en de zijdelingsche grenslijnen tusschen de groote en de kleine hersenen, is bij den tegenwoordigen Mensch ongeveer 40 °/₀ van den inhoud van den bovenschedel, bij de meeste Apen ongeveer 60 °/₀, en bij de zeer platschedelige groote gibbonsoort, den Siamang, hebben beide deelen zelfs gelijken inhoud. En nu is het a priori waarschijnlijk, dat bij den aapachtig gebouwden, afgeplatten, bovenschedel van den Neandertalmensch, evenals bij de Apen, ook een betrekkelijk groote onderschedel behoort.

Een ommekeer in onze beschouwing van den Neandertalmensch bracht het jaar 1909, toen bij directe bepaling van de schedelcapaciteit van den La Chapelle-neandertaler door BOULE, VERNEAU en RIVET 1530 c.M^3. ware inhoud (1626 Broca) gevonden werd. Van andere schedels kan de capaciteit berekend worden door de hoogte mede in aanmerking te nemen. Men vindt even aanzienlijke of niet zeer veel geringere bedragen, de betrekkelijk geringe lichaamsgrootte in aanmerking genomen, schedelcapaciteiten welke voor die der tegenwoordige Europeanen zeker niet onderdoen, ja deze overtreffen.

In 1914 bevond nu ook SCHWALBE, dat de Neandertalmensch zich van het tegenwoordige menschtype onderscheidt door de betrekkelijk veel grootere hoogte van den onderschedel, die hij door het glabella-inionvlak begrensde. Aldus wordt begrijpelijk, dat bij den

aapachtig afgeplatten, in vergelijking met het tegenwoordig menschtype weinig voluminenzen bovenschedel, toch de totale inhoud groot kan zijn. Een deel van den herseninhoud is, ten opzichte van genoemd vlak, eenvondig naar onderen uitgeweken, in zoover het inion niet naar boven verplaatst is.

Het zou nu wel kunnen zijn, dat bij de ruime quantiteit toch de qualiteit der hersenen geringer was dan die van den tegenwoordigen Mensch. BOULE en ANTHONY hebben dit aan het endocraniaal afgietsel inderdaad meenen te zien; doch de hersenwindingen zijn, door het waarschijnlijk bijzonder dikke harde hersenvlies heen, te onduidelijk afgedrukt en de afdruk is bovendien nog onvolledig, zoodat zelfs hoofdzaken in de configuratie der hersenoppervlakte onzeker blijven. Aldus kan groote waarde aan die onderzoekingen niet worden toegekend. Waarschijnlijk is het ook niet, dat de verhouding tusschen de hooger en de lager georganiseerde hersengedeelten aanzienlijk van die bij den tegenwoordigen Mensch zou afwijken.

In ieder geval blijft de *in vergelijking met de Apen* zeer groote hersenhoeveelheid van den Neandertalmensch een beteekenisvol feit. Gelijk in dat opzicht met den tegenwoordigen Mensch, bezat die diluviale soort ruim *drie* maal zooveel hersenvolume als Menschapen van gelijke lichaamsgrootte (gewicht). Ware nu de vorm van den schedel van den Neandertalmensch een werkelijk primitieve eigenschap, dan zou zijn inhoud niet in die mate van dien des apenschedels kunnen verschillen. Dit leidt tot het vermoeden, dat de aapachtige schedelvorm van den Neandertalmensch geen primitieve, overgeërfde eigenschap, doch eene door convergente ontwikkeling verkregene is, een aanpassing aan bepaalde levenswijzen, door overeenkomstige mechanische oorzaken ontstaan.

Indien er dus geen aanleiding is om de afplatting van den bovenschedel van Homo neandertalensis als een gevolg van lage, aapachtige hersenorganisatie te beschouwen, dan ligt het voor de hand om na te gaan welke mechanische factoren bij de Menschachtige Apen oorzaak zijn van of althans invloed hebben op het ontstaan van de afplatting, en van den bovenoogknilschen beenwal, die wij ook als de meest treffende vormeigenschappen van den Neandertalmensch kennen.

Wij komen dan twee opmerkelijke feiten tegen. Ten eerste, dat de schedel van den Siamang, de eenige groote gibbonsoort, zich van alle kleine soorten onderscheidt door een even sterke afplatting en relatieve inhoudsvermindering van den bovenschedel, bij relatieve inhoudsvermeerdering van den onderschedel [1]), als de Neandertalmensch

[1]) Dit geldt zoowel ten opzichte van het inwendige der schedels als van het inion, daar dit aan beide gelijke plaats inneemt.

van den tegenwoordigen Mensch (Fig. 1 en Fig. 2, van doorgezaagde schedels), terwijl ook de bovenoogkuilsche beenwallen van den Siamang evenredig versterkt zijn. Te dien aanzien kan men den Siamang den neandertaler onder de Gibbons noemen. Die groote gibbonsoort onderscheidt zich van de kleine soorten tevens doordien het gebit en daarmede het geheele gezichtsgedeelte van den schedel, zoowel in de breedte als in de lengte onevenredig veel grooter, en zwaarder

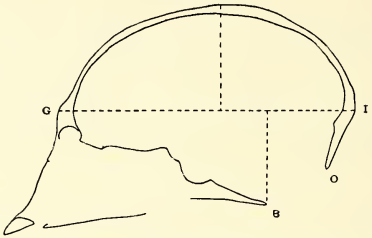


Fig. 1. Mediane schedeldoorsnede van Hylobates agilis. $^2/_3$ nat. gr.

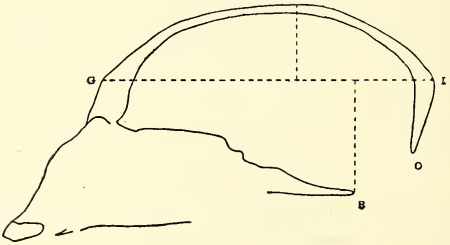


Fig. 2. Mediane schedeldoorsnede van Hylobates (Symphalangus) syndactylus. $^2/_3$ nat. gr.

is. Met meer kracht moeten bijgevolg de nekspieren den vooroverhangenden kop dragen en, in samenwerking met een ander, hierna te bespreken spierapparaat en een bij den Orangoetan veel meer ontwikkeld luchtremapparaat, de schokken dempen, die bij de locomotie ontstaande, den schedel en zijn inhoud zouden kunnen schaden. In verband daarmede is bij den Siamang het achterhoofdsgat iets meer naar achteren gelegen en zijn vlak iets steiler opgericht, ook het nekvlak, planum nuchale, van het achterhoofdsbeen steiler

en de schedelbasis, de basicraniale as, minder sterk geknikt dan bij de kleine gibbonsoorten.

Dat zijn eigenschappen van den Siamang die men in de vergelijking van Apen met den Mensch voor primitief en een lageren trap van hersenorganisatie aanduidend pleegt te houden, die hier evenwel in vergelijking met de kleine gibbonsoorten zeker zulk een beteekenis niet kunnen bezitten, doch mechanische oorzaken moeten hebben.

Men vindt nu, bij berekening van de gemiddelde endocraniale vlakteafmetingen (de twee-derde machten der schedelinhouden) en de tandenboogsvlakken („palatal area" van Keith), dat de Siamang betrekkelijk anderhalf maal zoo groot gebit heeft als de kleine gibbonsoorten, hetgeen ongetwijfeld in verband staat met een belangrijk verschil in voedingswijze, want de invloed op die verhouding van het verschil in lichaamsgewicht (als 4 : 3) kan slechts gering zijn. Verdeelt men beide mediaan-sagittale schedeldoorsneden door lijnen *GB* in een bovenste (cerebraal) en een onderste (faciaal) gedeelte, dan bevindt men, bij bepaling van de grootte dezer vlakken, dat per eenheid van cerebraal vlak, Hylobates syndactylus nauwkeurig t w e e m a a l zooveel faciaal vlak heeft als Hylobates agilis. De aldus veranderde grootteverhouding van het cerebraal en het faciaal schedelgedeelte moet zeker wel direct, door geometrische aanpassing, het eerste zich meer in de lengte dan in de hoogte doen uitzetten, doch tevens aanzienlijker eischen stellen aan de spieren die den kop ophouden en ook daardoor den vorm van den hersenschedel wijzigen.

Het tweede opmerkelijk feit, dat wij bij de vergelijking der Menschapen tegenkomen, is het groote verschil van den schedelvorm tusschen den Orangoetan en de beide andere groote Menschapen, den Chimpansé en den Gorilla. De schedel van den Orangoetan is hooger gewelfd, betrekkelijk kort en rond, met hoog voorhoofd en rond achterhoofd en zonder bovenoogknilsche beenwallen. Nu vindt men tevens, dat bij den Orangoetan, in beide geslachten, de zware kop van voren gedragen wordt door een reusachtigen luchtkeelzak (Fig. 3), die (zooals ook de kleine keelzakken welke bij vele andere Apen gevonden worden) van uit het strottenhoofd willekeurig kan gevuld en geledigd worden en als stootkussen en luchtrem dienst doet. De Gorilla, de Chimpansé en de Siamang hebben — weder in beide geslachten — slechts betrekkelijk kleine luchtkeelzakken; zij ontbreken geheel bij de kleine gibbonsoorten. De luchtzakken van den Gorilla zijn, aan de keel, beperkt tot zakjes, tusschen het tongbeen en het strottenhoofd naar links en rechts uitgestrekt (Fig. 4), terwijl een mediane voortzetting, voor de luchtpijp omlaag

verloopend, evenals bij den Chimpansé (Fig. 4), de leiding naar de ondersleutelbeens- en okselzakken vormt. De Chimpansé bezit

ORANGOETAN

Fig. 3. Luchtzak en wangkwabben van een grooten mannelijken orangoetan (naar DENIKER en BOULART). De tamelijk stijve wangkwabben kunnen den kop zijdelings op het luchtkussen steunen. Iets meer dan 1/5 nat. gr.

geen noemenswaardige zakken van boven, terwijl daarentegen de luchtzak van den Siamang beperkt is tot de ruimte tusschen het onderkaakslichaam en den onderkant van het strottenhoofd en een voortzetting borstwaarts daaraan ontbreekt.

De beteekenis van den zeer grooten keelzak van den Orangoetan kan zeker niet in geluidsversterking gelegen zijn, want deze laat zijne stem veel zeldzamer hooren en zij klinkt veel minder luid dan die van zijn Afrikaansche neven, die door hun ontzettend gebrul zelfs olifanten uit hunne nabijheid verjagen. Ook hebben de kleine gibbonsoorten, zonder keelzak, even luide stemmen als de Siamang.

Bij de het eerst door DENIKER en BOULART uitgesproken meening, dat de keelzak van den Orangoetan de beteekenis heeft van een, den zwaren kop dragend luchtkussen, hebben zich velen aangesloten. Het is inderdaad zeer aannemelijk, dat de trage, veel minder dan de Afrikaansche groote Menschapen gespierde en naar het onderzoek der beide genoemde Fransche geleerden speciaal van zwakker nekspieren voorziene Orangoetan, die zijn zwaren snoet als het ware op de borst laat vallen, in den keelzak een inrichting bezit om de

schokken waaraan zijn, gelijk bij de andere Menschapen zwaar voorover hangende, doch minder goed opgehouden schedel en zijn

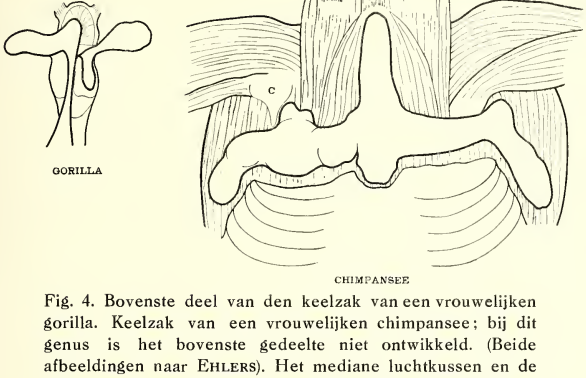


Fig. 4. Bovenste deel van den keelzak van een vrouwelijken gorilla. Keelzak van een vrouwelijken chimpansee; bij dit genus is het bovenste gedeelte niet ontwikkeld. (Beide afbeeldingen naar EHLERS). Het mediane luchtkussen en de ondersleutelbeen- en okselkussens beschermen luchtpijp en bloedvaten en ook eenigermate den schedelinhoud tegen stooten en schokken door den zwaren voorovervallenden kop. *H* tongbeen, waarmede dat van de gorilla in één lijn geplaatst is, *C* ravenbekuitsteeksel. 1/4 nat. gr.

inhoud bij de locomotie zou zijn blootgesteld, als door een luchtrem te dempen [1]).

Bij de andere Menschapen, die een keelzak bezitten, is deze inrichting op zichzelf onvoldoende, zoodat aan de nekspieren, met den nekband, grooter eischen gesteld worden, om den vooroverhangenden kop te dragen. Maar ook deze, hoewel nog geholpen door de luchtkussens der (kleine) keelzakken, zouden slechts onvoldoende den schedel en zijn inhoud tegen gevaarlijke schokken kunnen beveiligen zonder het boven aangeduide andere spierapparaat. Zij worden namelijk in die taak bijgestaan door het bij alle Apen en den Mensch, in verschillende mate van ontwikkeling, voorkomend apparaat van de schedeldakspier, den musculus epicranius, die, bestaande uit de platte rechter en linker voorhoofdsspier en rechter en linker achterhoofdsspier met als tusschenpees den vliesvormigen peeshelm, de galea aponeurotica, over het schedeldak is uitgespannen. De peeshelm is los en verschuifbaar met het schedelbeen, doch vast

[1]) Het inion is bijzonder hoog geplaatst, zoodat eerst de door den keelzak gelichte kop door de nekspieren (en -banden) wordt opgehouden.

met de behaarde hoofdhuid verbonden, welke door het geheele apparaat aldus in iedere hoofdhouding vast, doch elastisch tegen het been wordt aangedrukt, daarmede een mechanisch geheel vormend en een diergelijke rol spelend als op glas geplakt papier of de ijzeren staven in gewapend beton, namelijk de buig- en trekvastheid der hersenkas vermeerderend, tevens schokken, die den inhoud van den schedel zouden schaden, dempend. De werking der voorhoofdsspier in de mimiek kan zeker niet de eenige, en ook niet de voornaamste beteekenis van dat spierapparaat zijn. Dit volgt reeds uit het feit, dat de voorhoofdsspier bij den Mensch, waar zij grootendeels aan de huid onder de wenkbrauw ontspringt en gewoonlijk slechts weinig met been verbonden is, de wenkbrauw optrekt en de voorhoofdshuid dwars rimpelt, aldus oplettendheid en verbazing uitdrukkend, daarentegen bij Apen, waar zij meer aan het been van den bovenoogkuilschen rand is vastgehecht, juist omgekeerd, het voorhoofd glad maakt. De achterhoofdsspier is bij den Mensch, gelijk bij de Apen, aan het been, de bovenste neklijnen, boven de inplanting der nekspieren vastgehecht. Ook indien deze spier niet bestond en de peeshelm direct aan het been aldaar bevestigd was, zou die galea als „punctum fixum" bij de mimische samentrekking der voorhoofdsspier van den Mensch kunnen dienen. De achterhoofdsspier moet dus ook zeker een andere beteekenis hebben; het kan wel geen andere zijn dan de standvastige aansluiting en het elastisch maken van het schedelhuiddek.

Dat inderdaad de schedel en zijn inhoud beveiliging behoeft tegen de schokken welke de locomotie veroorzaakt, spreekt wel van zelf en blijkt duidelijk uit de mechanische inrichting van zijn verbinding met den romp. Bij de meeste Zoogdieren is de kop bevestigd aan het eind van een slechts matig van de horizontale richting afwijkenden hals, waaraan hij als aan een veerenden staaf hangt. Het achterhoofdsgat en de gewrichtsknobbels liggen aan het achtereind van den schedel en de as der wervelkolom valt ongeveer samen met de as der hersenen. Bij de Menschapen zijn de hersenen veel grooter geworden, het achterhoofdsgat is naar de basis van den schedel verplaatst, de wervelkolom staat scheever ten opzichte van de hersenas en veel sterker nekspieren en banden moeten den schedel dragen en door hun spanning hem en zijn inhoud tegen schokken beveiligen. Bij den tegenwoordigen Mensch zijn de hersenen absoluut en in verhouding tot het gezicht zeer voluminens geworden, het achterhoofdsgat en de gewrichtsknobbels zijn, aan de schedelbasis, nog meer naar voren verplaatst, met welke basis de wervelkolom een rechten hoek maakt, en de schedel balanceert in labiel even-

wicht op de wervelkolom. Deze is dubbel *S*-vormig gekromd, met naar voren convexe nek- en lendenkromming en concaaf ruggedeelte, waardoor zij als de veer van een rijtuig, het schokken van den inhoud van de borstkas en van den schedel voorkomt. Bepaaldelijk maakt de nekkromming, die alleen de tegenwoordige menschensoort eigen is, dat gedeelte der wervelkolom tot een veerenden steel van het hoofd. *De Neandertalmensch bezat die inrichting, blijkens den bouw zijner halswervels, niet.* Het hoofd hing dus voorover, eenigermate als bij de Menschapen. Daar bovendien het gezichtsgedeelte zwaarder was dan bij den tegenwoordigen Mensch en bij dat vooroverhangen ook de in vergelijking met de Menschapen veel zwaarder geworden hersenen door spierwerking moesten worden opgehouden, werden, niettegenstaande de veel meer dan bij de Apen naar voren gelegen steunende dwarsas van den schedel, zeer groote eischen aan de nekspieren en -banden gesteld, ook om den schedelinhoud tegen schokken te beveiligen. De inplanting dezer spieren en banden reikte werkelijk, ten opzichte van de inwendige schedeldeelen, hooger aan het achterhoofd dan bij de kleinkakige rassen van den tegenwoordigen Mensch. Maar daarmede moest ook een krachtiger epicraniaal apparaat gepaard gaan en de vorm van den bovenschedel op dien der Menschapen gaan gelijken, namelijk voorzien worden van sterke bovenoogkuilsche beenwallen, ter aanhechting van het krachtig voorhoofdsgedeelte der schedeldakspier.

Daarin moet inderdaad de beteekenis der beenwallen gelegen zijn. Dat die torus supraorbitalis, welke sterker was bij de mannen, de mannelijke bekoorlijkheid, in het oog der vrouwelijke neandertalers, zou verhoogd hebben, of de strekking zou gehad hebben een woest en schrikwekkend voorkomen in den strijd te geven, of wel zou gediend hebben ter bescherming van de oogen tegen het felle licht van het steppenlandschap, waarin de Neandertalmensch leefde —, het zijn alle interpretaties die weinig weerklank vonden. Wij hebben zeker aan meer mechanische oorzaken voor het ontstaan van die sterke beenwallen te denken. Vele anatomen beschouwen de versterking van dat gedeelte van het voorhoofdsbeen als in betrekking staand met de kauwwerkzaamheid der sterke kaken, een interpretatie, die zeker niet geheel te verwerpen is. Doch de Orangoetan heeft even sterke of sterker kaken dan de Chimpansé en mist, in tegenstelling met dezen, een torus supraorbitalis. En bij den Orangoetan vinden wij het apparaat der schedeldakspier zwak, uit lange dunne spierbundels met smalle galea bestaande, hetgeen zeer wel betrekking kan hebben op het ontbreken van sterke beenwallen ter plaatse van de bovenoogkuilsche randen. Door Aichel is

namelijk aangetoond hoe door spiertrekking, op het beenvlies werkende, aangroei van beenzelfstandigheid veroorzaakt wordt en door druk beengroei wordt tegengegaan. Het ontstaan van den torus supraorbitalis kan dan door de trekking eener bijzonder sterke schedeldakspier verklaard worden. Sterke drukking boven op het schedelgewelf, door dit spierapparaat, moet, naar de voorstelling van AICHEL, ook wel groeibelemmering aan het bovenvlak (korte sutura sagittalis!), in tegenstelling met de zijvlakken, en aldus afplatting veroorzaken.

De afplatting van het absolunt zeer groote neurocranium is zeker slechts voor een klein deel te verklaren door geometrische aanpassing bij het relatief groot splanchnocranium. Het schijnt dat vooral de mechanische werking van de nekspieren en het epicraniaal-apparaat, door trekking aan het periost, den schedel naar achteren en voren deed uitgroeien (lange sutura temporalis!) en plat worden. Dit had gunstige verplaatsing van het zwaartepunt van het hoofd naar beneden als gevolg.

In dit verband is het feit van bijzondere beteekenis, dat bij den Neandertalmensch, in vergelijking met den tegenwoordigen Mensch, en bij den Siamang, in vergelijking met de kleine gibbonsoorten, een deel van den schedelinhoud van boven naar beneden is uitgeweken. Dit in absoluten zin, want aan den schedel van den Neandertalmensch ligt het uitwendig inion niet hooger boven het inwendig inion dan aan menigen Australischen schedel (24 m.M. verschil — maximum van Neandertalers — aan dien van La Chapelle, 23 m.M. aan den onder te bespreken Australischen schedel) en bij alle gibbonsoorten neemt het inion externum gelijke plaats in.

In de door een eigenaardige soort van knellende kindermutsen, volgens BOLK en BARGE kunstmatig platgedrukte Friezenschedels van het eiland Marken is die benedenwaartsche verplaatsing van schedelinhoud ook te vinden, evenredig met de geringer afplatting van minder bedrag dan (in de hoogte slechts ongeveer een derde deel van) die bij den Neandertalmensch en den Siamang (bij welke, in vergelijking met den tegenwoordigen Mensch en de kleine gibbonsoorten, de schedelinhoud in ongeveer gelijke hoogteverhouding — ongeveer een zevende der geheele hoogte — naar beneden is uitgeweken). De mechanische doelmatigheid ligt hier, zooals bereids boven werd aangeduid, in de verplaatsing van het zwaartepunt van het hoofd naar beneden, dichter bij de achter de loodlijn van het zwaartepunt gelegen steunlijn, en tevens wel in gunstiger richting der spierkracht die over het schedeldak heen aan het voorhoofdsbeen trekt.

Bij het tegenwoordig Australisch menschenras is het hoofd wel

op de wervelkolom gebalanceerd als bij alle rassen van Homo sapiens, doch ten gevolge van het groot gewicht der kaken is de evenwichtstoestand meer labiel dan bij de meeste andere tegenwoordige rassen, hetgeen bijzonder sterke nekspieren en -banden vereischt. Aan de grootte, den vorm en de sculptuur van het nekvlak van het achterhoofdsbeen is dit goed te zien. Naar verhouding van gelijke hersenvlakken (de tweederde machten van de herseninhouden) berekend, heeft het Australisch menschenras ongeveer anderhalf maal zoo groot tandenboogsvlak („palatal area") als Europeanen (Engelschen); het onderscheidt zich daarin dus bijna even sterk van andere tegenwoordige menschenrassen als de Siamang van de andere gibbonsoorten. Nu heeft dit ras onder de recente Menschen ook de geringste betrekkelijke hoogte der schedelkap (index der Calvaria-hoogte). Deze ligt bij den Neandertalmensch tusschen 40 (Gibraltar) en 44.3 (Spy II) en bereikt bij Australiërs (volgens Berry en Robertson) gemiddeld 53, echter een minimum 44.9. In den regel is althans het middelste gedeelte van den voorrand van het voorhoofdsbeen, niet zoo heel zelden die geheele rand, tot een beenwal (torus) verdikt. Maar noch in het een noch in het ander opzicht onderscheiden zich de Australiërs algemeen in gelijke mate van de Europeanen als de Siamang van de kleine gibbonsoorten. Hier moet dus het mechanisme, dat de afplatting van den schedel en de torus supraorbitalis tot morphologische gevolgen heeft, anders ingericht zijn. Ik meen dat de voor het Australische ras zoo kenmerkende groote dikte der schedelbeenderen de taak van het epicraniaal spierapparaat voor een groot deel overneemt, waarvan dan een gevolg is, dat de afplatting en torus-vorming zelden zoo ver gaan als bij den Neandertalmensch, wiens schedelbeenderen echter ook minder dik zijn dan die der tegenwoordige Australiërs en wiens de afplatting bewerkend mechanisme veel krachtiger was. Moge ook het gezichtsgedeelte niet zeer veel zwaarder zijn geweest dan het bij sommige Australiërs is, zoo werd het niet op de wervelkolom gebalanceerd hoofd van den Neandertalmensch vooroverhangend gedragen, hetgeen sterker nekspieren noodig maakte.

Zoo kan ook de uiterst dikbeenige Piltdown-schedel (Eoanthropus) hoog gewelfd zijn geweest bij een betrekkelijk kleinen herseninhond en hoewel verbonden met een groot kauwapparaat.

Tegen het midden van November werd een ook in verband met het onderwerp dezer mededeeling uiterst merkwaardige fossiele menschenschedel bekend, die in Augustus van dit jaar gevonden was in de grot van Broken Hill in Rhodesia (14° 26′ Z.B., 28° 37′ O.L.) en thans in het British Museum (Natural History) te Londen is. Door

de vriendelijke mededeelingen en zending van afbeeldingen, in de eerste plaats van Dr. A. SMITH WOODWARD, Keeper of the Geological Department van dat Museum, en die van Prof. ELLIOT SMITH en Sir ARTHUR KEITH werd ik reeds spoedig in staat gesteld de geldigheid van bovenstaande beschouwingen ook aan dit nieuw schedeltype te beproeven. Dan gaf mij Dr. SMITH WOODWARD ook, met de grootste welwillendheid, te Londen gelegenheid om den fossielen schedel zelf te bestudeeren. Ik gevoel behoefte hem daarvoor ook hier mijnen welgemeenden dank te betuigen.

Op het eerste gezicht maakt de Rhodesische schedel, door zijn afplatting en zeer sterken torus supraorbitalis, ook door zijn groote kaak, den indruk van een neandertalmensch afkomstig te zijn. Doch nadere beschouwing en studie leert, dat de fossiele schedel uit Rhodesia in velerlei opzicht van het neandertal-type afwijkt en zich bij Homo sapiens aansluit. SMITH WOODWARD[1]) beschouwt de fossiele Afrikaan daarom als een nieuwe soort: *Homo rhodesiensis*, welker nauwkeurige systematische plaats nog niet kan bepaald worden. Hij acht het niet onmogelijk dat deze soort het in de opklimmende reeks op den Neandertalmensch *volgend* ontwikkelingsstadium is. KEITH[2]) daarentegen ziet in den Rhodesiër een meer primitief type dan de Neandertalmensch, dat nadert tot den gemeenschappelijken *voorvader* van dezen en den tegenwoordigen Mensch.

Naar mijne meening is de gelijkenis met het neandertaler schedeltype slechts oppervlakkig en beperkt tot de door physiologische, mechanische, oorzaken te verklaren afplatting en torus-vorming met enkele daaraan ondergeschikte vormeigenschappen. Hij behoort tot het type van Homo sapiens, sluit in het bijzonder zich bij het Australische ras aan.

Ter kenschetsing mogen eerst eenige der voornaamste afmetingen worden aangegeven. (Vergelijk Fig. 5)[3]). De glabella-inionlijn (de vorm van het afgebroken inion kon met groote nauwkeurigheid hersteld worden), tevens de grootste schedellengte, meet 207 mM. (De grootste

[1]) Nature. Vol. 108. No. 2716. November 17, 1921, p. 371—372.

[2]) Schriftelijke mededeeling.

[3]) Het ontwerp van nevenstaande norma sagittalis (Fig. 5), opgenomen aan den fossielen schedel, heb ik te danken aan Mr. W. P PYCRAFT, M. R. Anthropological Institute. Eenige bijzonderheden der norma lateralis teekende ik daarin naar aan den schedel genomen maten en photographiën. De andere norma sagittalis heeft betrekking op den in menig opzicht overeenkomst vertoonenden Australischen schedel No. 792 der Anatomische Collectie van de Sydney Universiteit, beschreven door A. ST. N. BURKITT en J. I. HUNTER. Zij is gemaakt naar den doorgezaagden schedel, welken ik te Londen, door de vriendelijkheid van Dr. HUNTER, met den fossielen Rhodesischen schedel heb mogen vergelijken.

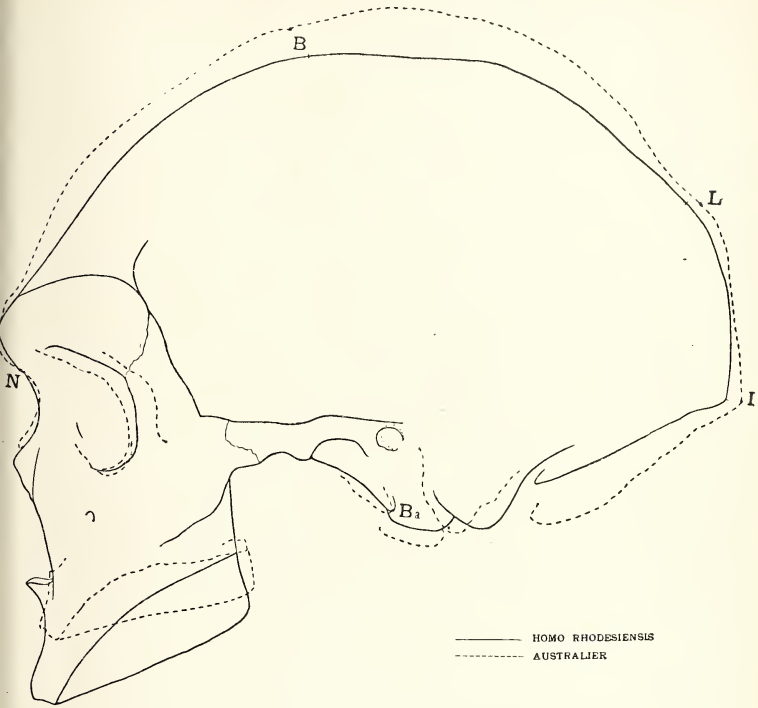


Fig. 5. Norma sagittalis (mediana) en lateralis van Homo rhodesiensis, op ⅔ nat. gr., en Australiër N⁰. 792 Anat. Coll. Sydney Univ., geplaatst op de tot gelijke lengte gebrachte nasion-basionlijn. De Australiër aldus naar verhouding een weinig te groot.

Eenige maten (in m.M.) van den australischen schedel van Fig. 5 zijn: Glabella-inionlijn en grootste schedellengte 203. Grootste breedte 132. Breedte-index 65. Kleinste frontale breedte 90. Basion-bregmahoogte 133. Nasion-basionlijn 105. Prosthion-basionlijn 100. Basion-inionlijn 99. Nasion-prosthionlijn 70. Index der calvariahoogte 48.2. Bregma-glabella-inionhoek 51°. Lambda-inion-glabellahoek 73°. Opisthion-inion-glabellahoek 33°. Nasion-basion-prosthionhoek 38°. Schedelcapaciteit 1211 c.M³.

lengte van den La Chapelle-schedel is 208 mM.). De grootste schedelbreedte is 145 mM. (bij La Chapelle 156 mM.). De kleinste frontale breedte is 104 mM. (tegen 109 bij La Chapelle). Daarentegen is de breedte van den torus 139 mM. (tegen 124 bij La Chapelle). De basion-bregmahoogte is 130 mM. (bij La Chapelle 131). De basion-nasionlijn 111 mM. (tegen 125 bij La Chapelle). De breedte-index is dus 70 (gelijk aan die van Spy I, doch kleiner dan die van La Chapelle, 75). De hoogte-index is 62.8 (gelijk aan dien van La Chapelle). De korter basale lijn, de dieper postorbitale insnoering, bij een breeder gezicht, zijn belangrijke verschillen met het neandertal-type.

Door vergelijking van de endocraniale lengte (gemiddeld van linker en rechter hemisfeer 171 mM.), breedte (134 mM.) en (basion-vertex int.-)hoogte (122 mM.) met de overeenkomstige maten van den La Chapelle-schedel en van den in nevenstaande Fig. 5 afgebeelden Australiër, bereken ik, in evenredigheid tot de bekende schedel-inhouden van deze (1530 en 1211 cM.³), daarbij de betrekkelijk geringe vormverschillen in aanmerking nemend, voor den inhoud van den Rhodesischen schedel, in beide vergelijkingen, ongeveer 1400 cM.³, hetgeen alzoo wel niet ver van de waarheid zal zijn.

De lengte van het gehemelte (tot achterzijden der derde ware kiezen) is 59,5 mM., de breedte tusschen de buitenzijden der tweede molares 78 mM. (bij Wadjak II 81 mM., 71.5 bij La Ferrassie). Het gehemelte is zeer hoog, 19 mM. voor *m.* 2. Het gebit is dus (hoewel, evenals bij de Wadjakmenschen, de grootte der kiezen door die van vele Australiërs overtroffen wordt) zeer groot. Voor het tandenboogsvlak (de „palatal area") vind ik 4000 mM.², dat is 140 mM². minder dan voor Wadjak II, doch 500 mM² meer dan voor Wadjak I, 200 mM². meer dan voor den La Chapelle-, 930 mM² meer dan voor den La Ferrassie-neandertaler.

Treffend verschillen de Rhodesische en de Neandertaler schedel in de volgende punten.

In het profielaanzicht mist de Rhodesiër geheel den snuitvorm van het faciaal schedelgedeelte, die zoo karakteristiek is voor den Neandertalmensch; hij komt daarin met den Australiër overeen. De kaak steekt minder vooruit (alveolar index van Flower, basi-alveolar length × 100: basi-nasal length = 105, tegen 108 bij La Chapelle) doch is hooger en breeder. De nasion-alveolare-lijn is 92 mM., tegen 87 in den La Chapelle-, 70 in onzen Australischen schedel. Deze lijn is bij den Rhodesiër 72.4 %, bij La Chapelle 70 %, bij onzen Australiër 51 %, bij andere Australiërs 48 % van de calvaria-hoogte boven de naso-basale lijn. De nasion-basion-alveolare-hoek is in den Rho-

desischen schedel 46°, tegen ongeveer 40° bij La Chapelle en 38° bij onzen en andere Australiërs. De breedte der kaak blijkt uit den afstand tusschen de buitenzijden der tweede molares. Het achterhoofd is naar een Australisch type gevormd (zeer verschillend van dat der Neandertalschedels), met groot, plat planum nuchale, door zeer aanzienlijke crista nuchae suprema en duidelijk inion van het bovenschubgedeelte van het achterhoofdsbeen, dat aldaar het verst naar achter uitsteekt, gescheiden. De buitenwand der oogkas (processus zygomaticus van het voorhoofdsbeen en processus frontalis van het jukbeen) is, hoewel temporaalwaarts dun uitgetrokken, veel massiever zelfs dan bij tegenwoordige Australiërs (minimum orbito-temporale breedte van het voorhoofdsuitsteeksel van het jukbeen 13 mM!). Dit beduidt ongetwijfeld, dat de oorsprongsfascie van het voorste, overwegend bij bijtend kauwen werkzaam gedeelte van de slaapspier veel sterker en dus dat gedeelte der spier zelf betrekkelijk krachtiger was (ook uit de dieper postorbitale insnoering — kleinste frontale breedte — af te leiden). Overigens is het geheele jukbeen veel robuster (de grootste breedte of hoogte onder de oogkas is 28 mM.), waaraan een musculus masseter moet beantwoord hebben, die vooral in zijn buitenste gedeelte zeer krachtig was (weder een inrichting voor overwegend bijtend kauwen).

Van voren gezien is het gezicht breeder. Daarin de neusopening evenwel smaller, van het sapiens-type; over de jukbeen-uitsteeksels van het voorhoofdsbeen gemeten (torus-breedte), zooals ik reeds aangaf, 139 mM., tegen 124 aan den La Chapelle-schedel. De breedte over de jukbeenknobbels is 134 (La Chapelle ongeveer 125). Zeer in het oog loopend is de dakvorm van het voorhoofdsgedeelte van het schedelgewelf, in plaats van den koepelvorm der Neandertalers. Ook is de torus supraorbitalis niet gelijkmatig rond en zonder bijzondere modelleering, als in het neandertal-type, doch meer kantig van vorm, met nog eenige scheiding in pars medialis en lateralis door eene zeer aanzienlijke incisuur, waarnaast de rand in het midden naar de oogkas uitsteekt, welke aldus een meer vierkanten vorm verkrijgt, in tegenstelling met den afgeronde der neandertalers. De geheele torus is van een als het ware sterk overdreven australisch type. Hij is machtiger dan die van de neanderthaler schedels; zijn grootste hoogte bedraagt 22 mM!

In het basale aanzicht bevindt men het planum nuchale, groot en plat, met meer naar voren gelegen foramen magnum, volkomen gelijk in Australische schedels en evenzoo door een zeer aanzienlijke crista nuchae suprema en duidelijk inion van het bovenschubgedeelte van het achterhoofdsbeen gescheiden. Bij de basion-nasion-

lengte 111 is de basion-prosthionlengte 117 mM. en de basion-inionlijn 99 mM. De verschillen van deze voorste basale lijnen met die achterste basale lijn zijn 12 en 18 mM. Tusschen de overeenkomstige lijnen van den La Chapelle-schedel van 125, 132 en 84 mM. zijn de verschillen 41 en 48 mM. Bij onzen Australiër zijn die verschillen 6 en 1 mM, bij twee andere Australiërs 6 en 10, 19 en 20, gemiddeld bij deze drie 10 en 10. Daar de ligging van het basion en van de condylen elkander ongeveer bepalen, kan men zeggen, dat in het schedelmechanisme van den Neandertalmensch de voorschedelhefboom buitengewoon lang en zwaar belast is met betrekking tot den achterhoofdshefboom. Ook hierin onderscheidt de Rhodesiër zich van Homo neandertalensis en sluit zich bij Homo sapiens, in het bijzonder het Australisch ras aan. De richting van het vlak van het foramen magnum is ook Australisch, niet neandertaloied. Het gewrichtsvlak voor de geleding met de onderkaak is van het sapienstype. Zeer in het oog loopt, ook van onderen gezien, de grooter dikte en meer dwarse plaatsing van de jukbeenderen, terwijl toch de jukbogen minder zijdelings uitsteken. Opgemerkt zij, dat de dikte der schedelbeenderen algemeen geringer is dan zij in Australische schedels pleegt gevonden te worden.

De betrekkelijke schedelkaphoogte (index der calvaria-hoogte) ten opzichte van de glabella inionlijn, is 42.3, tegen 40 tot 44.3 bij de neandertalers en het minimum 44.9 (volgens Berry en Robertson) bij Australiërs. De afplattingsgraad is dus ongeveer gelijk met dien van den Neandertalmensch en wordt ook bijna door sommige Australiërs bereikt. In de betrekkelijke lengten van den pijlnaad (koorde 114 mM.) en den slaapnaad (koorde 105 mM.) van het wandbeen staat de Rhodesiër nader bij zeer platschedelige Australiërs.

Door het wijkend voorhoofd is de inion-glabella-bregmahoek slechts 46°, tegen $45^1/_2$° bij La Chapelle en 49° als minimum bij Australiërs (Berry en Robertson). De oprichting van het nekvlak van het achterhoofdsbeen bij den Neandertalmensch deed de grootte van den glabella-inion-opisthionhoek (onderste inionhoek) stijgen tot $44^1/_2$° bij La Chapelle, zelfs 54° bij Spy I; deze is slechts 30° bij den Rhodesiër, met tegenwoordige Menschen overeenkomend. Hij is 33° bij den Australiër van Fig. 5 en bereikt een minimum in dat ras van 31° (Berry en Robertson). De glabella-inion-lambdahoek (bovenste inionhoek) is 72°, bij onzen Australiër 73°, het minimum bij Australiërs (Berry en Rorertson) is 70°; deze hoek is bij den Neandertalmensch 66° tot 69°. In tegenstelling met dezen laatste is dus bij den Rhodesiër de onderste inionhoek klein gebleven bij een kleinen bovensten inionhoek.

Evenzoo vinden wij den onderschedel met de afplatting van den bovenschedel niet in die mate verhoogd als bij den Neandertalmensch. Tengevolge van de afplatting van den Rhodesischen schedel is de hoogte van den onderschedel, beneden de glabella-inionlijn, grooter dan bij de meeste tegenwoordige Menschen, namelijk 31.6 °/₀ van de geheele hoogte van het basion tot het schedeltoppunt. Dit is belangrijk minder dan in den La Chapelle-schedel (39.3 °/₀) en niet veel meer dan in Australische schedels pleegt gevonden te worden, bijvoorbeeld in den Australischen schedel van fig. 5, 27.7 °/₀, in den australoieden Wadjak I 28 °/₀.

De processus mastoideus is wel kleiner dan bij de meeste Australiërs, naar mijne meening ten gevolge van de overwegende beteekenis als nekspier, die de sterno-cleido-mastoideus in het mechanisme van den afgeplatten schedel verkrijgt, doch aanmerkelijk grooter dan bij de neandertalers.

De bij den schedel gevonden skeletbeenderen vertoonen — de tibia door hare slankheid, de gewrichtseinden van het femur doordien zij het logge karakter van die bij den Neandertalmensch missen — het sapiens-type.

Alles te zamen nemend kan ik niet betwijfelen, dat *Homo rhodesiensis* tot het type van Homo sapiens behoort. Hij vertoont dit type bepaaldelijk in den meest primitieven, den Australischen vorm; hij is nog iets meer platycephaal en de torus is sterker dan bij dezen reeds, in onderscheiding van de andere tegenwoordige Menschen, gevonden wordt. Met meer recht nog dan de Australische Wadjakmensch en de Talgai-Australiër, in den eigenlijken zin, kan de Rhodesiër den naam van proto-Australiër dragen. De genoemde eigenschappen staan zeker in verband met de buitengewone grootte van het gebit en de zwaarte van het gezichtsgedeelte van het hoofd. Zij kunnen door soortgelijke mechanische oorzaken verklaard worden als bij den Siamang, in onderscheid van de kleine gibbonsoorten, den Chimpansé in onderscheid met den Orangoetan, ten deele ook soortgelijke als bij den Neandertalmensch, en geven aldus bevestiging aan bovenstaande beschouwingen.

De oorspronkelijkheid, het primitieve karakter van dezen australoieden menschenschedel blijkt uit de grootte van het faciaal gedeelte, het splanchnocranium, in vergelijking met het cerebraal gedeelte, het neurocranium. Op gelijke vlakteafmeting der hersenen (de tweederde macht van den inhond) berekend, heeft de Rhodesiër een zestiende grooter gebitsvlak (tandenboogsvlak of „palatal area") dan de zeer grootkakige Tasmaniër[1]) van Keith, met 3680 mM.², „ palatal

[1]) Weinig Australiërs bereiken 3600 mM.², zeker ook weinig Tasmaniërs.

area" en 1350 cM.³ schedelcapaciteit, ongeveer een zesde grooter dan de in fig. 5 vergeleken Australiër (berekend naar 3100 mM.² palatal area, afgeleid uit de betrekkelijke lengte en breedte van de tandenbogen) en tusschen een vijfde en een vierde grooter dan Wadjak I. Het is zeer belangwekkend dat hier, gelijk bij den Wadjakmensch en den Neandertalmensch (met den Heidelbergmensch), achteruitgang van het gebit, meer dan vooruitgang van de hersenen, de richting aangeeft waarin het geslacht Homo zich ontwikkeld heeft.

Dat naast de overblijfselen van den Rhodesia-mensch zeer veel beenderen aangetroffen werden van diersoorten, die nog in Rhodesia leven of andere die maar weinig van de levende soorten verschillen, maakt het waarschijnlijk dat hij nog na den plistocenen tijd het hol bewoonde. Hij kan niettemin een archaeische vorm zijn; evenzoo staat de levende Ocapia dichter bij de tertiaire Hellatotherium en Samotherium dan bij de Giraffe.

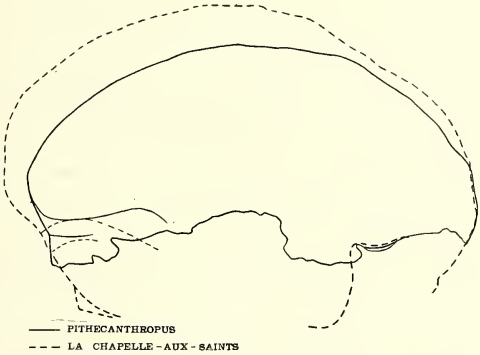


Fig. 6. Rechter zijaanzichten der endocraniale afgietsels van Pithecanthropus erectus en den La Chapelle-aux-Saints-neandertaler. Beide. vooral Pithecanthropus, *ruim* ½ nat. gr.

Ook voor den fossielen Aapmensch van Java gelden bovenstaande beschouwingen.

De schedelvorm van *Pithecanthropus erectus* is bijna volkomen gelijk aan dien der kleine gibbonsoorten; alleen is de parietaalstreek iets meer afgeplat. Die overkomst is alleen te zien aan het endocraniale afgietsel, daar het nekvlakgedeelte van het achterhoofdsbeen ook in zijn dikteafmeting defect is. Dat planum nuchale staat bijna

even steil als aan gibbonschedels, geheel anders dan bij den Neandertalmensch (Fig. 6); de uitwendige profiellijn van de defecte schedelkap geeft daarvan geen goede voorstelling. Ook heeft de postorbitale insnoering — anders dan door velen naar het gipsafgietsel werd geoordeeld —, een aapachtige ligging en de grootste schedelbreedte ligt evenver occipitaalwaarts als bij de Gibbons; — in die postorbitale streek is de schedelkap links defect. Aldus kan naar den nauwkeurig (met water) gemeten inhoud van den bovenschedel den inhoud van den geheelen schedel, door vergelijking met dien bij kleine gibbonsoorten, met vrij groote zekerheid, op ongeveer 900 cM^3. berekend worden. Dat is, bij gelijke lichaamsgrootte (gewicht), welke naar het dijbeen te schatten is, het dubbele van de capaciteit der groote Menschapen en ruim het twee derde deel van den schedelinhoud van den tegenwoordigen Mensch (mannelijke Australiër). De platycephalie zelfs van Pithecanthropus, welke veel aanzienlijker is dan die van den Neandertalmensch, kan niet, althans niet geheel, als primitieve eigenschap worden uitgelegd. Bij zulk een schedelinhoud zou zij als primitieve eigenschap veel geringer moeten zijn. Nu moet de door ongeveer dezelfde mechanische factoren als bij de kleine gibbonsoorten bepaalde vorm van den hersenschedel van Pithecanthropus ook met een bijna gelijkvormigen aangezichtsschedel verbonden zijn geweest. De Aapmensch had bijgevolg bijna even sterk vooroverhangende hoofdhouding als de kleine gibbonsoorten, hoewel hij, blijkens den vorm van het dijbeen, rechtop liep. Men mag derhalve aannemen, dat de nekspieren bijzonder krachtig waren en de drukking van het spierapparaat van het schedeldak bijzonder groot, daar bij gelijkvormige schedels de oppervlakken slechts naar tweede machten, de gewichten — en derhalve die, daaraan evenredige spierkrachten — naar derde machten toenemen. Vandaar wel de zeer sterke afplatting der parietaalstreek en de, in vergelijking met de kleine gibbonsoorten, excessieve ontwikkeling van den torus supraorbitalis. De tot het voorhoofdsbeen, gelijk bij Homo rhodesiensis, beperkte dakvorm (scaphocephalie) kan, evenals de zich verder, tot de wandbeenderen, uitstrekkende (lophus van Sergi) van Australiërs, Tasmaniërs, Eskimo's e.a., verklaard worden door de trekking die het alsdan bijzonder krachtig voorste, bij het bijtend kauwen werkzaam gedeelte der slaapspieren op het beenvlies, tot in de mediaanlijn uitoefent, naar boven toenemend, omdat de tegengestelde trekkingen van beide spieren elkander in die lijn ontmoeten. De mechanische doelmatigheid van den dakvorm ligt in weerstandsvermeerdering van het schedelgewelf tegen het geweld der slaapspieren.

De voor een Menschaap van gelijke lichaamsgrootte (gewicht) veel

te groote hersenhoeveelheid bewijst hier zeker hooger hersenorganisatie. Te oordeelen naar die relatieve hoeveelheid en de hier duidelijk te herkennen configuratie der hersenwindingen van de voorhoofdskwab stond Pithecanthropus dichter bij den Mensch dan bij de Menschapen. Toch is de schedelvorm bijna volkomen aapachtig, ten bewijze, dat deze vorm inderdaad vooral door mechanische factoren bepaald werd.

Physiologie. — H. Zwaardemaker. „*Oppervlakte- en diepte-processen.*"

In 1908 (1) heb ik met M. C. Dekhuyzen een beschouwing ontwikkeld, waarbij de dierlijke weefsels worden opgevat als een systeem van coexist. phasen. Het begrip phase is daarin natuurlijk gedefinieerd als een gestalte der stof, op een gegeven oogenblik in zich zelf homogeen. Door zulk een stelsel gaat tijdens het leven de stationaire (2) strooming der grondstofwisseling met hare periodieke schommeling. Eenmaal per etmaal nadert de toestand tijdens den diepsten slaap nagenoeg tot evenwicht.

In zulk een stelsel zijn vooral de grenzen der phasen belangrijk, want zoodra er actie komt, hebben in de nabijheid der grenzen gewichtige chemische processen plaats. Dat mag men a priori verwachten en a posteriori is dit bevestigd door de groote beteekenis, die de physiologie verplicht is toe te kennen aan oppervlaktespanningen en aan membraan-potentialen.

Zulke phasengrenzen van groot gewicht zijn in een weefsel, in het algemeen genomen:

a. de celgrenzen,

b. de kernbegrenzingen,

c. de begrenzing der mitochondrien,

d. de mantel- en contactvlakken van de dubbelbrekende stukjes van fibrillen,

e. de contactvlakken der neurobionen van Cajal.

Ook in de phasen zelve voltrekken zich processen, zoo neemt de physiologie gewoonlijk aan. Hiertoe behooren o. a. de stationaire stofwisseling, die reeds zooeven ter sprake kwam, de warmte-productie, de groei.

Een algemeene physiologie, die zich op de phasenvoorstelling wil opbouwen, heeft dus te onderscheiden tusschen oppervlakte- en diepteprocessen.

Ik heb alle aanleiding gehad om mij in den laatsten tijd met de eerste rubriek bezig te houden, omdat gebleken is, dat *alle* processen, waarbij de dierlijke radioactiviteit een rol speelt, behooren tot de subsuperficieele processen, terwijl tot de tweede rubriek, de diepteprocessen, *alle* processen behooren, waarop Baas Becking (3) onlangs op zoo scherpzinnige wijze de theorie van Perrin heeft toegepast.

Het spreekt van zelf, dat dit niet tot een voorbarige generalisatie mag verlokken en dat dus geenszins de stelling zal worden opgeworpen, dat in de levende natuur alle oppervlakte-processen corpusculaire stralingen, alle diepte-processen electromagnetische trillingen tot katalysator zonden hebben en dat buiten deze radiaties geen andere biologische katalysatoren zouden bestaan. Tot het maken van zulke vermetele gevolgtrekkingen zijn wij niet gerechtigd, daar ons omtrent de oligodynamische werkingen van de elementen Ferrum, Calcium, Magnesium nog letterlijk alles onbekend is. Maar ons verzekerd houden van de groote rol, welke de reeds ontdekte prikkelende werkingen der stralingen spelen, hiertoe dringen ons de feiten met groote stelligheid.

Het meest is ons allengs bekend geworden omtrent het celoppervlak als phasengrens. Daar ter plaatse neemt men gewoonlijk een lipoidlaag aan. Sommigen achten zulks een uitvloeisel uit het theorema van Gibss, volgens hetwelk zich op een grenslaag steeds de stoffen ophoopen, die daar ter plaatse de oppervlakte-spanning verlagen. Deze deductie moet op een misverstand berusten, want aangaande het vermogen van lipoid om de oppervlakte-spanning protoplasma—weefselvloeistof te verlagen is niets bekend. De gegevens aangaande de grenslaag water—lucht laten zich niet zonder meer op andere willekeurige grenslagen overdragen. De opzettelijke bepalingen in mijn laboratorium omtrent de grenslaag olie—water verricht hebben wel anders geleerd. Niet als deductie alzoo, doch als eenvoudige werkhypothese is de onderstelling van een lipoide grenslaag toelaatbaar. Denkt men haar dan verder conform Langmuir (4) één laag molecnlen dik, dan blijven bij geringe hoeveelheid lipoid plaatsen vrij. Zoo vindt de zoogenaamde mozaikhypothese van zelf een physische toelichting.

Sinds lang heeft men aan de celoppervlakten ladingen toegekend. J. Loeb en Beutner (5) deden hieromtrent verdienstelijke nasporingen en J. Loeb en medewerkers brachten onlangs alles tot evenwichten van Donnan terug. Een geheel andere theorie ontwierp in mijn laboratorium T. P. Feenstra (6). Hij maakt zich geheel los van een membraanvoorstelling en denkt zich op een groot aantal punten der celoppervlakten de elementen Na,K,Ca in vaste afzonderlijk liggende, niet geioniseerde verbindingen opgehoopt. Dan zal op deze punten volgens de theorie van Nernst een oplossingspotentiaal moeten ontstaan. Er zullen van uit deze punten eenige atomen in den vorm van kationen naar de omringende weefselvloeistof overgaan. Dientengevolge zal wegens verlies van positieve lading op die plekken een negatieve potentiaal ontstaan, die zal stijgen tot dat de

loslatende kationen in evenwicht komen met die, welke van deze bepaalde soort reeds in de weefselvloeistof voorhanden zijn. De verschillende metaalpunten zullen dientengevolge alleen dan dezelfde potentiaal kunnen aannemen, wanneer de kationen in de weefselvloeistof in een bepaalde verhouding voorhanden zijn. Hij berekende uit empirische gegevens, welke verhouding dit voor de drie elementen $\frac{Na + K}{Ca}$ zou moeten zijn en vindt deze berekende proportie overeenstemmende met de reeds lang bekende proporties der balanceerende ionen in het zeewater en in de vloeistoffen van S. Ringer. In deze treffende quantitatieve overeenstemming ziet hij een bevestiging zijner theorie.

Veronderstellen wij in de tusschenruimte tusschen de metaalpunten lecithine en cholesterine in een laag van Langmuir opgehoopt, dan ligt het voor de hand zich de hoeveelheid $\frac{\text{lecithine}}{\text{cholesterine}}$ aanwezig te denken in een dusdanige hoeveelheid, dat ook hier weer dezelfde potentiaal wordt bereikt als door de weefselvloeistof aan de metaalpunten is opgedrongen. Alleen dan zal de eigen-potentiaal van het celoppervlak overal gelijk worden geacht en is de voorwaarde voor electrische rust gegeven.

Van uit de zoo uitgeruste celoppervlakten gaan nu een aantal werkingen uit, die op corpusculaire straling berusten. Hiertoe behooren:

a. Een aantal automatieën, zooals 1° de automatie van het hart van koudbloedige dieren (7) (kikvorsch, pad, aal); 2° de automatie van het hart van een warmbloedig dier (8) (konijn); 3° de automatie van de darmspiervezels (konijn, kat, muis) (9); 4° de automatie van den oesophagus (10); 5° de automatie van de uterusspiervezels (11).

b. De synapsiseffecten tusschen vagus en hartspier (12), tusschen vasomotoren en spierrokken der arteriën (13);

c. De permeabiliteit der capillairendothelien voor water (14).

d. De permeabiliteit der glomerulusepithelien voor glycose (15);

e. Het synapsiseffect tusschen motorische zenuw en willekeurige spier (16) (bij deze gelegenheid bleek de *distale* contactvlakte gevoelig te zijn voor radio-activiteit).

Voor alle geldt èn de wet der aequiradioactieve vervanging (17) èn die van het radio-physiologische antagonisme (18).

Wanneer in typische gevallen deze werkingen door vrije bestraling (19) van uit eenigen afstand worden tot stand gebracht, dan blijkt haar een vrij lange latente periode en een vrij lange nawerking eigen te zijn, maar, wanneer zij door radioactieve elementen materieel worden te voorschijn geroepen, gaat het snel en dan ontbreekt

bij paradoxon en sensibilisatie den tijd tot binnendringen in de diepte der cel (20). Dan kan men bezwaarlijk aan iets anders dan oppervlaktewerking denken.

In de doseeringen, waarin de materieel toegevoegde radio-elementen aanwezig moeten zijn, kan wijziging worden gebracht door sensibilisatoren (21). Een deel dezer sensibilisatoren werkt door wijziging der adsorpties. Dit geldt voor fluoresceine en eosine, zoowel als voor adrenaline en choline. De beide eerste kunnen elkaar in een modelproef van absorbentia (talcum venetum) in bepaalde quantiteiten verdringen. Dit vermag eosine tegenover fluoresceine, doch niet omgekeerd (22). Dit vermag evenzeer adrenaline tegenover choline en in dit geval wel wederkeerig (23). Juist zooals in de modelproef verhouden zich deze stoffen op de hartcellen: de verdringing eosine-fluoresceine is slechts eenzijdig, de verdringing adrenaline-choline wederkeerig. De sensibilisatie door adrenaline en choline, met haar merkwaardige kenmerken tegenover de beide soorten van corpusculaire stralers, is tot dusverre behalve voor het hart, ook voor de synapsis tusschen vasomotoren en vaatspierwand waargenomen. Een ander deel der stoffen, die in oligo-dynamische toevoeging een in dit geval voorbijgaande, zij het ook langdurige sensibilisatie kan teweeg brengen, heeft het karakter der cytolysinen (brengen in hooger concentratie haemolyse teweeg). Meestal schrijft men de cytolyse aan verdunning van het grenslaagje toe. Wanneer wij deze hypothese aanvaarden wordt ook deze vorm van sensibilisatie als een vorm van oppervlakte-effect erkend (24).

Voor een deel der radioactieve elementen, die in staat zijn kalium te vervangen, kan, zooals Feenstra heeft aangetoond, de proportie tegenover Na en Ca worden berekend, waarin zij aanwezig moeten zijn om aan het balanceeringsevenwicht te voldoen. Het blijkt dat deze proportie valt binnen de concentratiebreedte, waarin de vervanging mag worden toegepast. Voor een ander deel der vervangers is de berekening niet uitvoerbaar, daar zij in de gemodificeerde Ringersche vloeistof colloidalen vorm hebben. In dit laatste geval is de gedachte aan diepte-werking echter van zelf uitgesloten en moet men hun werking wel door adsorptie aan het celoppervlak verklaren. Zoolang zij in de circulatievloeistof zwevende verkeeren, kunnen zij, zooals van zelf spreekt, geen stralingseffect van beteekenis uitoefenen.

Beneden het celoppervlak, waaraan wij ons de radioactieve elementen als metaalpunten in fixe proteine-verbinding gehecht denken of wel in colloidale of atomistische (emanatie) verbinding geadsorbeerd (Th. Io), speelt zich het spel der electrische verschijnselen af. Dit blijkt hieruit, dat het electrocardiogram van een uranium- thorium- of ioniumhart

zich althans aanvankelijk bijkans niet laat onderscheiden van een kalium-, resp. rubidiumhart. Ook het electrocardiogram van een hart, dat klopt op S. Ringersche vloeistof zonder calcium, welks cellen men zich dus moet voorstellen als van calciummetaalpunten beroofd, gaat aanvankelijk nog ongewijzigd voort. Daar de hypothetische lipoidlaag nooit een continu karakter kan hebben, derhalve nimmer een ondoorgankelijk dielectricum kan voorstellen, blijft de oude theorie van ENGELMANN onaangeroerd, volgens welke de overdracht van prikkelingstoestand in de massa der hartspier, door middel van stroomoverdracht van cel tot cel wordt teweeg gebracht.

Voor een nader uitwerken der oppervlakte-hypothese voor andere gevallen dan die om de hartspiercellen, ontbreekt hier de plaats. Overigens, niet op alle celoppervlakten behoeft men eigen ladingen te verwachten en evenmin behoeven op alle contactvlakten de beschreven hypothetische katalysatoren voor te komen.

LITERATUUR.

1. H. ZWAARDEMAKER en M. C. DEKHUYZEN, Ruhende tierische Zellen und Gewebe; ein verwickeltes System koexistierender Phasen. Int. med. Kongr. Budapest 1908.
2. H. ZWAARDEMAKER, Erg. der Physiol. 1906, Bd. 5, S. 125.
3. L. B. BECKING, Radiation and vital Phenomena. Thesis, Utrecht 1921.
4. J. LANGMUIR, Amer. Chem. Soc. Vol. 38 & 39, 1916, 1917.
5. LOEB and BEUTNER, Bioch. Ztschr. Bd. 59, S. 195. 1914.
6. T. P. FEENSTRA, Ionenbalanceering Diss. Utrecht 1921. Onderzoekingen Physiol. Lab. 6e Reeks. Vol. II, blz. 1.
7. H. ZWAARDEMAKER, Kon. Akad. v. Wetensch., Amsterdam, 30 Sept. 1916.
8. E. H. JANNINK en T. P. FEENSTRA, Ned. Tijdschr. v. Gen., 1920, II, N°. 15.
9. E. H. JANNINK, De invloed van het kalium op de beweging van den darm. Diss., Utrecht 1921.
10. C. E. BENJAMINS, Physiologendag 1920. (Nog niet uitvoerig gepubliceerd).
11. Nog te publiceeren.
12. H. ZWAARDEMAKER en J. W. LELY, Arch. néerl. de Physiol. 1917. II, p. 745.
13. K. F. A. HALBERTSMA, Physiologendag 23 Dec. 1921.
14. I. GUNZBURG, Arch. néerl. de Physiol. 1917, T. II, p. 404. (Verg. ook Ned. Tijdschr. v. Gen. 1917, T. II, N°. 14).
15. H. J. HAMBURGER en R. BRINKMAN, Kon. Akad. v. Wetensch., Deel 26, blz. 952.
16. I. GUNZBURG, Nat. en Geneesk. Congres, 's-Hage 1917.
17. H. ZWAARDEMAKER, Am. Journ. of Physiol. Vol. 45, p. 147, 1918. (Verg. Kon. Akad. v. Wetensch., Amsterdam, 20 Sept. 1916).
18. H. ZWAARDEMAKER, Kon. Akad. v. Wetensch., 24 Febr. 1917, 31 Maart 1917, Pflüger's Archiv., Bd. 169, S. 122, 1917.

19. H. Zwaardemaker, C. E. Benjamins en T. P. Feenstra, Ned. Tijdschr. v. Geneesk., 1917, II, blz. 1923.

20. H. Zwaardemaker, Pflüger's Arch., Bd. 173, S. 51, 1918.

21. H. Zwaardemaker, Kon. Akad. v. Wetensch., Amsterdam, 29 Sept. 1917.

22. A. M. Streef, Onderz. Physiol. Lab. (5), Deel XIX. (Verg. ook Pflüger's Arch., Bd. 173, S. 60.

23. J. B. Zwaardemaker, Physiologendag, Amsterdam, 22 Dec. 1921.

24. De experimenten over sensibilisatie door choline en adrenaline zullen later uitvoerig door den Heer Nyhuis worden gepubliceerd. Over sensibilisatie in verband met de wet der aequiradioactiviteit, zie H. Zwaardemaker, Arch. Intern. de Physiol., T. 18, p. 282, 1921.

Physiologie. — L. J. J. Muskens: „*De Myoclonische Reflexen*".

(Aangeboden door de Heeren H. Zwaardemaker en R. Magnus).

Onder invloed van vergiftiging (broomcampher, absinth) ziet men de myoclonische reflexen binnen eenige minuten hun in normale omstandigheden, lang refractair stadium inkorten tot een klein interval. De opgeschreven curve vertoont verder hetzelfde type als dat van den knie-reflex, een vrij scherp begin met een langgerekt einde.

De myoclonische reflexen bieden eenige verschillen aan, naar gelang van den prikkel, die ze te voorschijn roept.

De door tast- en geluid-prikkels opgewekte reflexen bezitten eene latente periode, die kort in haar soort is; mijne metingen gaven voor deze niet gereduceerden reflextijd 20—60 σ. Voor de tactiele reflexen bleek broom-camphervergiftiging (met uitbreiding der reflex-beweging over het geheele dier), ether-narcose en ook hemispheerwegneming geen wijziging van aanbelang in de latente periode teweeg brengen.

Terwijl bij de meeste reflexen eenige afneming van den reflex-tijd valt waar te nemen met *sterkere* prikkels, vond ik bij een drietal in het bijzonder daarop onderzochte katten (in een zekere intensiteitsbreedte) met een sterken acustischen prikkel de latentie langer dan met een zwakken.

Latentie na acustischen prikkel in $^1/_{50}$ sec.

Kat. N⁰.	Zachte	Matige	Harde klap
205	1.6.	2.5.	2.1
178	1.8. en 1.9.	2.6. en 2.6.	2.1

Ook in andere opzichten verhouden zich de acustische reflexen anders dan de tactiele. In ethernarcose wordt eenige verlenging van de latentie der acustische reflexen waargenomen; terwijl de acustische reflex eerder verdwijnt in de narcose dan de tastreflexen en ook later terugkomt. De latentie der myoclonische reflexen bij andere dieren vertoont weinig afwijkingen van de bij katten en apen gevonden bedragen. Bij duiven vond ik op tactiele prikkels aan de vleugels aangebracht 2.5 à 3.5 vijftigste seconden. Voor inktvisschen (Octopus) vond ik, na in het zeewater eenige broom-campher gemengd te hebben, latenties van dezelfde orde; bij reptiliën, in normale omstandigheden 4 vijftigsten (Trepidonotus natrix). Gelijk overal in de studie der reflexen, vindt men bij het opnemen der myoclo-

nische reflexen oscillaties in latentie en reflex-grootte, die echter niet belangrijker zijn dan elders. De reflex-convulsie beperkt zich in normale omstandigheden niet zelden tot het getroffen lichaamsdeel, waarbij wat de extremiteiten betreft, de adductoren allereerst reageeren. Bij verhoogde reflexprikkelbaarheid betrekt de reflex het volledige willekeurige spierstelsel, romp en extremiteiten in het proces. De uitbreiding van het reflectorisch effect op andere lichaamsdeelen, hetzij door wijziging van prikkel, hetzij door toegenomen reflexprikkelbaarheid, geschiedt in zooverre niet geleidelijk, doch abrupt, als bij geluidsprikkeling (b.v. klap van de handen) de myoclonische reflexbeweging eerst tot den kop beperkt blijft, dan bij geringe versterking van prikkel vrij plotseling op de voorste extremiteiten overspringt, en na een tweede geringe versterking den geheelen romp en de extremiteiten omvat. De centra, die het meedoen der verschillende lichaamsdeelen beheerschen, schijnen aldus niet geleidelijk, doch en bloc in den reflex betrokken te worden. De regel „alles of niets" schijnt, binnen zekere grenzen, ook hier geldig te zijn. De reflex-convulsie, die aldus zoowel kop, pooten als romp omvat, maakt den indruk alsof alle deelen op hetzelfde moment samentrekken. Door middel van afzonderlijke tamboers op kop en kruis blijken echter duidelijke verschillen, die kennelijk verband houden met den door den prikkel afgelegden weg. Als voorbeeld diene de opgave der gemiddelden, vastgesteld bij kat 201 na een geringe broomcampher dosis.

Reflextijd in $^1/_{50}$ sec.

Prikkel	Reflexbeweging van den kop	Rugbeweging
Gong.	1.7.	2.2.
Tik op rug.	2.5.	2.6.
Tik op staart.	3.1.	3.3.

Wanneer men in zulk een serie proefnemingen de prikkel-intensiteit langzaam doet toenemen, neemt het reflectorische effect op grillige wijze toe; totdat op een gegeven oogenblik een zeer belangrijke versterking van het effect tot stand komt in den vorm van een „afterdischarge" steeds in den vorm van een serie convulsies. De uitbreiding van het reageerende gebied geschiedt geenszins regelmatig volgens Pflügers wet. Bij aanwending van den prikkel op het kruis trekt niet zelden de kop het eerst. Het effect is onder alle omstandigheden veel sterker wanneer de prikkel, onverwacht en ongezien, wordt aangebracht.

Physiologie. — R. J. Wolvius: „*Eene objectieve methode ter stollingsbepaling van bloed.*"

(Aangeboden door de Heeren A. A. Hijmans van den Bergh en R. Magnus).

De gebruikelijke methoden om den stollingstijd van bloed te bepalen, berusten op het vaststellen van het tijdstip, waarop de algeheele verstijving van het bloed juist is ingetreden. Ik zelf gebruikte aanvankelijk de door Fonio en Frank aangegeven methode, waarbij onder zeer streng gekozen voorzorgen de stolling van het bloed op een horlogeglas wordt waargenomen en de tijd, waarop algeheele verstijving is ingetreden, wordt genoteerd. Ik aarzelde echter steeds dit tijdstip vast te stellen, op een bepaald oogenblik twijfelende, of de stolling al dan niet als voltooid moest worden beschouwd.

Hayem[1]) zegt dienaangaande: „On sait, en effet, que la solidification du sang ne se fait pas brusquement, c'est à dire d'un seul coup, à un moment précis. Le phenomène, évolue d'une manière progressive à tel point, que pendant une période relativement assez longue, on reste dans l'hésitation, en se demandant si la prise en gelée est effectuée ou n'est encore qu' imminente."

Het groote bezwaar, dat de methoden aankleeft, is daarin gelegen, dat men den graad van verstijving door subjectieve waarneming moet beoordeelen en ik heb daarom gezocht naar een of ander verschijnsel, dat met de verstijving gelijken tred houdt en voor objectieve meting direct toegankelijk is. Als zoodanig ben ik er ten slotte toegekomen het verschijnsel der troebeling te meten, waarmee het uitvlokken van fibrine gepaard gaat. Het was mij namelijk door voorloopige onderzoekingen gebleken, dat met het begin van de stolling eene troebeling in het bloed optreedt, waarvan de grootte met het verder verloop der stolling toeneemt, om ten slotte, wanneer de stolling totaal geworden is, niet meer te veranderen. Waar het mij dus te doen was het verband tusschen tijd en verstijving na te gaan, kon ik evengoed het verband tusschen tijd en troebeling onderzoeken. Voor de meting van troebeling gebruikte ik een nieuw apparaat, den extinctiemeter[2]) volgens Dr. W. J. H. Moll, die het mogelijk

[1]) Hayem, Du Sang, geciteerd uit Marcel Bloch, La coagulabilité sanguine pag. 22. Thèse, Paris 1914.

[2]) Dr. W. J. H. Moll, Een extinctiemeter. Verslag Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Wis- en Natuurkundige Afdeeling, 27 Maart 1920. Deel XXVIII.

maakt de troebeling van oogenblik tot oogenblik te meten. Het principe van dit apparaat is in enkele woorden mede te deelen. Een sterke lichtbron is vast opgesteld tusschen twee oppervlakte thermozuilen, volgens Moll, I en II. Deze zijn tegen elkaar in, geschakeld aan een spiegelgalvanometer volgens Moll. Tusschen het lampje en de thermozuil I bevindt zich een cuvet met water, tusschen het lampje en de thermozuil II een cuvet met het te onderzoeken bloedplasma. Het licht, dat de thermozuilen treft, is dus eenerzijds verzwakt door water, anderzijds door bloedplasma. Door een der thermozuilen te verplaatsen of wel door het lampje te verschuiven kan men gedaan krijgen, dat het in ongelijke mate verzwakte licht met gelijke sterkte beide thermozuilen treft. Beide thermostroomen, daardoor opgewekt, zijn dan gelijk en de galvanometer zal een stroom nul ontvangen, het door den spiegel gereflecteerde lichtbeeld neemt den nulstand in. Het apparaat is dan „gejusteerd". De geringste verandering in de troebeling van het plasma verstoort het evenwicht en levert een uitslag van den galvanometer; het apparaat is zoo snel, dat na eene eventueele plotselinge verandering der troebeling het lichtbeeld binnen twee secunden tot rust gekomen is. Bovendien is het mogelijk met behulp van een zoogenaamde compensatie-schakelaar de opgetreden troebeling procentueel te meten.

De methode wordt nu als volgt uitgevoerd: in een steriele droge Recordspuit van 10 cm^3 met scherpe droge naald wordt 1 cm^3 van eene heldere steriele oplossing van 1 $/_0$ kalium oxalaat in 0.85 $^0/_0$ keukenzout opgezogen, de naald wordt in eene cubitaalvena gebracht en het bloed tot 10 cm^3 geaspireerd. Er wordt zorgvuldig op gelet, dat het bloed gemakkelijk in de spuit vloeit, dat niet eerst de ader doorstoken wordt en dat niet tegelijkertijd lucht wordt meegezogen. Het verkregen mengsel wordt gedurende 20 minuten gecentrifugeerd in steriele centrifugeerbuisjes, waardoor de bloedlichaampjes en bloedplaatjes neerslaan en het bovenstaande meer of minder troebele plasma kan worden afgepipetteerd en in steriele buisjes worden overgebracht. Drie cm^3 van dit oxalaatplasma (zeer nauwkeurig met steriele pipetten gemeten) worden in zuivere en droge cuvetjes gebracht. De verschillende door mij gebruikte cuvetjes zijn van hetzelfde glas gemaakt en hebben nauwkeurig gelijk gemaakte afmetingen, zoodat niet alleen de dikte van de vloeistoflaag, maar ook de hoogte, waartoe het cuvetje gevuld wordt, steeds dezelfde is, m. a. w. het aanrakingsoppervlak tusschen plasma en glas gelijk is. Dit cuvetje wordt geplaatst in een als thermostaat ingericht cuvet, van een speciale constructie, dat met water gevuld en electrisch verwarmd wordt.

De gang van de meting is nu de volgende:

Het cuvetje wordt in den thermostaat geplaatst, zoodanig, dat het licht van het lampje de thermozuil II zal treffen en door het plasma gaat. Daarnaast staat in denzelfden thermostaat een reageerbuisje, waarin $1^1/_2$ cm^3 $^1/_2$ % $CaCl_2$. De extinctiemeter wordt „gejusteerd" en daarna wordt 20 minuten gewacht, waarna het plasma en de $CaCl_2$ de temperatuur van den thermostaat hebben aangenomen en de galvanometer volkomen tot rust is gekomen en nulstand aanwijst. De kamer, waarin gewerkt wordt, wordt half donker gemaakt en van nu af aan wordt de galvanometerstand photografisch geregistreerd. Daartoe wordt een registreerapparaat gebruikt, dat gedreven wordt door een volkomen betrouwbaar uurwerk.

Na enkele oogenblikken worden nu de $1^1/_2$ cm^3 $^1/_2$ % $CaCl_2$ aan het plasma toegevoegd, het geheel gedurende $^1/_2$ minuut snel geroerd met een steriel glazen staafje en daarna aan zich zelf overgelaten. De galvanometer schrijft dan op het gevoelig papier van het registreerapparaat de „troebelingskromme".

Figuur 1 is een getrouwe reproductie op natuurlijke grootte van zulk een troebelingskromme.

In die kromme zijn 3 horizontale gedeelten te onderscheiden,

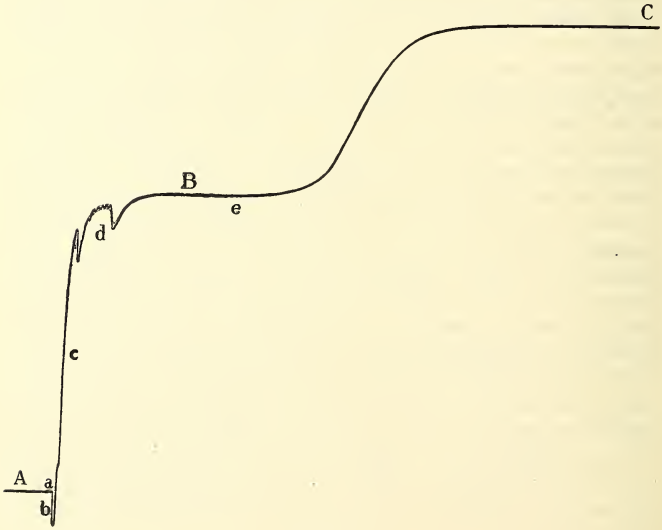


Fig. 1.

A, *B* en *C*. *A* geeft den onbewegelijken galvanometerstand aan, gedurende den tijd, dat alleen het oxalaatplasma zich tusschen lichtbron en thermozuil bevindt. *a* geeft het oogenblik aan, waarop de $CaCl_2$ wordt toegevoegd, het eerste oogenblik wordt het plasma helderder, zie *b*, wat daaraan is toe te schrijven, dat het plasma verdund wordt. Maar onmiddellijk daarna wordt de vloeistof zeer troebel tengevolge van het zich vormende calciumoxalaat; de kromme loopt steil naar boven, zie *c* en zou daarna het niveau *B* geleidelijk bereikt hebben, zoo niet, door het roerstaafje een sprongsgewijze verzwakking van het licht werd teweeggebracht, daaraan zijn toe te schrijven de onregelmatige kartelingen bij *d*, die dus niets met het eigenlijke troebelingsverloop te maken hebben. Het gevormde calciumoxalaat slaat niet neer, maar blijft in suspensie, gedurende eenige minuten blijft de galvanometerstand precies dezelfde, zooals op het gedeelte *B* tot niting komt.

Tot dit oogenblik is van het eigenlijke stollingsproces geen sprake en schijnbaar geheel onafhankelijk van de eerst opgetreden troebeling (vorming van het calciumoxalaat) begint op zeker oogenblik bij *e* de verstijving en de daarmee gelijken tred houdende tweede troebeling op te treden. Dit gedeelte van de kromme interesseert ons nu het meest. Haar vorm is eene objectieve afspiegeling van het stollingsproces.

Blijkbaar begint deze stolling volkomen geleidelijk om daarna steeds sneller tempo aan te nemen, totdat een maximumsnelheid bereikt is, waarna weer een vertraagd tempo optreedt en eindelijk geleidelijk de eindwaarde bereikt wordt.

In deze mededeeling wil ik op het karakter van deze kromme niet ingaan en volstaan met het noemen van de methode, waardoor ik in staat ben door een cijfer elk willekeurig stuk der kromme te typeeren. Ik bepaal de tijdstippen, waarop bepaalde hoogten, b.v. $^1/_4$ en $^3/_4$ van het niveau-verschil *B* en *C* bereikt wordt, het tijdsverschil daartusschen bestaande, is mijn vergelijkingsgetal.

Mijn waarnemingen zijn verricht in het Physisch Laboratorium der Rijks-Universiteit te Utrecht, waar mij welwillend het gebruik der instrumenten werd toegestaan.

Utrecht, December 1921.

Plantkunde. — W. E. de Mol. „*Over het ontstaan van hypotriploide dwerghyacinthen uit triploide Hollandsche varieteiten door somatische variatie.*"

(Aangeboden door de Heeren J. C. Schoute en F. A. F. C. Went.)

I. *Inleiding.*

Onder de Hollandsche hyacinthenvarieteiten, die ik bij mijn cytologisch onderzoek heteroploid bevonden heb, komen er een tweetal voor, waarvan ik, in vergelijking met andere varieteiten, een opvallend groot aantal knopvariaties heb zien ontstaan, zoowel met betrekking tot den *vorm* als tot de *kleur*. Dit zijn de enkelbloemige triploide varieteiten *Grand Maître* (kleur: zuiver mauve) en *King of the Blues* (kleur ± als Pruisisch-blauw).

In mijn publicatie: „*De l'existence de variétés héteroploïdes de l'Hyacinthus orientalis L. dans les cultures hollandaises*" heb ik melding gemaakt van een grooten, langgerekten vorm van *Grand Maître*, door mij *Grand Maître giganteus* genaamd, waarvan de chromosomengarnituur, voorzooverre die door ons waargenomen kan worden, volkomen overeenstemde met die der moedervarieteit. Bovendien toonde ik aan, dat bollen met kleine afmetingen eveneens nauwkeurig overeenstemden in aantal, vorm en grootte der chromosomen, zoodat dit ten achter blijven in groei wel toegeschreven moest worden aan uitwendige omstandigheden.

Wat de varieteit *King of the Blues* betreft, daarvan vermeldde ik slechts terloops, dat ik verandering van vorm bij vegetatieve vermeerdering waargenomen had. In het najaar van 1920 en in dit jaar had ik gelegenheid, zonder al mijn afwijkende planten aan het onderzoek te offeren, vast te stellen, dat hier waarlijk geschied was, hetgeen ik reeds ten opzichte van *Grand Maître* — verkeerdelijk — vóórondersteld had, n.l. dat er door vegetatieve vermeerdering onafhankelijk van elkaar dwergplanten ontstaan zijn, gekenmerkt door een geringer aantal chromosomen in de wortelcellen, welk aantal na jaren van vegetatieve vermenigvuldiging volkomen constant gebleven is.

Verschillende oorzaken laten zich gissen, waardoor juist de varieteiten *Grand Maître* en *King of the Blues* gekenmerkt zijn door

sterk knopvarieeren: 1°. dat deze varieteiten heterozygoot triploid zijn; 2°. dat ze in zeer groote aantallen worden gekweekt; 3°. de genoemde feiten samen.

II. *In welke opzichten de dwergplanten uiterlijk verschillen van de moedervarieteit.*

Op een bizondere wijze ben ik in het bezit gekomen van mijn dwerghyacinthen. Inspecteert men in den bloeitijd de te velde staande donkerblauwe bloemtrossen van *King of the Blues*, dan treft men soms planten aan, welker bloeiwijzen geheel of gedeeltelijk, d. w. z. in een grooteren of kleineren sector donkerrose gekleurd zijn. Deze knopvariatie treedt herhaaldelijk op. Ze is in den handel gebracht onder den naam van *Queen of the Pinks*. De chromosomengarnituur stemt overeen met die van *King of the Blues*.

Geheel onafhankelijk van elkaar ontstonden nu op verschillende plaatsen in twee verschillende partijen van *King of the Blues* somatische variaties, die vooral opvielen, doordat ze een karmijnroode bloemkleur vertoonden, dus donkerder getint waren dan *Queen of the Pinks*. Het gevolg hiervan is geweest, dat ik ze geisoleerd in kultuur genomen heb. Daar ze groeiden tusschen kleine, jonge planten van *King of the Blues*, vielen de geringe afmetingen niet direct op. Eerst na eenige jaren kwamen deze verschillen aan het licht. In *vormen* komen ze precies overeen met *King of the Blues* en *Queen of the Pinks*. In *afmetingen* daarentegen zijn ze veel kleiner. De bloemtros, de afzonderlijke bloemen en de onderdeelen daarvan, de stand der bloemen aan den pedunculus, de smalle, stijve stengelbladeren, zoo kenmerkend voor deze varieteiten, het is alles in *vorm* gelijk doch in *grootte* verschillend.

De bloeitijden stemmen overeen. Het loof verdort gelijktijdig. Hoe groot de kwantitatieve verschillen der volwassen bollen zijn, wordt het best aangegeven door de volgende tabel. Achtereenvolgens zijn van *King of the Blues*, *Queen of the Pinks*, *dwerg n°. 1* en *dwerg n°. 2* omtrek, gewicht en volume der bollen bepaald.

King of the Blues	23 c.M.	149 G.	150 c.M.³
Queen of the Pinks	23,5 „	161,5 „	160 „
Dwerg n°. 1.	12 „	28,5 „	26 „
Dwerg n°. 2, 1e bol	11 „	20 „	20 „
id , 2e bol	10,5 „	19,5 „	20 „
id , 3e bol	10 „	20 „	20 „

Doch behalve deze kwantitatieve verschillen, is het onderscheid in *de snelheid der vegetatieve vermeerdering* opmerkelijk. Met genoegzame zekerheid kan aangenomen worden, dat *King of the Blues* en *Queen of the Pinks*, hetzij ze zich op natuurlijke wijze vermeerderen, hetzij ze door kruissneden in den bolstoel tot snelle klistervorming worden gedwongen, zich 10 × zoo snel vegetatief vermenigvuldigen als de dwergen. Er is mij geen hyacinthenvarieteit bekend, die zoo langzaam groeit. Vandaar ook, dat ik van den 2^en^ dwerg slechts 20 bollen bezit, nadat hij 11 jaren zorgvuldig voortgekweekt is. De 1^e^ dwerg is nog trager in zijn groei.

De dikte van de wortels der dwergplanten is geringer dan die van de wortels der moedervarieteit. Nog nimmer heb ik hyacinthenrassen gezien met zulke dunne wortels als *dwerg n°*. 1 ze heeft.

III. *Het cytologisch onderzoek der twee dwergvormen.*

In het najaar van 1920 en 1921 heb ik telkens de worteltoppen van 1 bol gefixeerd van *dwerg n°*. 1, in 1921 de worteltoppen van

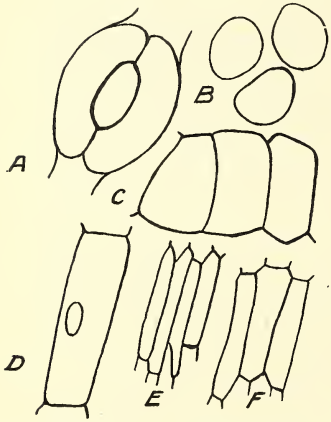


Fig. I. *Dwerg n⁰. 1*: *a*, huidmondje (Oc. 4, Obj. *D*, Zeiss.); *b*, pollenkorrels (Oc. 2, Obj. *D*); *c*, subepidermale cellen der tepalen (Oc. 2, Obj. *D*); *d*, epidermale cel der tepalen (Oc. 2, Obj. *D*); *e*, cellen der buitenste bolschubben (Oc. 2, Obj. *D*). *Dwerg n⁰. 2*: *f*, cellen der buitenste bolschubben (Oc. 2, Obj. *D*).

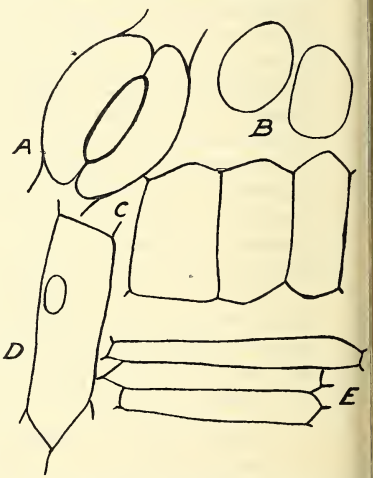


Fig. II. *Queen of the Pinks*: *a*, huidmondje *b*, pollenkorrels; *c*, subepidermale cellen de tepalen; *d*, epidermale cel der tepalen; *e* cellen der buitenste bolschubben. Alles is bi dezelfde vergrooting geteekend als in fig. 1

3 bollen van *dwerg n°.* 2. De fixatie had plaats met Flemming en alcohol-ijsazijn. De verdere technische behandeling geschiedde door mijn Echtgenoote.

Het onderzoek der wortelcoupen bracht met groote duidelijkheid aan het licht, *dat de somatische kernen van dwerg n°.* 1 *uit* 18 *chromosomen en die van dwerg n°.* 2 *uit* 21 *chromosomen bestonden,* dus uit resp. 6 en 3 chromosomen minder dan de kernen van *King of the Blues* en *Queen of the Pinks.* Ook is het aantal nucleoli in de kernen der dwergen geringer. De afmetingen der chromosomen en der nucleoli zijn gelijk gebleven. De cellen van pleroom, peribleem en dermatogeen der wortels zijn opvallend klein, vooral die van *dwerg n°.* 1, hetgeen het vaststellen van het aantal chromosomen zeer bemoeilijkt.

Ik meen thans reeds met vrij groote zekerheid te mogen aannemen, dat het volume dezer cellen naar verhouding veel meer afgenomen is dan dat der kernen, zoodat het verschil in cel- en kerngrootte van *King of the Blues* en *dwerg n°.* 1 niet eenvoudig in overeenstemming gebracht kan worden met het begrip der kernplasmarelatie van R. Hertwig (1903).

Huidmoudjes, pollenkorrels, blad-, bloemblad- en bolschubcellen zijn door mij gemeten en in teekening gebracht. Telkens kwam het verschil in de afmetingen van de cellen der dwergen en van *King of the Blues* of *Queen of the Pinks* duidelijk voor den dag.

Dit leidt tot twee merkwaardige consequenties. De eerste is deze, dat de dwergen het aan de geringere afmetingen hunner subepidermale bloembladcellen te danken moeten hebben, dat het opgeloste anthocyaan karmijnrood gekleurd is in plaats van donkerrose, zooals bij *Queen of the Pinks.* De anthocyaankleurstof zal in beide gevallen dezelfde chemische samenstelling bezitten, doch ze zal in de bloembladen der dwergen in hoogere concentratie aanwezig zijn. Microscopisch is het onderscheid in tint ook goed waar te nemen. Bizonder fraai komt het in sterkere mate geconcentreerd zijn van het anthocyaan der dwergen voor den dag in de cellen der buitenste bolschubben, onmiddellijk na den rooitijd. Het anthocyaan komt er dan voor in sterk geplasmolyseerde vacuolen of in kleinere en grootere conglomeraten van kristallen, zooals Molisch (1905) ze afbeeldt van *Pelargonium.* Het blijkt dan ten duidelijkste, dat de dwergen in hun kleinere cellen een even groote hoeveelheid anthocyaan bezitten als *Queen of the Pinks* in haar grootere cellen, zoodat te vermoeden valt, dat de erfelijke factoren, die het chromogeen en zijn oxydase bepalen voor de twee dwergen en *Queen of the Pink,* identiek zijn.

De tweede consequentie heeft betrekking op de fertiliteit der pollenkorrels van *King of the Blues, Queen of the Pinks* en de dwergen. Meerdere jaren achtereen is mij gebleken dat *King of the Blues* en *Queen of the Pinks* een °/₀ steriele pollenkorrels bezitten, dat onder oogenschijnlijk normale uitwendige omstandigheden schommelt tusschen 30 en 50. Het °/₀ steriele pollenkorrels van *dwerg* n°. 1 is onder dezelfde omstandigheden veel geringer. Het verheft zich niet boven de 10 °/₀. Onderzoekingen betreffende het afsterven van pollenkorrels na de reductiedeeling bij de hyacinth hebben mij geleerd, dat dit hoogstwaarschijnlijk toe te schrijven is aan het feit, dat er een te geringe hoeveelheid protoplasma aanwezig is voor zulke groote pollenkorrels als *King of the Blues* en *Queen of the Pinks* ze bezitten. Het komt mij nu voor, dat de grootere fertiliteit van *dwerg* n°. 1 in direct verband staat met het kwantum protoplasma, dat hij ter beschikking heeft en dat wel toereikend zal zijn voor zijn kleinere pollenkorrels. De fertiliteit van den 2^en^ dwerg heb ik nog niet kunnen nagaan.

Er zijn mij in de literatuur geen voorbeelden bekend van cytologisch te onderscheiden dwergvormen onder de hoogere planten, ontstaan door somatische variatie.

Bizonderheden omtrent de juiste wijze van het ontstaan dezer dwergplanten ontbreken mij thans nog. In de eerste plaats zouden de verwondingen door het aanbrengen der kruissneden er aansprakelijk voor gesteld kunnen worden. De interpretatie der waargenomen verschijnselen zou dan in overeenstemming te brengen zijn met de meening van Sakamura (1920), dat er geen autoregulatieve reductie van het aantal chromosomen in somatische hyperchromosomige cellen optreedt. Wij zouden dan moeten aannemen, dat triploide kernen in bepaalde gevallen kunnen blijven voortbestaan, indien langs mechanischen weg fragmenten dier kernen worden verwijderd. In de tweede plaats kan de oorzaak gezocht worden in het feit, dat de moederplant triploid is; dit kan aanleiding geven tot een soort van regulatieproces, hetwelk, volledig tot zijn recht komende, den terugkeer tot den diploiden toestand tot gevolg hebben zou.

De verschijnselen, welke zich hier voordoen bij de kerndeeling in het soma der plant, zouden dan in zekeren zin parallel loopen met die, welke optreden bij de heterotypische deeling der pollenmoedercellen. Men zie mijn beschrijving van de reductiedeeling der 27-chromosomige varieteit *L'Innocence.*

Nemen wij daarbij als Winkler (1916, blz. 522) aan, dat, naarmate de hoeveelheid chromosomen zich sterker verheft boven het

diploide aantal, de kansen tot storingen in het proces der somatische kerndeeling veelvuldiger worden, *dan is nog om andere redenen als die, welke ik in mijn brochure „Nieuwe banen, etc." genoemd heb, mijn waarschuwing gewettigd, niet langer voort te gaan met het uitroeien der oude, kostbare, diploide Hollandsche hyacinthenvarieteiten.*

Het komt mij als waarschijnlijk voor, dat dwerghyacinthen door het somatisch varieeren van heteroploide rassen meermalen optreden, doch dat ze doorgaans niet worden opgemerkt of als ongeschikt voor de kultuur, weggeworpen worden. Ten zekerste weet ik, dat uit de heteroploide rosekleurige varieteit *Moreno* een donkerder gekleurde dwergvorm is ontstaan, die evenwel verloren is gegaan, voordat ik hem kon onderzoeken. Uit de heteroploide varieteit *Queen of the Blues* ontstond voor een 6-tal jaren een bontbladige plant, waarvan de bol, die in mijn bezit is, ondanks de beste kultuurvoorwaarden, van zeer geringe grootte blijft.

Intusschen heeft voor mij het cytologisch onderzoek der somatische variaties door de bijzonderheden, gevonden bij de twee dwergplanten, een grootere interesse gekregen in verband met de vraag naar de beteekenis der chromosomen.

Hetgeen WINKLER op de 1e vergadering der *„Deutsche Gesellschaft für Vererbungswissenschaft"* mededeelde over zijn verdere proefnemingen met triploide Solanum-planten — men zie daarbij SIEKS (1921) — komt wellicht de door mij waargenomen verschijnselen het meest nabij. Men bedenke evenwel, dat WINKLER de reductie van het aantal chromosomen waarnam na *vermenigvuldiging door zaden*, terwijl door mij deze vermindering geconstateerd werd tijdens de *vegetatieve vermeerdering* en dat WINKLER's planten homozygoot, de mijne heterozygoot zijn.

LITERATUUR.

R. HERTWIG, 1903, Ueber Korrelation von Zell- und Kerngrösse und ihre Bedeutung für die geschlechtliche Differenzierung und die Teilung der Zelle, Biol. Centralbl., Bd. XXIII, S. 49.

W. E. DE MOL, 1921, De l'existence de variétés hétéroploïdes de *l'Hyacinthus orientalis L.* dans les cultures hollandaises, Arch. Néerl. des Sciences exactes et naturelles, série III B, tome IV, p. 18.

W. E. DE MOL, 1920, Nieuwe banen voor het winnen van waardevolle varieteiten van bolgewassen. Overgedrukt uit het Weekblad voor Bloembollencultuur, nos. 37, 41 en 44—48 van den 31en jaargang.

H. MOLISCH, 1905, Ueber amorphes und kristallisiertes Anthokyan. Bot. Ztg., Bd. LXIII, S. 145.

TETSU SAKAMURA, 1920, Experimentelle Studien über die Zell- und Kernteilung mit besonderer Rücksicht auf Form, Grösze und Zahl der Chromo-

somen, Journ. of the Coll. of Science, Imp. Univ. of Tokyo, Vol. XXXIX, Art. 11.

M. J. Sirks, 1921, „Deutsche Gesellschaft für Vererbungswissenschaft", Genetica, Deel III, Afl. 3 en 4, blz. 412.

Hans Winkler, 1916, Ueber die experimentelle Erzeugung von Pflanzen mit abweichenden Chromosomenzahlen, Zeitschr. für Botanik, Bd. 8, S. 417.

Hans Winkler, 1921, Ueber die Entstehung von genotypischer Verschiedenheit innerhalb einer reinen Linie, Deutsche Gesellschaft für Vererbungswissenschaft. Bericht über die Gründung und die erste Jahresversammlung, S. 16. Leipzig, Borntraeger, 1921.

Plantenphysiologisch Laboratorium van
Prof. Dr. Ed. Verschaffelt. *Hortus Botanicus, Amsterdam.*

Mikrobiologie. — M. W. Beijerinck. „*Azotobacter chroöcoccum als indikator van de vruchtbaarheid van den grond.*"

In den grond worden twee groepen van bakteriën gevonden in staat om de vrije atmosferische stikstof te binden, n.l. anaërobe butyl- en boterzuurfermenten, behoorende tot het natuurlijke geslacht *Granulobacter* (*Amylobacter*), waarvan het genoemde vermogen door Winogradsky ontdekt is, die daarvan een stam isoleerde en onder den naam *Clostridium pasteurianum* beschreef, en verder het door mij ontdekte aërobe geslacht *Azotobacter*, waarvan de meest algemeene, in alle werelddeelen voorkomende soort is *Az. chroöcoccum*.

De eenvoudigste proef om de twee groepen aan te toonen, indien zij beide of een van beide in den grond aanwezig zijn, is de volgende. Men brengt in een ruime Erlenmeyer-kolf een vloeistoflaag van c.a. 2 cM. dikte, vrij van stikstofverbindingen en overigens van de samenstelling: 100 water uit de waterleiding, 2 manniet en 0,05 bikaliumfosfaat, men infekteert met enkele grammen grond, ontdaan van alle grovere deelen en kultiveert bij vrije luchttoetreding gedurende eenige dagen bij 20 à 30° C. *Azotobacter* ontwikkelt zich, als de vloeistof niet geschud wordt tot een dikke, drijvende eerst witte later bruine huid, die alle zuurstof uit de vloeistof wegneemt. Dientengevolge wordt onder die huid de ontwikkeling der anaëroben mogelijk en men ziet waterstof en koolzuur ontstaan, gevormd door de stikstofbindende boterzuur- en butylalkoholfermenten van den grond.

Ontbreekt *Azotobacter*, dan kunnen bij het gebruik van niet te weinig grond en een vloeistoflaag van 2 cM. dik of meer, de gewone aërobe, geen vrije stikstof bindende bakteriën toch genoeg zuurstof uit de vloeistof absorbeeren om den groei der anaëroben mogelijk te maken.

In het mikroskopische beeld heeft *Azotobacter* de gedaante van dikke staafjes, later van tot sarcineachtige klompen vereenigde groote mikrokokken, steeds zonder sporen. Zij worden door jodium geel-bruin gekleurd. De butyl- en boterzuurbakteriën bestaan uit al of niet bewegende peritriche clostridiën, welke zich met jodium geheel of ten deele blauw kleuren, en ten slotte sporen voortbrengen. In de genoemde kulturvloeistof kan de manniet, waarnit zeer weinig zuur ontstaat, vervangen worden door suikers, maar dan moet krijt

worden toegevoegd om het door de boterzuurfermenten en door andere bakteriën gevormde zuur te neutralizeeren.

In de gemengde kulturen, welke aktiever zijn dan die van *Azotobacter* of *Granulobacter* alleen, worden per gram verbruikte suiker 3—15 milligrammen vrije stikstof gebonden, welke teruggevonden wordt in het lichaamseiwit der werkzame bakteriën. Dit groote verschil in het rendement staat onder den invloed van nog niet goed bekende oorzaken, waarvan ééne zeker gezocht moet worden in het gehalte aan opgelost colloidaal kiezelzuur, dat vooral op den groei van *Azotobacter* gunstig werkt en waarvoor ook kalk onmisbaar is.

Azotobacter chroöcoccum heeft een sterk oxydeerend vermogen ten opzichte van allerlei stikstofvrije organische stoffen, welke dan ook tot groei en vermeerdering aanleiding geven. Zoo worden geassimileerd: glukose, laevulose, galactose, saccharose, maltose, melibiose, en raffinose, manniet en alkohol, en verder calciummalaat, succinaat, chinaat en lactaat gemakkelijk, citraat en acetaat moeielijker, glycerine zeer moeielijk. Niet geassimileerd worden: cellulose, mannose, arabinose, laktose, [1]) xylose, rhamnose, erythriet, dulciet, querciet, sorbiet en calciumtartraat, formiaat en oxalaat. [2]) Ook zetmeel en vetten worden niet aangetast. [3]) In vruchtbaren grond is zeker eenig acetaat voorhanden, maar hoe *Azotobacter* zich in de natuur voedt is nog onduidelijk. Kleine hoeveelheden gebonden stikstof kunnen geassimileerd worden in de reinkulturen. Bij krachtige koolstofvoeding kan bij voldoende verdunning salpeter gereduceerd worden tot de ammoniakfase. Hoeveelheden van meer dan omstreeks 0.1 % gebonden stikstof in het voedsel maken echter den groei van *Az. chroöcoccum* bij vrije concurrentie geheel onmogelijk.

De eenvoudigste wijze om het aantal kiemen van *Azotobacter chroöcoccum* per cM^3 grond vast te stellen is de plaatmethode, als volgt uitgevoerd Aan een 2% glukose- of rietsuiker-oplossing in gewoon water worden toegevoegd 2% agar, 1 à 2% krijt en 0.05% bikaliumfosfaat; andere stikstofverbindingen dan de geringe hoeveelheid van de agar zijn hierin niet aanwezig. Toevoeging van 1% calciummalaat kan dezen bodem nog iets verbeteren. Deze agar wordt in een glasdoos uitgegoten, zoodat men een porcelein-witte plaat verkrijgt van c.a. 5 mM. dik en 20 c.M. middellijn. Van het

---

[1]) Sommige variëteiten van *Az. chroöcoccum* kunnen ook laktose assimileeren.

[2]) De eenige tot nu toe gevonden bakterie, die oxalaten langzaam oxydeert, is een variëteit van *Bacterium fluorescens non liquefaciens*.

[3]) Diastase en lipsase worden door *Azotobacter* niet gevormd. Evenmin, zooals trouwens te verwachten was trypsine. Wel invertase.

te onderzoeken grondmonster wordt een afgemeten hoeveelheid in een bekend volume water krachtig opgeschud, zoodat de kiemen zooveel mogelijk van de aarddeeltjes losraken. Nadat de allergrofste stukjes bezonken of voorzoover zij drijven verwijderd zijn, wordt van dit water, bijv. $^1/_2$ cM^3, te zamen met de daarin zwevende deeltjes op de oppervlakte van de agarplaat gebracht en daarover met een platinadraad gelijkmatig uitgespreid, zoo noodig onder toevoeging van een weinig steriel water. Vreest men dat de plaat het opgebrachte water niet geheel zal kunnen opzuigen en dus tijdens de kultuur nat zou blijven, dan verdampt men vooraf een weinig door zachte verwarming. [1])

Men eindigt met een glimmende agar-oppervlakte, bedekt met de kiemen en de vele aarddeeltjes. Dan volgt kultuur in broedstoof of warm vertrek bij 20° à 30° C.

Zijn in het grondmonster geen *Azotobacter*-kiemen aanwezig, dan bedekt de plaat zich na eenige dagen met een laagje van kleine bakteriën-koloniën, die er een vochtig uiterlijk aan geven en waar tusschen meestal iets grootere slijmige koloniën van bepaalde variëteiten van *Bacterium coli* en *B. radiobacter* (alsmede enkele schimmels en gistsoorten) gelegen zijn, die echter niet langer voortgroeien dan de geringe voorraad gebonden stikstof van de agarplaat toelaat. De reden waarom de laatstgenoemde bakteriën grootere koloniën voortbrengen dan de overige soorten, is gelegen in de omstandigheid, dat zij een bijzonder sterk vermogen hebben om stikstof-vrije wandstof, waarschijnlijk een modificatie van cellulose, af te scheiden, hetgeen de meeste andere soorten, bijv. de gewone fluoresceerende bakteriën, onder deze omstandigheden niet doen. Deze stof trekt veel water tot zich, hetgeen dan door sterke opzwelling en slijmvorming zichtbaar wordt.

Zijn in het grondmonster wel kiemen van *Azotobacter* aanwezig dan wordt na een kultuurtijd van 5 en meerdere dagen, het beeld der plaat van een geheel anderen aard. Deze kiemen kunnen n.l. daar zij van de atmosferische stikstof leven, nog voortgroeien als de geringe hoeveelheid gebonden stikstof van de agar reeds is opgebruikt, want de toegevoegde 2 °/₀ suiker als koolstofbron en de noodzakelijke aschbestanddeelen zijn in de beschreven omstandigheden ten opzichte van de gebonden stikstof in overmaat aanwezig. Het gevolg is nu, dat er op de plaat een aantal reuzen-koloniën ontstaan, die onmiddellijk als *Azotobacter* herkenbaar zijn door hun

[1]) Bij sterke verwarming kunnen door thermodiffusie, die van warm naar koud gericht is, stoffen aan het oppervlak komen, die veel water aantrekken, niet terug diffundeeren en de oppervlakte van de agar blijvend bevochtigen.

grootte, welke al naar die omstandigheden zelfs 1 à 2 cM. middellijn kan worden. Mikroskopisch bestaan zij eerst uit dikke staafjes later uit mikrokokken, die tot sarcineachtige klompen vereenigd zijn, dus juist als boven voor de vloeistofkultuur aangegeven. Intusschen zijn deze koloniën na tien of meer dagen van tweeërlei aard, n.l. donkerbruine en kleurlooze. De laatste kunnen òf kleurloos blijven, òf, indien de plaat nog suiker genoeg bevat, bijv. doordat deze er later opgestrooid is, eveneens donkerbruin worden. De oorzaak van dit kleurverschil kan dus berusten op modifikatie, maar ook op het aanwezig zijn van twee variëteiten van *Az. chroöcoccum*, waarvan de eene wel de andere niet bruin kan worden. Deze beide variëteiten, die dus reeds in den grond aanwezig zijn, kunnen in de kulturen ook uit elkander ontstaan door een mutatieproces. Het gemakkelijkst is dit waar te nemen wat betreft het ontstaan van de kleurlooze vorm uit de bruine, dat in veronderde, vaak overgeënte kulturen niet zelden voorkomt.

Ent men van zulk kleurloos geworden materiaal over, dan blijkt dit het kenmerk *bruin* erfelijk verloren te hebben en tevens blijkt de groeikracht geringer te zijn dan die van de bruine stammen. Het is mogelijk, dat ook de in den grond aanwezige kleurlooze vormen op een dergelijke wijze uit bruine ontstaan zijn. Wat betreft het bruin worden als gevolg van modificatie moet opgemerkt worden, dat alle koloniën, ook diegene, die later bruin worden, aanvankelijk kleurloos zijn en dat de bruinkleuring samengaat met en waarschijnlijk het gevolg is van een toenemende alkaliteit van den kultuurbodem. De aanwezigheid van krijt werkt daarbij bijzonder gunstig maar ook strontium-, barium- en magnesiumcarbonaat en zelfs natriumcarbonaat, kunnen de bruinkleuring sterk bevorderen, indien maar zorg gedragen wordt, dat daar naast steeds kleine hoeveelheden van een kalkzout aanwezig zijn. Ontbreken de kalkzouten geheel, dan is de groei van *Azotobacter* uitgesloten. Op laatstgenoemde omstandigheid zal ik beneden nog terugkomen. De bruine kleurstof is in de cellulose-achtige wandstof, het cellulan,[1]) der *Azotobacter*-cellen opgehoopt, kan daaraan ten deele door sterke kali onttrokken worden, en moet wellicht tot de humus-verbindingen gerekend worden. Bij het gebruik van rietsuiker vormt *Azotobacter*, behalve cellulan, ook laevulan, dat gedeeltelijk in den wand, gedeeltelijk daarbuiten wordt afgezet en waarbij het synthetisch werkende enzym visco-saccharose aktief is. Uit andere suikers dan rietsuiker (en raffinose) ontstaat nooit laevulan.

---

[1]) Cellulan wordt door zwavelzuur en jodium niet blauw gekleurd, ook niet na voorafgaande behandeling met kali.

Het hoofdresultaat van het voorgaande is, dat bij de beschreven proef, het aantal *Azotobacter*-koloniën, ook wanneer zij nog niet bruin gekleurd zijn, of zich in het geheel niet zullen kleuren, gemakkelijk geteld kan worden, en daarmede dus het aantal kiemen dezer soort per cM³ grond kan worden bepaald. Nadat dit met grondmonsters van verschillende afkomst was gedaan bleek, dat het aantal kiemen een goede maat is voor de beoordeeling van de vruchtbaarheid: hoe meer *Azotobacter* per cM³ des te vruchtbaarder de betrokken grondsoort. In stalmest zelf wordt *Azotobacter* echter niet gevonden, hetgeen te verwachten was op grond van het betrekkelijk hooge gehalte aan ammoniumzonten, te hoog om, bij de vrije concurrentie met de andere bakteriën, den groei van *Azotobacter* mogelijk te maken.

In den grond van den tuin bij het Laboratorium te Delft werden gedurende verscheidene jaren, zoowel in den winter als in den zomer tusschen 100 en 200 *Az.*-kiemen per 1 cM³ gevonden en daar waar de grond eenige jaren vroeger sterk gemest was met stalmest zelfs ruim 300. De onderzochte grond was afkomstig van uitgebaggerde modder uit het kanaal en bij den tuinaanleg gekalkt. Omstreeks evenveel *Az.*-kiemen werden gevonden in rijke weilanden bij Delft en in kleigrond aldaar. Omeljanski vond in het beroemde tschjernosom van de Ukraiene ook veel *Az.* maar geeft geen tellingen op.

Zandige humusrijke duingrond, ontleend aan begraasde plaatsen in de duinen te 's Gravesande en te Scheveningen was *Azotobacter*-vrij. Daarentegen werden 50 à 100 kiemen per 1 cM³ zandgrond gevonden, wanneer deze afkomstig was van de met stalmest gemeste aardappel- of bollevelden uit genoemde alsmede uit de Haarlemsche duinen achter Bloemendaal.

In boschgrond, hei- en veengrond en in de roggevelden op zandgrond te Gorssel werd geen *Azotobacter chroöcoccum* gevonden, evenmin wanneer de bepaling gedaan werd door de plaatmethode als bij uitzaaiing van grootere hoeveelheden grond in de kultuurvloeistof boven beschreven. [1])

Hetzelfde resultaat is verkregen met bladgrond te Gorssel, bestaande uit vergane bladeren van loofboomen of dennenaalden gemengd met zand en allerlei onkruid. In dit resultaat bracht de toevoeging van

---

[1]) Er is echter nog een andere zeer kennelijke kleinere *Azotobacter*soort, welke ik *Az. spirillum* noem, omdat de cellen uit korte, dikke, korrelige, sterk lichtbrekende bewegelijke spirillen bestaan. Deze soort komt in vruchtbare en onvruchtbare gronden voor en hoopt zich alleen op bij afwezigheid van gebonden stikstof in het voedsel, groeit echter in reinkultuur goed op bouillonagar, dat *Az. chroöcoccum* niet doet. Stikstofbinding kon daarmede nog niet worden aangetoond.

gebluschte kalk geen verandering, zoodat de voor de hand liggende onderstelling, dat kalkarmoede de oorzaak van de afwezigheid van *Azotobacter* in de genoemde gronden zou kunnen zijn, niet houdbaar is. Ook de toevallige afwezigheid van *Azotobacter* kon hier niet in het spel zijn, want er was zorg gedragen voor een behoorlijke infektie met grond rijk aan *Azotobacter* uit de nabijheid van den IJssel. Toevoeging aan de bladhoopen van thomasslakkenmeel, patentkali en gebluschte kalk deed *Azotobacter* weder verschijnen, maar in getallen geringer dan 50 per cM³ bladgrond.

Daar de meeste dezer bepalingen te Gorssel gedaan zijn gedurende den zeer drogen zomer van 1921, zou het resultaat bij meerdere vochtigheid misschien nog kunnen veranderen. Maar ik verwacht dit niet, want in de kolkjes of wielen nabij Gorssel, bij vroegere doorbraken van den IJssel in zandige boschgrond gevormd, was *Azotobacter* in den herfst van 1921 ook geheel afwezig, zoowel in het water als in de modder van het midden en van de kanten.

Daarentegen bevatte de IJsselklei van de tamelijk vruchtbare uiterwaarden uit de nabijheid, in November 1921 omstreeks 100 *Azotobacter* per 1 c.M³.

Naast de tellingen met behulp van de plaatmethode heb ik ook steeds parallelproeven gedaan met vloeistofkulturen als boven beschreven, dat is dus in hetzelfde voedsel, dat voor de agar-platen was gebruikt maar met weglating van de agar. Ofschoon hierbij gemakkelijk ook grootere hoeveelheden grond kunnen gebruikt worden heb ik niet meer dan c.a. 5 g. per 200 c.M³. vloeistof tegelijk onderzocht, om zeker te zijn, dat de met den grond aangevoerde gebonden stikstof niet storend zou kunnen werken.

Daar het gebleken was, dat de aanwezigheid van *Azotobacter* wel is waar niet noodzakelijk maar toch in hooge mate bevorderlijk is voor de ontwikkeling der anaërobe stikstofbinders in de vloeistofkulturen, heb ik bij het onderzoek der onvruchtbare gronden, waarin *Azotobacter* ontbreekt, zoowel kulturen gemaakt zonder als met kunstmatig daaraan toegevoegde stammen van *Azotobacter*.

Hierbij is gebleken, dat *alle* onderzochte gronden, vruchtbare zoowel als onvruchtbare, onverschillig of zij uit den tuin te Delft, uit de duinen of uit de Gorsselsche bosschen of roggevelden afkomstig waren, steeds rijk zijn aan de anaërobe stikstofbindende kiemen van de boterzuur en de butylfermenten, dus aan het geslacht *Granulobacter*, waartoe *Clostridium pastorianum* van WINOGRADSKY behoort. Deze kiemen zijn dus veel algemeener verspreid dan *Azotobacter chroöcoccum* en zij geven volstrekt geen maat voor de vruchtbaarheid van den

grond. Hun algemeenheid kan in verband staan met hun rijkdom aan exoenzymen, waaronder diastase, pektinase en trypsine; zij kunnen zelfs leven en gisten van de substantie van *Azotobacter*. Daar zij zeer resistente sporen voortbrengen, ontwikkelen zij zich ook in gepasteuriseerde of gedurende korten tijd gekookte kulturen. Vooral in dit geval is voor hun aantooning infektie met reinkultuur van *Azotobacter* na het koken en afkoelen aan te bevelen, daar de „kleine bakteriën" voor de zuurstofabsorptie noodig, evenals *Azotobacter*, door het pasteuriseeren of koken gedood worden.

Ook voor de stikstofbinding door de anaëroben is de aanwezigheid van krijt in de kultuurvloeistof gunstig, maar blijkbaar berust dit op het neutraliseeren van het uit de suikers gevormde boterzuur en niet op de noodzakelijkheid van het element calcium voor hun ontwikkeling, zooals bij *Azotobacter*. Dit blijkt uit de volgende proef.

Ent men de manniethoudende kultuurvloeistof, boven beschreven, zonder toevoeging van krijt, met vruchtbaren tuingrond, dan blijkt het kalkgehalte voldoende om na eenige dagen een vrij flinke *Azotobacter*huid te doen ontstaan, waaronder zich waterstof en koolzuur ontwikkelen door *Granulobacter*. Indien men echter aan deze kultuurvloeistof een weinig natriumoxalaat toevoegt, voldoende om al het calcium als oxalaat te precipiteeren, dan blijkt de groei van *Azotobacter* onmogelijk te zijn, terwijl de boterzuurgisting en de clostridiumvorming door *Granulobacter* daarin normaal verloopen.[1])

Natuurlijk is de proef op deze wijze met manniet genomen, te verkiezen boven die met glukose of andere suikers, waaruit zuur kan ontstaan, dat ook voor de boterzuurfermenten nadeelig is.

De algemeenheid der anaërobe stikstofbinders zelfs in de armste gronden, schijnt te bewijzen, dat zij niet kunnen beschouwd worden als faktoren, welke de vruchtbaarheid sterk verhoogen, maar een juist inzicht in hun werking zal eerst verkregen worden door vergelijkende proeven, waarbij zij niet en wel tegenwoordig zijn. Het is mij gebleken dat zulke proeven zeer moeielijk en omslachtig zijn.

Wat *Azotobacter* betreft is het waarschijnlijk, dat het voorkomen daarvan niet alleen de vruchtbaarheid van den grond bewijst, maar ook bijdraagt tot de vermeerdering van die vruchtbaarheid.

Het voorafgaande samenvattend blijkt:

Ten eerste, dat alle tot nu toe onderzochte vruchtbare gronden rijk zijn aan *Azotobacter*, waarvan het aantal kiemen ongeveer parallel

---

[1]) Daarentegen houdt, volgens een onderzoek van den Heer Ir. L. E. DEN DOOREN DE JONG, een weinig morphine den groei van *Granulobacter* tegen zonder dien van *Azotobacter* te verhinderen.

gaat met den graad van vruchtbaarheid. In goeden tuingrond kan dit getal tot 300 per 1 cM³ bedragen. In IJsselklei te Gorssel werden in November 1921 omstreeks 100, in aardappel- en bollenvelden in de duinstreken 50 tot 100 *Azotobacter* kiemen per 1 cM³ gevonden.

Ten tweede, dat de minder vruchtbare gronden, zooals de bemeste en onbemeste zand-, bosch- en heigronden onder Gorssel in 1921, alsmede de onbemeste duingronden, bij proeven in vroegere jaren genomen, geen kiemen van *Azotobacter chroöcoccum* bevatten.

Ten derde, dat de *anaërobe* stikstof bindende boterzuur- en butylfermenten in alle vruchtbare en onvruchtbare, zelfs de schraalste duin- en heigronden voorkomen, in een nog niet nauwkeurig bekend maar waarschijnlijk veel grooter aantal kiemen per cM³ grond dan het kiemgetal van *Azotobacter* zelfs in de vruchtbaarste gronden; deze kiemen kunnen inaktieve sporen zijn.

Ten vierde, dat *Az. chroöcoccum* zich niet kan ontwikkelen zonder kalkzouten in het voedsel, terwijl *Granulobacter* geen calcium voor de ontwikkeling vereischt. De armoede aan kalkzouten is echter niet de hoofdoorzaak voor het ontbreken van *Azotobacter* in de onvruchtbare gronden.

Voor de boekerij wordt ten geschenke aangeboden:

1. door den Heer F. A. F. C. Went, namens den Heer G. Bremer, een exemplaar van diens dissertatie: „*Een cytologisch onderzoek aan eenige soorten en soortsbastaarden van het geslacht Saccharum*".

2. door den Heer H. Zwaardemaker, namens den Heer E. H. Jannink, een exemplaar van diens dissertatie: „*De invloed van het kalium op de beweging van den darm*".

De vergadering wordt gesloten.

---

19 Januari 1922.

REGISTER.

ADAPTATIE (Licht- en donker-) van een plantencel. 17.

AGAR-AGAR (Over de beweging van pepsine in een al of niet eiwitbevattende gel van). 309.

ALASKA (De warme lahar in de vallei der tienduizend rookpluimen in). 374.

ALUMINIUM (Het electromotorisch gedrag van). III. 72.

ANALOGIE met de formule van PLANCK. III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen. 369.

Anatomie. J. H. ZALMANN: „Over een afzonderlijk loopende spier van het corpus ciliare van het duivenoog, gelegen bij de oogspleet." 106.

— CHR. VAN GELDEREN: „Over de ontwikkeling van het sternum bij reptiliën". 113.

— Rapport van de Heeren L. BOLK en MAX WEBER over de verhandeling van Mej. A. G. VORSTMAN: „Ueber die Anordnung und die Entwickelung der Zähne bei Teleostiern". 306.

ANTIGEEN (Over het samenstellen van heterogenetisch) uit hapteen en proteine. 329.

ARBEID (Minister van). Zie MINISTER van Arbeid.

ATOMEN (Over de periodieke krachtswerking tusschen de) van éénatomige stoffen. 369.

AVENA-coleoptilen (Over het optreden van anti-phototrope krommingen bij de). 238.

AZOTOBACTER chroöcoccum als indikator van de vruchtbaarheid van den grond. 431.

BAAN (De) van de dubbelster Σ 1834. 100.

BABINET. (Eene uitbreiding der theorie van den compensator van). 145.

— (Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemings-methode met den compensator van). 151.

BAKHUIJZEN (H. G. VAN DE SANDE). Prae-advies van den Heer — inzake het verzoek van de Nederlandsche Commissie voor de standaarden van den Meter No. 19 en No. 27 met den internationalen standaardmeter te vergelijken. 180.

BERGH (A. A. HIJMANS VAN DEN). Aanbieding eener mededeeling van den Heer R. J. WOLVIUS: „Eene objectieve methode ter stollingsbepaling van bloed". 420.

BEWEGINGEN (Over automatische) van de geïsoleerde iris. 143.

BEWEGINGSTOESTAND (De) van de molekulen in de ruimte. 216.

BEIJERINCK (M. W.). Azotobacter chroöcoccum als indikator van de vruchtbaarheid van den grond. 431.

BLAAUW (A. H.) en D. TOLLENAAR. Licht- en donker-adaptatie van een plantencel. 17.

BLOED (Eene objectieve methode ter stollingsbepaling van). 420.

BOEKE (J.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. H. ZALMANN: „Over een afzonderlijk loopende spier van het corpus ciliare van het duivenoog, gelegen bij de oogspleet". 106.

BOEKGESCHENKEN (Aanbieding van). 56, 96, 176, 205, 302, 438.

BOER (S. DE). Over de werking van novocaine op den skeletspiertonus. 296.

BÖESEKEN (J.), CHR. VAN LOON, DERX en HERMANS. De bewegingstoestand van de molekulen in de ruimte. 216.

BOLK (L.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer CHR. VAN GELDEREN: „Over de ontwikkeling van het sternum bij reptiliën". 113.
— Rapport over de verhandeling van Mej. A. G. VORSTMAN: „Ueber die Anordnung und die Entwickelung der Zähne bei Teleostiern". 306.

BOS (W. H. VAN DEN). De baan van de dubbelster Σ 1834. 100.

BOSCHMA (H.). Knopvorming en vergroeiing van knoppen bij fungia fungites en fungia actiniformis. 331.

BOSSCHA (K. A. R.). Voorlezing van een brief van (—) aan de Ned. Eclips-Commissie, waarbij gevoegd is het verzoek van eene Commissie uit de „Astronomische Gesellschaft" te Leipzig om haar plan tot het doen van waarnemingen tijdens de zonverduistering op 22 September 1922 bij den Minister van Koloniën te bepleiten. 386.

BREKING (Dubbele) bij regulaire kristallen. 362.

BREMEKAMP (C. E. B.). Over het optreden van antiphototrope krommingen bij de coleoptilen van Avena. 238.

BRUINS (H. R.) en ERNST COHEN. Het gebruik van den waterinterferometer van ZEISS (RAYLEIGH-LÖWE) voor de analyse van niet-waterige oplossingen. 168.

BRUSSEL (International Research Council te). Uitnoodiging tot bijwoning van de 2e algemeene vergadering in 1922. 179.

BUIGINGSROOSTERS (Over spookbeelden bij). 205, 257.

BUITENZORG (Bericht van den Heer A. PULLE dat hij zijne benoeming tot lid der Commissie voor het uitzenden naar het botanisch station te) aanneemt. 59.

BUITENZORG-fonds (Bericht van Prof. THEOD. J. STOMPS dat hij zijne erkentelijkheid betuigt voor de hem toegezegde subsidie uit het). 305.

CATALOGUS voor natuurwetenschappelijke literatuur (Bericht van den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dat Z.Exc. bereid is een som van *f* 13500.— aan te vragen voor de voortzetting van den Internationalen). 58.

CATE (JASPER TEN). Over automatische bewegingen van de geïsoleerde iris. 143.

CHROÖCOCCUM (Azotobacter) als indikator van de vruchtbaarheid van den grond. 431.

COHEN (ERNST). Vraag naar de meening van het Bestuur over eene eventueele wijziging van het Reglement der Afdeeling. 96.

— en H. R. BRUINS. Het gebruik van den waterinterferometer van ZEISS (RAYLEIGH-LÖWE) voor de analyse van niet-waterige oplossingen. 168.

COLEOPTILEN van Avena (Over het optreden van anti-phototrope krommingen bij de). 238.

COMPENSATOR van BABINET (Eene uitbreiding der theorie van den). 145.

— (Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemings-methode met den). 151.

CONGRES (Verzoek om bericht en raad van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen over een verzoek van den Franschen Gezant betreffende het zenden van een afgevaardigde naar het medisch-historisch) te Parijs. 58.

— (Verzoek van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen om iemand aan te wijzen, geneigd zich buiten bezwaar van 's Rijks schatkist te laten afvaardigen naar het medisch-historisch) te Parijs. De Heer J. G. DE LINT benoemd tot gedelegeerde der Regeering. 98.

— van geologen (Mededeeling namens het uitvoerend comité, dat in Augustus 1922 in België een internationaal) zal gehouden worden. 177.

— du travail intellectuel (Missive namens de „Union des associations internationales", met eene uitnoodiging tot het zenden van vertegenwoordigers bij het internationaal) te Brussel. 178.

— van ophthalmologen (Verzoek om bericht en raad van Z. Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen over een verzoek van den Amerikaanschen Gezant, betreffende het zenden van Nederlandsche geleerden naar het internationaal) te Washington. 178. De Heer G. F. ROCHAT heeft zich bereid verklaard als vertegenwoordiger voor Nederland het Congres bij te wonen. 179.

CONTRACTIE (Eenvoudige methode ter verkrijging van een kromme van de) der m. arrectores pilorum. 165.

CORPUS CILIARE (Over een afzonderlijk loopende spier van het) van het duivenoog, gelegen bij de oogspleet. 106.

CORPUT (J. G. VAN DER). Over een integraalbegrip van DENJOY. 33.

CURVATURE (On) and invariants of deformation of V_m in V_n. 302.

CUVIER (Beschrijving van een exemplaar van pterodactylus longirostris). 344.

DECLINATIE (Over een veranderlijkheid met de) van de persoonlijke fout bij registreer-waarnemingen. 189.

DEFORMATION of a V_m in V_n (On curvature and invariants of). 302.

DENJOY (Over een integraalbegrip van). 33.

— (ARN.). Recherches récentes sur les séries trigonométriques. 250.

DERX, HERMANS, J. BÖESEKEN en CHR. VAN LOON. De bewegingstoestand van de molekulen in de ruimte. 216.

DIBBETZ (G. C.) en P. ZEEMAN. Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den lichtweg van de interferometer-opstelling FIZEAU—MICHELSON. 371.

Dierkunde. H. BOSCHMA: „Knopvorming en vergroeiing van knoppen bij fungia fungites en fungia actiniformis". 331.

DOCUMENTATIE en REGISTRATUUR (Vereeniging voor) te 's-Gravenhage. Bericht om een vertegenwoordiger aan te wijzen om zitting te nemen in de commissie voor het oprichten van een —. 207. De Heer HOLLEMAN zal als vertegenwoordiger in die commissie zitting nemen. 207.

DRAADKLOS (Een nieuwe, zeer gevoelige galvanometer met bewegelijken). 223.

DUBBELSTER Σ 1834 (De baan van de). 100.

DUBOIS (EUG.). Over den schedelvorm van Homo-neandertalensis en van Pithecanthropus erectus, bepaald door mechanische factoren, 96, 386, 391.

— en G. A. F. MOLENGRAAFF. (Prae-advies van de Heeren) over de vraag van den Minister van Arbeid waaraan de aanwezigheid van artesisch water in de duingronden te danken is. 208.

DUINGRONDEN (Verzoek om advies van Z.Exc. den Minister van Arbeid over de aanwezigheid van artesisch water in de). 99. 207.

DUIVENOOG (Over een afzonderlijk loopende spier van het corpus ciliare van het) gelegen bij de oogspleet. 106.

DWERGHYACINTHEN (Over het ontstaan van hypotriploide) uit triploide Hollandsche varieteiten door somatische variatie. 424.

ECLIPS-COMMISSIE (Brief van den Heer K. A. R. BOSSCHA aan de Nederl.) waarbij gevoegd is het verzoek van eene Commissie uit de „Astronomische Gesellschaft" te Leipzig om haar plan tot het doen van waarnemingen tijdens de zonverduistering op 22 September 1922 bij den Min. van Koloniën te bepleiten. 386.

EHRENFEST (P.). Aanbieding eener mededeeling van de Heeren G. HOLST en E. OOSTERHUIS: „De electrische geleiding in gassen". 10.

ELECTROMOTORISCH GEDRAG (Het) van aluminium. III. 72.

ELLIPSENBUNDELS (Verklaring van eenige interferentie-figuren van één- en twee-assige kristallen door superpositie van). (2de mededeeling). 246.

ESCHER (B. G.). De warme lahar in de vallei der tienduizend rookpluimen (Alaska). 374.

EVERDINGEN JR. (E. VAN). Bekrachtiging zijner benoeming tot gewoon lid. 58. Dankzegging voor zijne benoeming. 59.

FIZEAU-MICHELSON (Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den lichtweg van de interferometer-opstelling). 371.

FONDSEN (Bericht van den Heer I. K. A. WERTHEIM SALOMONSON dat hij zijne benoeming aanneemt tot lid der Commissie voor het medebeheer der). 59.

FUNGIA fungites en fungia actiniformis (Knopvorming en vergroeiing van knoppen bij). 331.

GALVANOMETER (Een nieuwe, zeer gevoelige) met bewegelijken draadklos. 223.

GASSEN (De electrische geleiding in). 10.

GEL van agar-agar (Over de beweging van pepsine in een al of niet eiwitbevattende). 309.

GELDEREN (CHR. VAN). Over de ontwikkeling van het sternum bij reptiliën. 113.

Geneeskunde. I. K. A. WERTHEIM SALOMONSON: „Enkelvoudige en alterneerende voetclonus". 62.

Geologie. Prae-advies van de Heeren G. A. F. MOLENGRAAFF en EUG. DUBOIS over de vraag van den Minister van Arbeid waaraan de aanwezigheid van artesisch grondwater in de duingronden te danken is. 208.
— B. G. ESCHER: „De warme lahar in de vallei der tienduizend rookpluimen (Alaska)". 374.

GERVER (J. H.). Eene voorloopige mededeeling over gechloorde saccharinen. 236.

GRAVITATIEVELD (Over den weg van eęn lichtstraal in het) van een enkel materieel centrum. 230.

GRAVITEIT en stralingsdruk. 157.

GROEI (Een methode ter registratie van den) onder den invloed van verschillende uitwendige omstandigheden. 320.

GROND (Azotobacter chroöcoccum als indikator van de vruchtbaarheid van den). 431.

GRONDWATER (Verzoek om advies van Z. Exc. den Minister van Arbeid over de aanwezigheid van artesisch) in de duinen. 99. 207.

GROOT (H.). Graviteit en stralingsdruk. 157.

GRUYTER (C. J. DE) en A. SMITS. Het electromotorisch gedrag van aluminium. III. 72.

HAGA (H.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. ZERNIKE: „Een nieuwe, zeer gevoelige galvanometer met bewegelijken draadklos". 223.

HAPTEEN en proteine (Over het samenstellen van heterogenetisch antigeen uit). 329.

HELIUM (Verdere proeven met vloeibaar). 176.

HERMANS, J. BÖESEKEN, CHR. VAN LOON en DERX. De bewegingstoestand van de molekulen in de ruimte. 216.

HERTZSPRUNG (E.). Bekrachtiging zijner benoeming tot gewoon lid. 58.
— Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. H. VAN DEN BOS: „De baan van de dubbelster Σ 1834". 100.
— Aanbieding eener mededeeling van den Heer C. H. HINS: „Over een veranderlijkheid met de declinatie van de persoonlijke fout bij registreer-waarnemingen". 189.

HETEROGENETISCH antigeen (Over het samenstellen van) uit hapteen en proteine. 329.

HEUX (J. W. N. LE). Verklaring van eenige interferentie-figuren van één- en tweeassige kristallen door superpositie van ellipsenbundels. (2de mededeeling). 246.

HINS (C. H.). Over een veranderlijkheid met de declinatie van de persoonlijke fout bij registreer-waarnemingen. 189.

HOFKER (J.). Beschrijving van een exemplaar van pterodactylus longirostris Cuvier. 344.

HOLLEMAN (A. F.). Bekrachtiging van zijne benoeming tot Onder-Voorzitter. 4.
— Tio-saccharine. 4.
— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. P. WIBAUT: „Het gedrag van amorfe koolstof en zwavel bij verhitting. Over koolstofsulfiden". 86.
— Zal als vertegenwoordiger zitting nemen in een commissie voor het oprichten van een vereeniging voor Documentatie en Registratuur. 207.
— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. H. GERVER: „Eene voorloopige mededeeling over gechloorde saccharinen". 236.
— en F. A. F. C. WENT zullen de Akademie vertegenwoordigen bij het 100-jarig bestaan der Veeartsenijkundige Hoogeschool te Utrecht. 304.

HOLST (G.) en E. OOSTERHUIS. De electrische geleiding in gassen. 10.

HOMO-NEANDERTALENSIS (Over den schedelvorm van) en van Pithecanthropus erectus, bepaald door mechanische factoren. 96. 386. 391.

HIJMANS VAN DEN BERGH (A. A.), zie BERGH (A. A. HIJMANS VAN DEN).

INDIKATOR (Azotobacter chroöcoccum als) van de vruchtbaarheid van den grond. 431.

INTEGRAALBEGRIP (Over een) van DENJOY. 33.

INTERFERENTIEFIGUREN (Verklaring van eenige) van één- en twee-assige kristallen door superpositie van ellipsenbundels. (2e mededeeling). 246.

INTERFERENTIEVERSCHIJNSEL (Een) met natriumdamp in den lichtweg van de interferometer-opstelling FIZEAU-MICHELSON. 371.

INTERFEROMETER-opstelling FIZEAU-MICHELSON (Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den lichtweg van de). 371.

IRIS (Over automatische bewegingen van de geïsoleerde). 143.

ITERSON JR. (G. VAN). Aanbieding eener mededeeling van den Heer C. E. B. BREMEKAMP: „Over het optreden van anti-phototrope krommingen bij de coleoptilen van Avena". 238.

— Is bereid zitting te nemen in de commissie voor de reorganisatie der commissie van advies en onderzoek in het belang van volkswelvaart en weerbaarheid. 389.

JULIUS (W. H.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. GROOT: „Graviteit en stralingsdruk". 157.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer M. MINNAERT: „Over spookbeelden bij buigingsroosters". 257.

— Leest een brief voor van den Heer K. A. R. BOSSCHA aan de Ned. Eclips-Commissie, waarbij gevoegd is het verzoek van eene Commissie uit de „Astronomische Gesellschaft" te Leipzig om haar plan tot het doen van waarnemingen tijdens de zonsverduistering op 22 September 1922 bij den Min. van Koloniën te bepleiten. 386.

JURAGEBERGTE (Over den ouderdom en het mechanisme der plooiing in het Noord-Zwitsersche). 386.

KAISER (Mej. L.). Een spiergeruisch bij vogels. 14.

— Eenvoudige methode ter verkrijging van een kromme van de contractie der m. arrectores pilorum. 165.

KAMERLINGH ONNES (H.), zie ONNES (H. KAMERLINGH).

KEESOM (W. H.). De berekening der moleculaire quadrupoolmomenten uit de toestandsvergelijking. 199.

KEMMERLING (G. L. L.). Over den ouderdom en het mechanisme der plooiing in het Noord-Zwitsersche Juragebergte. 386.

KLUYVER (J. C.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. VAN DER WOUDE: „Over den weg van een lichtstraal in 't gravitatieveld van een enkel materieel centrum". 230.

KNOPPEN (Knopvorming en vergroeiing van) bij fungia fungitis en fungia actiniformis. 331.

KNOPVORMING en vergroeiing van knoppen bij fungia fungitis en fungia actiniformis. 331.

KONINGSBERGER (J. C.). De Heer (—) defungeert als Correspondent der Afdeeling. 207.

KONINGSBERGER (V. J.). Een methode ter registratie van den groei onder den invloed van verschillende uitwendige omstandigheden. 320.

KOOLSTOF en zwavel (Het gedrag van amorfe) bij verhitting. Over koolstofsulfiden. 86.

KOOLSTOFSULFIDEN (Over). 86.

KRACHTSWERKING (Over de periodieke) tusschen de atomen van éénatomige stoffen. 302. 369.

KRISTALLEN (Verklaring van eenige interferentiefiguren van één- en tweeassige) door superpositie van ellipsenbundels. (2de mededeeling). 246.

— (Dubbele breking bij regulaire). 362.

KROMME (Eenvoudige methode ter verkrijging van een) van de contractie der m. arrectores pilorum. 165.

KROMMINGEN (Over het optreden van antiphototrope) bij de coleoptilen van Avena. 238.

Kryo-Biologie. P. GILBERT RAHM: „Weitere physiologische Versuche mit niederen Temperaturen". 299.

KUENEN (J. P.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer P. GILBERT RAHM: „Weitere physiologische Versuche mit niederen Temperaturen". 299.

KWIK (Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op) en een verscherpte waarnemings-methode met den compensator van BABINET. 151.

LAAR (J. J. VAN). Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen. 302. 369.

LAHAR (De warme) in de vallei der tienduizend rookpluimen (Alaska). 374.

LANDBOUW, Nijverheid en Handel (Minister van) zie MINISTER van Landbouw, Nijverheid en Handel.

LANDSTEINER (K.). Over het samenstellen van heterogenetisch antigeen uit hapteen en proteine. 329.

LANGMUIR (IRVING). De Heer (—) woont als gast de vergadering bij. 215.

LEMSTRA (F. H.). Afscheidswoord van den Voorzitter tot den ambtenaar der Akademie, den Heer (—) bij het nederleggen van zijn functie op 1 Januari 1922. 387.

LICHT (De werking van) en zwaartekracht op Pellia epiphylla. 46.

LICHTSTRAAL (Over den weg van een) in 't gravitatieveld van een enkel materieel centrum. 230.

LICHTWEG (Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den) van de interferometer-opstelling FIZEAU-MICHELSON. 371.

LINT (J. G. DE) benoemd tot afgevaardigde der Regeering naar het medisch-historisch Congres te Parijs. 98.

LONGIROSTRIS Cuvier (Beschrijving van een exemplaar van pterodactylus). 344.

LOON (CHR. VAN), DERX, HERMANS en J. BOESEKEN. De bewegingstoestand van de molekulen in de ruimte. 216.

LORENTZ (H. A.). Dankbetuiging van den nieuw benoemden Voorzitter aan den Heer (—) bij zijn aftreden als Voorzitter der Afdeeling. 2.
— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren C. A. REESER en R. SISSINGH: „Eene uitbreiding der theorie van den compensator van BABINET". 145.
— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren C. A. REESER en R. SISSINGH: „Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemings-methode met den compensator van BABINET". 151.
— Dubbele breking bij regulaire kristallen. 362.
— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen". 369.

M. ARRECTORES PILORUM (Eenvoudige methode ter verkrijging van een kromme van de contractie der). 165.

MAC GILLAVRY (TH. H.). Bericht van overlijden. 59.

MARTIN (K.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. HOFKER: „Beschrijving van een exemplaar van pterodactylus longirostris Cuvier". 344.

MECHANISME (Over den ouderdom en het) der plooiing in het Noord-Zwitsersche Juragebergte. 386.

METER en het kilogram. (Verzoek om advies van Z.Exc. den Minister van Landbouw, Nijverheid en Handel over een schrijven van de Commissie van Toezicht op de standaarden van den). 99.

METHODE (Eene objectieve) ter stollingsbepaling van bloed. 420.

MICHELSON-FIZEAU (Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den lichtweg van de interferometer-opstelling). 371.

Mikrobiologie. M. W. BEIJERINCK: „Azotobacter chroöcoccum als indikator van de vruchtbaarheid van den grond". 431.

MINISTER van Arbeid. Verzoek om advies over de vraag naar de aanwezigheid van artesisch water in de duingronden. 99. 207. 389.

MINISTER van Landbouw, Nijverheid en Handel. Verzoek om advies over een schrijven van de Commissie van Toezicht op de standaarden van den meter en het kilogram. 99.

MINISTER van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen. Bericht dat H.M. de Koningin de benoeming heeft bekrachtigd van den Heer F. A. F. C. WENT tot Voorzitter en van den Heer A. F. HOLLEMAN tot Onder-Voorzitter. 4.
— Bericht der bekrachtiging van de benoeming tot gewone leden van de Heeren E. VAN EVERDINGEN Jr. en E. HERTZSPRUNG. 58.

MINISTER van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen. Verzoek om bericht en raad over een verzoek van den Franschen Gezant tot het zenden van een afgevaardigde naar het te Parijs te houden medisch-historisch congres. 58.

— Bericht dat Z. Exc. bereid is een som van *f* 13.500.— aan te vragen op de ontwerp-suppletoire begrooting van 1921 voor de voortzetting van den Internationalen Catalogus voor natuurwetenschappelijke literatuur. 58.

— Verzoek om bericht of er iemand bekend is, geneigd de Regeering te vertegenwoordigen, buiten bezwaar van 's Rijks schatkist, op het medisch-historisch congres te Parijs. 98.

— Bericht dat op de begrooting voor 1921 een som van *f* 3600.— is uitgetrokken voor het stichten van een Ramsay Memorial Fellowship en een verzoek om aanwijzing van een scheikundige voor dit Fellowship. 98.

— Bericht dat Z. Exc. bereid is medewerking te verleenen om de Akademie te laten deelnemen aan de 2e vergadering der Pan Pacific Scientific Union. 177.

— Verzoek om bericht en raad van den Amerikaanschen Gezant tot het zenden van geleerden naar het te Washington te houden congres van ophthalmologen. 178.

— Bericht dat er geen bezwaar bestaat om het bepaalde in Art. 22 van het Reglement van Orde voorloopig onuitgevoerd te laten met 't oog op bezuiniging. 304.

— Vraag over de kwestie van het al dan niet voortbestaan der in den crisistijd ingestelde Commissie van advies en onderzoek in het belang van volkswelvaart en weerbaarheid. 305.

— Bericht dat er geen bezwaar bestaat tegen het door Prof. THEOD. J. STOMPS gedaan verzoek om uitstel tot 1923 naar het Botanisch Station te Buitenzorg, waarheen hij zal uitgezonden worden. 389.

MINNAERT (M.). Over spookbeelden bij buigingsroosters. 205. 257.

MOLEKULEN (De bewegingstoestand van de) in de ruimte. 216.

— (Over de krachtswerking tusschen de) van éénatomige stoffen. 302.

MOLENGRAAFF (G. A. F.) en EUG. DUBOIS Prae-advies van de Heeren over de vraag van den Minister van Arbeid waaraan de aanwezigheid van artesisch water in de duingronden te danken is. 208.

MOLENGRAAFF (G. A. F.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer B. G. ESCHER: „De warme lahar in de vallei der tienduizend rookpluimen (Alaska)". 374.

— Aanbieding eener verhandeling van den Heer G. L. L. KEMMERLING: „Over den ouderdom en het mechanisme der plooiing in het Noord-Zwitsersche Juragebergte". 386.

MOL (W. E. DE). Over het ontstaan van hypotriploide dwerghyacinthen uit triploide Hollandsche varieteiten door somatische variatie. 424.

MOLL (J. W.). Bericht dat hij wegens het bereiken van den 70-jarigen leeftijd tot de rustende leden overgaat. 304.

MUSKENS (L. J. J.). De myoclonische reflexen. 418.

MYOCLONISCHE reflexen (De). 418.

NATRIUMDAMP (Een interferentieverschijnsel met) in den lichtweg van de interferometer-opstelling FIZEAU-MICHELSON. 371.

Natuurkunde. G. HOLST en E. OOSTERHUIS: „De electrische geleiding in gassen". 10.

— C. A. REESER en R. SISSINGH: „Eene uitbreiding der theorie van den compensator van BABINET". 145.

— C. A. REESER en R. SISSINGH: „Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemings-methode met den compensator van BABINET". 151.

— H. GROOT: „Graviteit en stralingsdruk". 157.

— H. KAMERLINGH ONNES: „Verdere proeven met vloeibaar helium". 176.

— H. R. WOLTJER en H. KAMERLINGH ONNES: „Over paramagnetisme bij lage temperaturen". 176.

— Prae-advies van den Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN inzake het verzoek van de Nederlandsche Commissie voor de standaarden om de Nederlandsche standaarden van den Meter No. 19 en No. 27 met den internationalen standaardmeter te vergelijken". 180.

— W. H. KEESOM: „De berekening der moleculaire quadrupoolmomenten uit de toestandsvergelijking". 199.

— M. MINNAERT: „Over spookbeelden bij buigingsroosters". 205. 257.

— F. ZERNIKE: „Een nieuwe, zeer gevoelige galvanometer met bewegelijken draadklos". 223.

— J. J. VAN LAAR: „Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen". 302. 369.

— H. A. LORENTZ: „Dubbele breking bij regulaire kristallen". 362.

— G. C. DIBBETZ JR. en P. ZEEMAN: „Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den lichtweg van de interferometer-opstelling FIZEAU-MICHELSON". 371.

NOVOCAINE (Over de werking van) op den skeletspiertonus. 296.

ONDERWIJS, Kunsten en Wetenschappen (Minister van), zie MINISTER van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen.

ONNES (H. KAMERLINGH). Verdere proeven met vloeibaar helium. 176.

ONNES (H. KAMERLINGH) en H. R. WOLTJER. Over paramagnetisme bij lage temperaturen. 176.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. H. KEESOM: „De berekening der moleculaire quadrupoolmomenten uit de toestandsvergelijking". 199.

OOGSPLEET (Over een afzonderlijk loopende spier van het corpus ciliare van het duivenoog, gelegen bij de). 106.

OOSTERHUIS (E.) en G. HOLST. De electrische geleiding in gassen. 10.

OPLOSSINGEN (Het gebruik van den waterinterferometer van ZEISS (RAYLEIGH-LÖWE) voor de analyse van niet-waterige). 168.

OPPERVLAKTELAGEN op kwik (Het optisch onderzoek van) en een verscherpte waarnemings-methode met den compensator van BABINET. 151.

Palaeontologie. EUG. DUBOIS: „Over den schedelvorm van Homo-neandertalensis en van Pithecanthropus erectus, bepaald door mechanische factoren". 96. 386. 391.

— J. HOFKER: „Beschrijving van een exemplaar van pterodactylus longirostris Cuvier". 344.

PAN PACIFIC SCIENTIFIC UNION (Bericht dat Z. Exc. bereid is medewerking te verleenen om de Akademie te laten deelnemen aan de 2e vergadering der). 177.

PANNEKOEK (A.). Het lokale stersysteem. 78.

PARAMAGNETISME (Over) bij lage temperaturen. 176.

PEKELHARING (C. A.). Over de beweging van pepsine in een al of niet eiwitbevattende gel van agar-agar. 309.

PELLIA EPIPHYLLA (De werking van licht en zwaartekracht op). 46.

PEPSINE (Over de beweging van) in een al of niet eiwitbevattende gel van agar-agar. 309.

PHOTOTROPE krommingen (Over het optreden van anti-) bij de coleoptilen van Avena. 238.

Physiologie. Mej. L. KAISER: „Een spiergeruisch bij vogels". 14.

— JASPER TEN CATE: „Over automatische bewegingen van de geïsoleerde iris". 143.

— Mej. L. KAISER: „Eenvoudige methode ter verkrijging van een kromme van de contractie der m. arrectores pilorum". 165.

— S. DE BOER: „Over de werking van novocaine op den skeletspiertonus". 296.

— C. A. PEKELHARING: „Over de beweging van pepsine in een al of niet eiwitbevattende gel van agar-agar". 309.

— K. LANDSTEINER: „Over het samenstellen van heterogenetisch antigeen uit hapteen en proteine". 329.

— H. ZWAARDEMAKER: „Oppervlakte- en diepte-processen". 412.

Physiologie. L. J. J. MUSKENS: „De myoclonische reflexen". 418.
— R. J. WOLVIUS: „Eene objectieve methode ter stollingsbepaling van bloed". 420.

PITHECANTHROPUS ERECTUS (Over den schedelvorm van Homo-neandertalensis en van) bepaald door mechanische factoren. 96. 386. 391.

PLANCK. (Analogie met de formule van). III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen. 369.

PLANTENCEL (Licht- en donker-adaptatie van een). 17.

Plantkunde. D. TOLLENAAR en A. H. BLAAUW: „Licht- en donker-adaptatie van een plantencel". 17.
— TH. WEEVERS: „De werking van licht en zwaartekracht op Pellia epiphylla". 46.
— C. E. B. BREMEKAMP: „Over het optreden van anti-phototrope krommingen bij de coleoptilen van Avena". 238.
— V. J. KONINGSBERGER: „Een methode ter registratie van den groei onder den invloed van verschillende uitwendige omstandigheden". 320.
— W. E. DE MOL: „Over het ontstaan van hypotriploide dwerghyacinthen uit triploide Hollandsche varieteiten door somatische variatie". 424.

PROCESSEN (Oppervlakte- en diepte-). 412.

PROTEINE (Over het samenstellen van heterogenetisch antigeen uit hapteen en). 329.

Psychologie (Experimenteele). E. D. WIERSMA: „Psychische remming". 129.

PTERODACTYLUS longirostris Cuvier (Beschrijving van een exemplaar van). 344.

PULLE (A.). Bericht dat hij zijne benoeming aanneemt als lid der Commissie voor de uitzending naar het Botanisch Laboratorium te Buitenzorg. 59.

QUADRUPOOLMOMENTEN (De berekening der moleculaire) uit de toestandsvergelijking. 199.

RAHM (P. GILBERT). Weitere physiologische Versuche mit niederen Temperaturen. 299.

RAMSAY MEMORIAL FELLOWSHIP (Missive van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen met bericht dat op de begrooting voor 1921 een som van f 3600 is uitgetrokken voor het stichten van een) en een verzoek om aanwijzing van een scheikundige, die hiervoor in aanmerking komt. 98.

REESER (C. A.) en R. SISSINGH. Eene uitbreiding der theorie van den compensator van BABINET. 145.
— en R. SISSINGH. Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemings-methode met den compensator van BABINET. 151.

REFLEXEN (De myoclonische). 418.

REGISTRATIE (Een methode ter) van den groei onder den invloed van verschillende uitwendige omstandigheden. 320.

REGISTRATUUR (Vereeniging voor Documentatie en) te 's-Gravenhage. Bericht om een vertegenwoordiger aan te wijzen om zitting te nemen in de commissie voor het oprichten van een —. 207.

— De Heer HOLLEMAN zal als vertegenwoordiger in die commissie zitting nemen. 207.

REGISTREER-waarnemingen (Over een veranderlijkheid met de declinatie van de persoonlijke fout bij). 189.

REGLEMENT der Afdeeling (Vraag van den Heer ERNST COHEN naar de meening van het Bestuur over eene eventueele wijziging van het). 96.

— van Orde (Missive van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dat er geen bezwaar bestaat het bepaalde in Art. 22 van het) voorloopig onuitgevoerd te laten met 't oog op bezuiniging. 304.

REMMING (Psychische). 129.

REPTILIEN (Over de ontwikkeling van het sternum bij). 113.

RESEARCH COUNCIL (National) te Washington. Verzoek om medewerking aan het wetenschappelijk onderzoek der landen, grenzende aan den Grooten Oceaan. 59.

— (International) te Brussel. Uitnoodiging tot bijwoning van de 2e algemeene vergadering in 1922. 179.

ROME (Union géodésique et géophysique internationale te). Uitnoodiging tot bijwoning van de eerste algemeene vergadering in 1922. 178.

ROOKPLUIMEN (De warme lahar in de vallei der tienduizend) (Alaska). 374.

RUIMTE (De bewegingstoestand van de molekulen in de). 216.

RIJNBERK (G. VAN). Aanbieding eener mededeeling van Mej. L. KAISER: „Een spiergeruisch bij vogels". 14.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer JASPER TEN CATE: „Over automatische bewegingen van de geïsoleerde iris". 143.

— Aanbieding eener mededeeling van Mej. L. KAISER: „Eenvoudige methode ter verkrijging van een kromme van de contractie der m. arrectores pilorum". 165.

SACCHARINEN (Eene voorloopige mededeeling over gechloorde). 236.

SALOMONSON (J. K. A. WERTHEIM). Bericht dat hij zijne benoeming aanneemt tot lid der Commissie van medebeheer over de fondsen. 59.

— Enkelvoudige en alterneerende voetclonus. 62.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer S. DE BOER: „Over de werking van novocaine op den skeletspiertonus". 296.

SANDE BAKHUYZEN (H. G. VAN DE), zie BAKHUYZEN (H. G. VAN DE SANDE).

SCHEDELVORM (Over den) van Homo-neandertalensis en van Pithecanthropus erectus, bepaald door mechanische factoren. 96. 386. 391.

Scheikunde. A. F. HOLLEMAN: „Tio-saccharine". 4.

— A. SMITS en C. J. DE GRUYTER: „Het electromotorisch gedrag van aluminium". III. 72.

— J. P. WIBAUT: „Het gedrag van amorfe koolstof en zwavel bij verhitting. Over koolstofsulfiden". 86.

— ERNST COHEN en H. R. BRUINS: „Het gebruik van den waterinterferometer van ZEISS (RAYLEIGH-LÖWE) voor de analyse van niet-waterige oplossingen". 168.

— J. BÖESEKEN: „De bewegingstoestand van de molekulen in de ruimte". 216.

— J. H. GERVER: „Eene voorloopige mededeeling over gechloorde saccharinen". 236.

SCHOUTE (J. C.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. E. DE MOL: „Over het ontstaan van hypotriploide dwerghyacinthen uit triploide Hollandsche varieteiten door somatische variatie". 424.

SCHOUTEN (J. A.) en D. J. STRUIK. On curvature and invariants of deformation of a Vm in Vn. 302.

SÉRIES trigonométriques (Recherches récentes sur les). 250.

SISSINGH (R.) en C. A. REESER. Eene uitbreiding der theorie van den compensator van BABINET. 145.

— en C. A. REESER. Het optisch onderzoek van oppervlaktelagen op kwik en een verscherpte waarnemingsmethode met den compensator van BABINET. 151.

SITTER (W. DE). Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. PANNEKOEK: „Het locale stersysteem". 78.

SKELETSPIERTONUS (Over de werking van novocaine op den). 296.

SLUITER (C. PH.). Aanbieding eener verhandeling van Mej. A. G. VORSTMAN: „Ueber die Anordung und Entwicklung der Zähne bei Teleostiern". 302.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. BOSCHMA: „Knopvorming en vergroeiing van knoppen bij fungia fungites en fungia actiniformis". 331.

SMITS (A.) en C. J. DE GRUYTER. Het electromotorisch gedrag van aluminium. III. 72.

SOMATISCHE variatie (Over het ontstaan van hypotriploide dwerghyacinthen uit triploide Hollandsche varieteiten door). 424.

SPIER (Over een afzonderlijk loopende) van het corpus ciliare van het duivenoog, gelegen bij de oogspleet. 106.

SPIERGERUISCH (Een) bij vogels. 14.

SPOOKBEELDEN (Over) bij buigingsroosters. 205. 257.

SPRONCK (C. H. H.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer K. LANDSTEINER: „Over het samenstellen van heterogenetisch antigeen uit hapteen en proteine". 329.

STANDAARDMETER (Prae-advies van den Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN inzake het verzoek van de Nederlandsche Commissie voor de standaarden om de Nederlandsche standaarden van den meter No. 19 en No. 27 met den internationalen) te vergelijken. 180.

— Afschrift van een brief van den Heer GUILLAUME, directeur van het Bureau international des poids et mesures. 187.

STERNUM (Over de ontwikkeling van het) bij reptiliën. 113.

Sterrekunde. A. PANNEKOEK: „Het lokale stersysteem". 78.

— W. H. VAN DEN BOS: „De baan van de dubbelster Σ 1834". 100.

— C. H. HINS: „Over een veranderlijkheid met de declinatie van de persoonlijke fout bij registreer-waarnemingen". 189.

STERSYSTEEM (Het locale). 78.

STOFFEN (Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige). 302. 369.

STOLLINGSBEPALING van bloed (Eene objectieve methode ter). 420.

STOMPS (THEOD. J.). Bericht dat hij zijne erkentelijkheid betuigt voor de hem toegekende subsidie uit het Buitenzorg-fonds. 305.

— Verzoek om zijn reis naar Indië uit te stellen tot den zomer van 1923. 305.

— Bericht van den Min. van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dat zijn verzoek wordt ingewilligd. 389.

STRALINGSDRUK (Graviteit en). 157.

STRUIK (D. J.) en J. H. SCHOUTEN. On curvature and invariants of deformation of a V_m in V_n. 302.

SUPERPOSITIE (Verklaring van eenige interferentiefiguren van één- en tweeassige kristallen door) van ellipsenbundels. (2de mededeeling). 246.

TELEOSTIERN (Ueber die Anordung und Entwicklung der Zähne bei). 302.

TEMPERATUREN (Over paramagnetisme bij lage). 176.

— (Weitere physiologische Versuche mit niederen). 299.

— (Over de toestandsvergelijking voor willekeurige) en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen. 302. 369.

TIO-SACCHARINE. 4.

TOESTANDSVERGELIJKING (De berekening der moleculaire quadrupoolmomenten uit de). 199.

— (Over de) voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen. 302. 369.

TOLLENAAR (D.) en A. H. BLAAUW. Licht- en donker-adaptatie van een plantencel. 17.

UNION géodésique et géophysique internationale te Rome. Uitnoodiging tot bijwoning van de eerste algemeene vergadering in 1922. 178.

— astronomique internationale (Aanvrage om toetreding van Nederland als lid der). 179.

UTRECHT (Veeartsenijkundige Hoogeschool te). Uitnoodiging om de Akademie te doen vertegenwoordigen bij het 100-jarig bestaan der Hoogeschool. 304.

VEEARTSENIJKUNDIGE HOOGESCHOOL te Utrecht. Uitnoodiging om de Akademie te doen vertegenwoordigen bij het 100-jarig bestaan dier Hoogeschool. 304.

— De Heeren WENT en HOLLEMAN zullen de Akademie vertegenwoordigen. 304.

VERBEEK (REINIER D.). Een aantal exemplaren van den Heer (—) over de onteigening van duingronden te Wassenaar ten behoeve van de Haagsche watervang worden ter beschikking gesteld van de leden. 179.

VERGADERING (Vaststelling der December-) op Vrijdag 23 December 1921.386.

VERHITTING (Het gedrag van amorfe koolstof en zwavel bij). Over koolstofsulfiden. 86.

VERSUCHE (Weitere physiologische) mit niederen Temperaturen. 299.

VERWANTSCHAPPEN (Involutorische) (2,2) van de eerste klasse. 5.

VOETCLONUS (Enkelvoudige en alterneerende). 62.

VOGELS (Een spiergeruisch bij). 14.

VOLKSWELVAART en weerbaarheid. (Vraag van den Minister van Onderwijs Kunsten en Wetenschappen over het al dan niet voortbestaan der Commissie van advies en onderzoek in het belang van). 305.

— De Heer G. VAN ITERSON is bereid zitting te nemen in de Commissie voor de reorganisatie der Commissie van advies en onderzoek in het belang van). 389.

VOLUMINA (Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en). Analogie met de formule van PLANCK. III. Over de periodieke krachtswerking tusschen de atomen van éénatomige stoffen. 302. 369.

VORSTMAN (Mej. A. G.). Aanbieding eener verhandeling: „Ueber die Anordung und Entwicklung der Zähne bei Teleostiern". 302.

VRIES (HK. DE). Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. W. N. LE HEUX: „Verklaring van eenige interferentie-figuren van één- en twee-assige kristallen door superpositie van ellipsenbundels". (2de mededeeling). 246.

VRIES (JAN DE). Involutorische verwantschappen (2,2) van de eerste klasse. 5.

WASHINGTON (National Research Council te). Verzoek om medewerking voor het wetenschappelijk onderzoek der landen, grenzende aan den Grooten Oceaan. 59.

WATERINTERFEROMETER van ZEISS (RAYLEIGH-LÖWE) (Het gebruik van den) voor de analyse van niet-waterige oplossingen. 168.

WEBER (MAX). Rapport over de verhandeling van Mej. A. G. VORSTMAN: „Ueber die Anordung und die Entwickelung der Zähne bei Teleostiern". 306.

WEERBAARHEID (Vraag van den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen over het al dan niet voortbestaan der Commissie van advies en onderzoek in het belang van volkswelvaart en). 305.

— (De Heer G. VAN ITERSON JR. zal zitting nemen in de Commissie voor de reorganisatie der Commissie van advies en onderzoek in het belang van volkswelvaart en). 389.

WEEVERS (TH.). De werking van licht en zwaartekracht op pellia epiphylla. 46.

WENT (F. A. F. C.). Bekrachtiging zijner benoeming tot Voorzitter. 4.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer TH. WEEVERS: „De werking van licht en zwaartekracht op pellia epiphylla". 46.

— en A. F. HOLLEMAN zullen de Akademie vertegenwoordigen bij het 100-jarig bestaan der Veeartsenijkundige Hoogeschool te Utrecht. 304.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer V. J. KONINGSBERGER: „Een methode ter registratie van den groei onder den invloed van verschillende uitwendige omstandigheden". 320.

WERTHEIM SALOMONSON (I. K. A.), zie SALOMONSON (I. K. A. WERTHEIM).

WIBAUT (J. P.). Het gedrag van amorfe koolstof en zwavel bij verhitting. Over koolstofsulfiden. 86.

WICHMANN (C. E. A.). Bericht van den Heer (—) dat hij wegens zijn vertrek naar het buitenland de vergaderingen niet meer zal bijwonen. 207.

WIERSMA (E. D.). Psychische remming. 129.

Wiskunde. JAN DE VRIES: „Involutorische verwantschappen (2,2) van de eerste klasse". 5.

— J. G. VAN DER CORPUT: „Over een integraalbegrip van DENJOY". 33.

— W. VAN DER WOUDE: „Over den weg van een lichtstraal in 't gravitatieveld van een enkel materieel centrum". 230.

— J. W. N. LE HEUX: „Verklaring van eenige interferentie-figuren van één- en twee-assige kristallen door superpositie van ellipsenbundels". (2de mededeeling). 246.

— ARN. DENJOY: „Recherches récentes sur les séries trigonométriques". 250.

— J. A. SCHOUTEN en D. J. STRUIK: „On curvature and invariants of deformation of a V_m in V_n". 302.

WOLTJER (H. R.) en H. KAMERLINGH ONNES. Over paramagnetisme bij lage temperaturen. 176.

WOLVIUS (R. J.). Eene objectieve methode ter stollingsbepaling van bloed. 420.

WOUDE (W. VAN DER). Over den weg van een lichtstraal in 't gravitatieveld van een enkel materieel centrum. 230.

ZÄHNE (Ueber die Anordung und Entwicklung der) bei Teleostiern. 302.

ZALMANN (J. H.). Over een afzonderlijk loopende spier van het corpus ciliare van het duivenoog, gelegen bij de oogspleet. 106.

ZEEMAN (P.). Aanbieding eener mededeeling van de Heeren A. SMITS en C. J. DE GRUYTER: „Het electromotorisch gedrag van aluminium". III. 72.

— en G. C. DIBBETZ JR. Een interferentieverschijnsel met natriumdamp in den lichtweg van de interferometer-opstelling FIZEAU-MICHELSON. 371.

ZERNIKE (F.). Een nieuwe, zeer gevoelige galvanometer met bewegelijken draadklos. 223.

ZWAARDEMAKER (H.). Oppervlakte- en diepte-processen. 412.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer L. J. J. MUSKENS: „De myoclonische reflexen". 418.

ZWAARTEKRACHT (De werking van licht en) op pellia epiphylla. 46.

ZWAVEL (Het gedrag van amorfe koolstof en) bij verhitting. Over koolstofsulfiden. 86.